

Ф. М. МОРЗ, Д. Е. КИМБЕЛЛ

МЕТОДЫ
ИССЛЕДОВАНИЯ
ОПЕРАЦИЙ

«СОВЕТСКОЕ РАДИО»

METHODS OF OPERATIONS RESEARCH

PHILIP M. MORSE

PROFESSOR OF PHYSICS
MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY
FORMERLY DIRECTOR OF RESEARCH
WEAPONS SYSTEM EVALUATION GROUP
OFFICE OF THE SECRETARY OF DEFENSE

GEORGE E. KIMBALL

PROFESSOR OF CHEMISTRY
COLUMBIA UNIVERSITY
FORMERLY DEPUTY DIRECTOR
OPERATIONS EVALUATION GROUP
UNITED STATES NAVY

FIRST EDITION REVISED

Published jointly by
**THE TECHNOLOGY PRESS OF
MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY
and JOHN WILEY & SONS, INC. NEW YORK**

CHAPMAN & HALL, LTD. · LONDON

Ф. М. МОРЗ и Дж. Е. КИМБЕЛЛ

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

ПЕРЕВОД С АНГЛИЙСКОГО
И. А. ПОЛЕТАЕВА и К. Н. ТРОФИМОВА
ПОД РЕДАКЦИЕЙ
А. Ф. ГОРОХОВА

ИЗДАТЕЛЬСТВО СОВЕТСКОЕ РАДИО

МОСКВА — 1956

Ф. Морз и Дж. Кимбелл

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

(статистические методы оценки эффективности боевых действий и определение количественных основ для принятия наиболее выгодного решения руководителем операции)

Настоящая книга содержит обобщение опыта исследовательских групп, занимавшихся статистическим исследованием хода боевых действий и выработкой рекомендаций по усовершенствованию тактики вооруженных сил США в период второй мировой войны.

В книге кратко излагаются основы математической статистики и теории вероятностей и на конкретных примерах боевых действий разбирается применение методов исследования операций. Примеры взяты, главным образом, из действий морского флота и авиации. Отдельная глава посвящена вопросам организации службы исследования военных операций в вооруженных силах США.

Исследование операций является прикладной наукой. Оно находит применение не только в военном деле, но и в мирное время, для решения вопросов хозяйственной и государственной деятельности. Поэтому книга может представить интерес не только для оперативных работников и офицеров штабов вооруженных сил, но и для людей самых различных специальностей, работающих в области промышленности, экономики и планирования.

ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>Предисловие к русскому переводу</i>	9
<i>Предисловие авторов</i>	19
Глава I. Введение	21
§ 1. Определение понятия „Исследование операций“	21
1. Прикладная наука	22
2. Отделение исследования операций от функций командования	23
3. Начальное развитие	24
4. Значение исследования операций	25
§ 2. Некоторые простые примеры	26
1. Пересмотр использования оборудования	26
2. Изменения в установках, регулирующих действие механизмов и пересмотр количества средств участвующих в операции	27
3. Определение зависимости результатов операции от условий ее проведения	28
4. Проблема постановки задачи	30
5. Нахождение критического параметра	31
6. Математический анализ	32
7. Требования секретности	32
§ 3. Методы исследования операций	33
1. Статистические методы	33
2. Полевые группы, сбор данных	34
3. Ограниченность данных	35
4. Недостатки индивидуальных суждений	35
5. Опытные операции	36
6. Аналитические методы	36
7. Обзор методов	37
8. Общие замечания	39
§ 4. Личный состав и организация	40
1. Подбор личного состава	40
2. Необходимость взаимопонимания между командиром и ученым	41
3. Возможные применения в мирное время	42
Глава II. Вероятность	44
§ 1. Основные положения	44
1. Вероятность	46
2. Функции распределения	47
3. Функции распределения многих переменных	52
4. Сложные вероятности	54
5. Математическое ожидание	60
§ 2. Простые законы распределения	64
1. Биномиальное распределение	65
2. Нормальное распределение	73
3. Распределение Пуассона	76

§ 3. Выборка или выборочные пробы	84
1. Критерий Пирсона χ^2 («хи-критерий»)	87
2. Примеры	91
Глава III. Применение критерия эффективности	94
§ 1. Скорость поиска	96
1. Определение характеристик	96
2. Реальная скорость поиска	97
3. Теоретическая скорость поиска	98
4. Патрулирование подводных лодок	99
5. Авиаразведка подводных лодок	100
6. Распределение летных усилий	102
7. Полеты самолетов противолодочной обороны в Бискайском заливе	105
§ 2. Соотношение потерь	108
1. Битва в воздухе	109
2. Действие эскортирующих кораблей против подводных лодок	111
3. Результирующее соотношение потерь	113
§ 3. Относительная эффективность	114
1. Эффективность противокорабельного оружия	116
2. Бомбардировка баз подводных лодок иликрытие караванов	117
3. Подводные лодки или авиация для борьбы с кораблями противника	120
4. Бомбардировка кораблей или военно-промышленных объектов	121
§ 4. Оценка тактико-технических характеристик вооружения	122
1. Первое использование нового вооружения	123
2. Тренировка обслуживающего расчета	124
3. Оценка вооружения	124
4. Вооружение торговых судов зенитными пушками	125
5. Применение противоторпедных сетей	127
6. Применение самолетного магнитного обнаружителя	128
7. Оценка качества торпед, применяемых подводными лодками	130
8. Применение самолетных противолодочных глубинных бомб	131
9. Значение профилактического осмотра и технического обслуживания боевой техники	133
10. Радиолокационные высотомеры	134
11. Радиолокационный бомбоприцел	135
12. Значение практических тренировок	136
13. Оценка контрмер, предпринимаемых противником	141
Глава IV. Стратегическая кинематика	143
§ 1. Потребность в вооруженных силах	143
1. Расчет сил, потребных для воздушного эскорта	145
2. Расход глубинных бомб	147
§ 2. Уравнение Ланчестера	148
1. Описание боевых действий	149
2. Линейный закон	150
3. Квадратичный закон	152
4. Боевая сила	153
5. Математическое решение	154
§ 3. Анализ уравнений Ланчестера с помощью теории вероятностей	155
1. Линейный закон	155
2. Квадратичный закон	158
3. Пример	160
§ 4. Обобщенные уравнения Ланчестера	162
1. Число потерь	163
2. Типичные решения	165

3. Уничтожение промышленности	16
4. Тактические и стратегические силы	167
5. Принцип минимаксима	169
§ 5. Скорость достижения результатов	172
1. Цикличность применения подводных лодок	173
2. Уравнения движения	175
3. Типичные решения	176
Глава V. Анализ тактических операций	180
§ 1. Статистические решения	181
1. Потери от самолетов с летчиками-смертниками	181
2. Результаты маневра	182
3. Влияние угла атаки	183
4. Объяснение результатов	184
5. Тактические рекомендации	185
6. Повреждения подводных лодок	186
7. Сравнение с потерями японских подводных лодок	187
8. Данные по операциям	187
9. Предложенные меры	188
§ 2. Аналитическое решение на основе теории поиска	189
1. Площадь покрытия	189
2. Вероятность попадания	189
3. Потопление торговых судов	190
4. Стрельба по площадям	191
5. Вероятность сбить самолет	192
6. Атаки и потопление судов подлодками	192
7. Одиночные патрули	193
8. Групповые операции	194
9. Расположение патрулей воздушного прикрытия относительно главных сил	195
10. Анализ тактической обстановки	197
11. Простой пример	198
12. Несколько патрулей	199
13. Тактика ухода от торпедных атак	200
14. Геометрические подробности	200
§ 3. Действия и противодействия	203
1. Противодействие акустическим торпедам	204
2. Противорадиолокационные меры	206
3. Разведывательный приемник «Наксос»	208
4. Контрмеры англо-американских сил	209
5. Периодическое включение	210
6. Оценка эффективности мер противника	211
7. Дискретные испытания в ходе операций	212
8. Математические подробности	212
9. Правила проведения опытов	214
10. Непрерывные операции	216
§ 4. Теоретический анализ борьбы мер и контрмер	218
1. Определенный случай	219
2. Неопределенный случай	219
3. Решение для неопределенного случая	220
4. Случай тройного выбора	221
5. Заграждающий патруль для подлодок	222
Глава VI. Задачи, связанные с обстрелом и бомбардировкой	229
§ 1. Разрушительное действие оружия — площадь поражения	230
1. Многократные попадания	230
2. Стрельба по площадям	232
3. Прицельный огонь по цели малого размера	232
4. Прицельный огонь по цели большого размера	234

§ 2. Стрельба с искусственным рассеиванием без учета баллистического рассеивания	236
1. Пример сбрасывания бомб сериями	237
2. Задача о «Сквиде»	241
§ 3 Стрельба с искусственным рассеиванием с учетом баллистического рассеивания	243
1. Приближенное решение для больших величин рассеивания	246
2. Пример применения приближенного метода	248
3. Оценка вероятности приближенным методом	249
§ 4. Метод выборочных проб	252
1. Образование множества для выбора проб	252
2. Задача о попадании ракет	253
3. Упрощения метода выборочных проб	257
4. Сбрасывание бомб сериями	258
Глава VII. Опытные операции с исследованием вопросов вооружения и тактики	263
1. Планирование опытных операций	264
1. Предварительные соображения	265
2. Предварительные записи	265
3. План проведения испытаний	266
4. Существенные данные	267
5. Заключение	268
§ 2. Измерения точности	268
1. Вычисление среднеквадратического отклонения	269
2. Пример	271
§ 3. Оценка приборов обнаружения	272
1. Ширина полосы захвата	272
2. Ожидание обнаружения	273
§ 4. Проблемы «скрытности» цели при действиях артиллерии	275
1. Стрельба зенитной артиллерии	275
2. Ожидание попадания	276
Глава VIII. Вопросы организации работы	277
§ 1. Организация группы исследования военных операций	278
1. Необходимость связи с различными ступенями	279
2. Порядок прикомандирования	280
3. Подгруппы, работающие на местах	280
4. Отчеты и донесения	281
5. Положение членов группы	283
6. Особенности невоенных применений	283
7. Подбор и подготовка работников групп исследования операций	284
§ 2. Исследование операций в боевых условиях	285
1. Задания	285
2. Виды работ на местах	288
3. Общие замечания	290
Приложения	
Таблица I. Случайная последовательность чисел	292
Таблица II. Случайная последовательность углов от 0 до 359°	293
Таблица III. Случайные отклонения, распределенные по нормальному закону	295
Таблица IV. Функция распределения по биномиальному закону	296
Таблица V. Функция распределения по нормальному закону	297
Таблица VI. Функция распределения по закону Пуассона	298
Литература	300
Предметный указатель	302

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ПЕРЕВОДУ

Обычно послевоенная литература бывает представлена официальными отчетами операций или отдельных периодов войны, мемуарами видных политических и военных деятелей или описаниями отдельных сражений их участниками, а также исследованиями опыта войны по отдельным вопросам, в том числе по планированию операций. Преимущественное направление этой литературы — историческое.

Предлагаемый перевод книги «Методы исследования операций» имеет иной характер, затрагивающий новую область научной подготовки в высших штабах основ планирования и ведения военных действий при участии специальных групп квалифицированных научных работников; изданием этой книги в США предусматривается цель дальнейшего развития общих методов исследования.

Книга представляет собой перевод второго несекретного издания одного (первого) тома из серии руководств по исследованию операций в США, изданных секретно по окончании войны.

Книгу написали профессор физики Массачусетского Технологического Института Филипп М. Морз и профессор химии Колумбийского Университета Джордж Е. Кимбелл. Оба автора возглавляли во время войны работу по исследованию операций при Министре обороны и Командующем флотом и имели в виду изданием настоящей несекретной книги собрать опыт по исследованию операций и сделать его доступным для широкого изучения, поскольку наблюдается интерес к технике подобного рода исследований. Этот интерес определяется тем, что некоторые университеты ввели изучение курса по исследованию операций, а Комитет по исследованию операций при национальном исследовательском Совете США (U. S. National Research Council) объединяет и координирует работу.

Что такое операция и каковы основы ее исследования?

В книге указывается, что под словом операция следует вообще понимать организованную деятельность в любой области жизни, проводимую под руководством и по плану и имеющую характер повторяемости, т. е. многократности. Это определение операции подразумевает наличие общего и устойчивого в целом ряде явлений, т. е. подразумевает возможность установления закономерности и поэтому представляется возможным проводить исследования, касающиеся количественных сторон операций общими научными путями с использованием методов статистики, теории вероятностей

и данных различных наук — физики, математики, электротехники, химии, биологии, экономики и др.

Промышленность, торговля, транспорт, экономика, военное дело представляют собой как раз такие области деятельности, в которых организация, руководство и план являются основой, а повторяемость характеризуется массовостью производства, обращения товаров в торговле, транспортировки, проведения стрельб, действий авиации и кораблей морского флота и поэтому могут быть объектами исследований.

Методы исследования позволяют при выбранных характеристиках операции и показателях ее эффективности получать ответы с определенной точностью, которые дают в руки исполнительных органов основу для решений и дальнейших действий. Даже если при решении будет получен абсурдный ответ, это будет указывать на необходимость проверки выбранных характеристик и выбранных показателей эффективности действия войск или качеств техники.

Книга касается главным образом исследования количественных сторон боевых операций и содержит много примеров из периода второй мировой войны: показано исследование и принятие решений по наиболее выгодному количественному составу морских караванов и мерам по охране их; по постановке зенитного вооружения на торговые корабли; по отказу от противолодочных сетей на торговых кораблях; по тактике действий подводных лодок и мерам борьбы с подводными лодками противника; по мерам и контрмерам вооружения авиации и подводных лодок радиолокационными средствами; по наиболее выгодным способам бомбометания. Решение этих вопросов связано с определением эффективности операции и ее характеристик, о чем будет сказано в предисловии дальше.

Авторы книги подчеркивают необходимость распространения опыта исследования операций на многие мирные области жизни и для иллюстрации приводят два примера.

Первый пример — в условиях строгого сохранения коммерческой тайны, иной раз даже более строгого, чем военной тайны, сведения о торговой деятельности конкурента, публикующего только относительные цифры сбыта товара, могут быть получены путем внимательного изучения дополнительных, изредка публикуемых, данных об отдельных неточностях, ошибках или поправках, которые позволяют перейти от относительных цифр сбыта товара к абсолютным и принять в отношении конкурента свои торговые или финансовые меры.

Второй пример касается компании, торгующей по заказам с мест и отправляющей товар посылками наложенным платежом. Компания стала торговать хуже, так как посылки стали возвращаться обратно не принятыми. Исследование показало, что компания не учла того обстоятельства, что заказчик располагает свободными деньгами лишь ограниченное время. Если посылка несколько задерживалась, то покупатель уже не имел свободных денег и отказывался от посылки. Компания должна была перестроить свою работу и ускорить доставку посылок.

Составной частью организации операции в любой области деятельности является ее исследование, которое названо в книге мыслительным процессом при подготовке; исследование определяет смысл получаемых количественных данных как основу перед принятием решения или для пересмотра последнего.

В практическом смысле исследование операций является прикладной наукой, занимающейся вопросами наилучшего использования вооружения или оборудования и наилучшей организации военных действий, промышленности, торговли, транспорта и т. п. Хотя в операции и важны количественные основы, но они не являются исчерпывающими, так как политико-моральное состояние действующих сторон, привычки, обычаи количественно не учитываются и поэтому в исследование операций не входят. Руководитель операции, имея количественные данные, сам учитывает другие факторы и принимает решение.

С марксистско-ленинских позиций исследование операций есть исследование явлений окружающего нас мира, которые обусловлены и находятся во взаимной зависимости и взаимной связи. Задачей науки и является нахождение среди кажущегося нагромождения случайностей какого-то порядка, закономерности с тем, чтобы выявить наиболее общие связи и решать задачи научного прогноза.

Использование науки для предвидения результатов определенных действий безусловно будет различаться по конечным целям и средствам — в капиталистическом мире и в социалистическом обществе. Для нас, строителей коммунистического общества, важно овладение наукой, которая должна вытеснять, ограничивать случайности и определять закономерности, приводящие к реальным положительным выводам.

В вооруженных силах исследование операций осуществляется группами при высших штабах и подгруппами на местах — фронт, флот, армия и др. по задачам, поставленным соответствующими командующими, но с правом непосредственного сношения между собой групп и подгрупп. Руководство по исследованию операциями в специальном отношении (методика, выбор показателей, области охвата исследованием) проводится группой при высшем штабе.

В основу работ положено отделение функций исследования от функций командования. Это объясняется в книге тем, что необходимость принятия личного решения и ответственности по данной операции ставит командующего в особые, противоречивые отношения с необходимостью быть на научной и непредвзятой точке зрения, обязательной для исследователя операции.

Указывается, что в ряде случаев командующие, узнав о создании у них групп или подгрупп исследования, не особенно были к этому расположены, заявляя об отсутствии у них объектов для исследования. Нельзя сказать, что начинавшаяся в такой обстановке работа проходила гладко. Взаимное понимание задач, извлеченная из исследования операций польза делали дальнейшую работу плодотворной, что авторы, в частности, подтверждают письмом адмирала Е. Д. Кинга, в котором сказано: «... В подобных обстоя-

тельстве быстрых смен техники имеет явное преимущество та сторона, которая действует быстрее и раньше, чем противник успеет усовершенствовать свою тактику и оружие. Исследование операций, привлекающее науку для анализа меняющихся мер и контрмер, дает возможность ускорить в критических случаях нашу реакцию».

Командование имеет в своем распоряжении всю информацию об обстановке, обладает большими полномочиями и несет большую ответственность за операции. В противоположность этому группы исследования должны получить доступ к широкой информации и иметь мало ответственности и полномочий по ведению операций. Работники групп, немногочисленных по своему составу, должны, как указывается в книге, в соответствии с поставленной задачей обобщать и исследовать материалы, чаще бывать на местах, доверять только фактам, предпочитать личный контакт переписке и, будучи освобожденными от ответственности за ведение операции, размышлять над обстановкой объективно и беспристрастно.

Группа или подгруппа обязана своевременно подготовить предложения и выводы, так как командующий не должен и не может ждать окончания исследований для принятия решений по боевым действиям. Чтобы удовлетворить таким требованиям оперативности в работе, авторы рекомендуют накапливание материала соединить с подготовкой рекомендаций, используя для этого даже ограниченные материалы и методы приближенных решений.

Особое положение работников по исследованию операций в штабах, к которым они прикомандированы, подчеркнуто авторами указаниями о соблюдении секретности и скрытности в работе, а также на запрещение критики и обсуждений приказов командующего. Выводы по исследованию подготавливаются и обсуждаются в группе; критика выводов проходит только внутри группы. Подготовленные и приведенные в удобную для доклада форму выводы в виде рекомендаций представляются командующему для того, чтобы он, если найдет нужным, издал приказ.

Авторы делают упор на необходимости тщательного отбора личного состава для комплектования групп исследования. Как правило, в группы должны включаться крупные научные работники, имеющие ученую степень и опыт исследовательской работы. Отдается предпочтение ученым-физикам, математикам, химикам, биологам, экономистам. Говоря о такой точке зрения авторов на группы исследования, следует упомянуть, например, о том, что одной из задач работника группы на местах (штабы, войска) является воспитательная работа, заключающаяся в обучении личного состава и в неофициальных, внеслужебных разъяснениях не только служебных вопросов, но и общественных. Это показывает значимость роли, отводимой для групп исследования, и проводимой ими работы.

Основой и началом исследования операции является выбор критерия эффективности.

После изучения задачи, поставленной командованием, исследовательская группа знакомится с общей количественной картиной

операции, ее численными характеристиками и результатами предшествующих действий.

После этого выбирается критерий эффективности, который должен быть таким, чтобы по нему определялась сущность влияния тех или иных действий на ход и результаты операций и чтобы решающий фактор и его связи с условиями проведения операции были поставлены на видное место.

Например, для флота критерием эффективности выбиралось не просто число потопленных или поврежденных крейсеров противника, а число крейсеров-месяцев, необходимых для восстановления поврежденного или постройки нового крейсера, причем за эквивалент потопленного крейсера бралось 36 крейсеров-месяцев.

В противолодочной борьбе, связанной с авиационной разведкой, критерием эффективности последней было не просто число обнаруженных подводных лодок, а отношение практической скорости поиска к теоретической; в определение практической скорости поиска входили величина района поиска, время поиска, число обнаруженных и число находящихся в районе поиска подводных лодок противника; теоретическая скорость определялась по скорости самолета в час и по удвоенной технической дальности обнаружения (радиолокационной или визуальной) по борту самолета. Если отношение скоростей поиска было мало, это указывало на то, что действия авиаразведки неудовлетворительны и принимались меры по иному распределению летных усилий, лучшей подготовке технических средств разведки и личного состава.

Перед выбором критерия эффективности предварительно исследовалось, какой из предлагаемых критериев является наиболее показательным по результативности.

Так решались вопросы: бомбардировка баз подводных лодок или прикрытия караванов в пути от подводных лодок с помощью авиации. Бомбардировка кораблей или бомбардировка военно-промышленных объектов, строящих корабли. Подводные лодки или авиация для борьбы с кораблями противника.

После того как был установлен критерий эффективности и изучены количественные данные, выбирались характеристики (параметры) операций, т. е. выбирались те числовые показатели, с которыми дальше проводился математический анализ. Такими параметрами, например, являются дальности обнаружения радиолокационная и визуальная, скорости самолетов или кораблей, скорострельность орудий и др.

Математический анализ охватывает области от простой арифметики до составления и решения систем дифференциальных уравнений. Значительное место в анализе занимает теория вероятностей, которой посвящена отдельная глава; уделено внимание определению вероятности по выборкам или выборочным пробам. Материал книги, касающийся использования математического аппарата, общеизвестен и не имеет прямого отношения к постановке задач, организации и методам работы по исследованию операций. Следует отметить, что необычность и искусственность некоторых примеров,

излишнее разъяснение простых вопросов, сжатость изложения, опечатки — создают для читателя трудности. Эти трудности для изучающих сущность организации и проведения операций следует просто обойти; для читателей, изучающих теорию вероятностей, отмеченные особенности представляют объект для рассмотрения.

Надо отметить непривычную для нас систему счета при сравнении показателей операции или ее результатов. При установлении параметров операций в ряде случаев вводятся приближенные значения и поэтому при обычной системе счета отношения двух величин, полученных с приближением, даст число, которое формально может быть определено точно. Последнее обстоятельство может привести к искажению картины. Например, если один показатель приближенно приравнен к 5,5, а другой, тоже приближенно, равен 3,5, то нельзя сказать, что первый лучше второго в 1,571428 ... раза; надо иметь также приближенную систему счета для сравнения. В книге выбран логарифмический счет и единицей этого счета является хемибел. Хемибел это единица масштаба для логарифмического счета — десятичный логарифм, равный половине ($\lg x = 0,5$) или, что то же самое, хемибел равен $\sqrt{10}$. Если от хемибел перейти к обычным числам, то 1 равна нулю хемибел; 3 (точнее 3,162) одному хемибелу; 10 — двум хемибелам; 30 (точнее 31,62) — трем хемибелам; 100 — четырем; 300 — пяти хемибелам и т. д.

Таким образом, если показатели одинаковы и, значит, их отношение равно 1, в принятой системе счета разница показателей равна нулю хемибел; если один показатель выше другого в 3 раза, то разница определяется в один хемибел.

Подводя итоги по разделу книги, касающемуся методов исследования, надо сказать, что выбор критерия эффективности операции представляет интерес с точки зрения отказа от пассивной, статистической регистрации результатов и перехода к более целеустремленному и перспективному анализу в целях улучшения хода и итогов операции.

В книге содержится глава, определяющая задачи для исследования при обстреле целей артиллерией или бомбардировке их авиацией. Авторы в общей форме указывают методы практического применения теории вероятностей и теории ошибок и, главным образом, для определения вероятности попадания в цель и ее разрушения. Этот вопрос, вообще достаточно известный, обращает на себя внимание своей незаконченностью. При определении вероятности уничтожения или поражения цели надо знать вероятность попадания в цель и закон поражения цели снарядом. Вероятность уничтожения или поражения цели равна произведению вероятности попадания на коэффициент наносимого повреждения, взятый из закона поражения. В книге не указывается порядок получения закона поражения и установления для определенной цели коэффициента повреждения, а без разрешения этих вопросов нельзя полностью определить действительность оружия.

Для бомбардировочной авиации разбираются примеры бомбардирования цели сериями бомб или последовательными заходами

со сбрасыванием одной бомбы, а также выбора способа бомбометания подводных лодок. Материал раздела не имеет прямого отношения к исследованию операций, но, поскольку действительность стрельбы артиллерии и эффективность бомбардировочных ударов авиации влияют на успех операции, авторы в общем виде изложили задачи для исследований при определении качеств вооружения. Раздел носит сжатый теоретический характер, особенно по артиллерии; по авиации даны некоторые примеры из практики.

Опыт второй мировой войны, как указывается в книге, ставил перед войсками много новых вопросов, возникавших ввиду появления либо нового вооружения, либо новой тактики со стороны противника. Немедленный ответ, вообще говоря, должны были находить сами войска, столкнувшиеся в бою с новым вопросом, но это оказывалось недостаточным. Методы исследования операций позволяли проводить необходимый анализ по тем вопросам, с какими встречались войска, и давать рекомендации о мерах и контрмерах, а также оценку эффективности действий. В книге выделяются вопросы, разрешенные группами исследований, например, выбор маневра для кораблей, подвергавшихся атакам японских самолетов; меры против торпедирования подводных лодок подводными лодками противника; групповые действия подводных лодок; расположение патрулей воздушного прикрытия относительно главных сил на море. Выделен в отдельный теоретический раздел вопрос о проведении пробных тактических действий в боевых условиях и принятии мер и контрмер на основе анализа действий своих и противника. Имеется пример аналитического решения, но без практических выводов, касающийся тактики действий подводной лодки, проходящей узкий и длинный пролив, и самолета-разведчика, ищущего лодку в этом проливе. Составлены уравнения, определяющие надежную тактику для обеих сторон, но авторы заявляют, что еще нет методики для получения решений и они не овладели техникой решения подобных математических задач. На практике, конечно, задача была как-то решена, но в книге ответа нет.

Читателей заинтересует описание длительной борьбы между немецкими подводными лодками и союзнической авиацией в выборе радиолокационных средств для обоюдного обнаружения и тактики действий при меняющихся технических возможностях разведки.

В числе вопросов, на которые обращают внимание сами авторы, приводится требование практических тренировок для личного состава боевых частей, даже за счет времени непосредственных боевых действий. Авторы критикуют тех авиационных командиров, которые не хотят считаться с влиянием на результаты боевых действий подготовленности личного состава и его систематической тренировки.

Если объединить материалы по выбору критерия эффективности и анализу тактических действий, то получится раздел с наибольшим количеством конкретных решений и примеров действий флота, подводных лодок, авиации, с наименьшим количеством сложных математических решений. Этот вывод говорит о том, что простой

математический аппарат в целом ряде случаев позволяет проводить исследования и получать решения.

Глава IV книги, в которой разбираются случаи, когда критерии эффективности, определенные статистическим или аналитическим путем, могут быть использованы в операциях стратегического масштаба, носит название «Стратегическая кинематика». Судя по содержанию главы, это название имеет целью предупредить о сложном характере исследований, приводящем по аналогии с механикой, к определению законов передачи движения в таком сложном механизме, как война.

Первые два-три примера касаются расчета потребностей в вооруженных силах и не выходят за рамки обычных подсчетов; примеры представляют интерес, поскольку дело касается конкретных случаев из практики второй мировой войны.

Основное содержание главы составляет анализ уравнений Ланчестера, которые появились после первой мировой войны и имели целью определить аналитически ход боя, т. е. определить в каждый промежуток времени число потерь и число оставшихся бойцов обеих сражающихся сторон; уравнения Ланчестера касались сражений эпохи античных войн и периода появления огнестрельного оружия и предусматривали одинаковое вооружение каждой стороны. Авторы, предупредив об ограниченности области применения этих уравнений, составляют систему дифференциальных уравнений хода войны и представляют несколько вариантов решений. Таким образом методы исследования операций распространяются дальше и переходят от более или менее однородных операций к войне в целом.

По мысли авторов, следует установить единицы для измерения вооруженных сил путем установления эквивалента между корпусами, армиями, авиационными соединениями, кораблями и включить эти единицы и их эквиваленты в дифференциальные уравнения. Эти уравнения являются общими в математическом аппарате и используются при анализе в любой области науки — при изучении хода химических реакций, при изучении хода борьбы биологических видов и др. Решение хода войны с помощью уравнений является настолько грубым упрощением (на это обращают внимание и авторы), что ожидать совпадения с действительностью, конечно, нельзя. Исследование тактических операций было обусловлено их повторяемостью и возможностью проверить на опыте некоторые показатели. Ведение войны и стратегической операции нельзя отнести к действиям, имеющим характер множественности или повторяемости, и поэтому применение методики исследования однородных операций к исследованию хода войны следует считать только попыткой сравнить получаемые с помощью этой методики результаты с действительностью.

Дифференциальные уравнения не содержат, конечно, «скрытых мыслей», или не обладают «мыслительными способностями», а решение их не заменяет творческой работы людей, но надо иметь в виду, что дифференциальные уравнения и другие приемы математического анализа помогают в разрешении конкретных задач, по-

ставленных человеком, и имеют своим преимуществом точное следование исходным законам, заложенным в основе принятой системы исследования.

Это положение обязывает развивать методы анализа для сложных зависимостей и готовить нужные кадры.

Выше разбиралось предложение об использовании методов исследования операций для решения стратегических проблем.

Другим предложением по развитию методов исследования является проведение опытных операций как в военное, так и в мирное время. Эти операции должны служить задачам исследования вопросов тактики и вооружения и проводиться в строго контролируемых условиях. Опытная операция должна служить не только целям обучения войск, но и давать подробные данные о качестве техники в боевых условиях и о свойствах операций, подобных опытной. Авторы считают идею опытных операций новой, способной дать важные результаты не только в военное, но и в мирное время. Предлагается проводить эти операции как строго научный эксперимент под наблюдением специалистов. Подчеркивая это обстоятельство, следует указать, что авторы проводят определенную линию на отделение научных работников от работников штабов, считая последних недостаточно сведущими в вопросах науки и техники; эта линия находит свое подтверждение в том, что, как указывается в книге, сама исследовательская группа может лучше всего решить, какую задачу следует ставить при организации опытной операции и ее исследовании. Если при исследовании боевых операций задачу группе ставило командование, то в опытной операции авторы отдают приоритет научным работникам.

Идея о проведении опытных учений не является новой; во многих армиях, в том числе и объединенной армии НАТО, проводятся опытные учения и маневры. Ряд опытных учений, по определению авторов, подходит под рубрику войсковых испытаний нового вооружения или техники, и общие положения о таких учениях известны.

Является спорным отстранение военного командования от организации и руководства опытными учениями. Очевидно, авторы, руководители групп исследования во время войны, натолкнувшись на несколько неприятных, но памятных случаев во взаимоотношениях со штабами или, выполняя волю ведущих монополистических групп, решили вести линию на закрепление позиций людей науки и техники в общем руководстве при ведении войны.

Эта идея не нова и нашла свое подтверждение, в частности, в выступлении английского маршала Монтгомери в США перед студентами Калифорнийского Университета в 1954 г.

Изучение материала книги об опытных операциях наталкивает на необходимость более глубокого анализа опытных учений, предусматривающего выбор критерия эффективности, проверку качеств вооружения и показателей подготовки личного состава.

Издание предлагаемой книги «Методы исследования операций» происходит в то время, когда мы у себя решаем очередные задачи совершенствования социалистического производства на базе высшей

техники, улучшения планирования и управления, повышения экономической эффективности во всех отраслях народного хозяйства.

Поскольку книга касается основ научного планирования и управления, содержит сведения о методах по исследованию организованной деятельности, является необходимым ознакомить с нею инженеров, плановиков, экономистов и руководителей. По содержанию конкретного материала — примерам и обсуждениям — книга представляет большой интерес для военных — оперативных работников, офицеров штабов и инженеров.

Не все приемлемо для нас в этой книге, о чем сказано в предисловии при разборе ее содержания, но это не отражается на характере поставленных вопросов.

Задачи научного прогноза всегда возникают в большей или меньшей степени в любой области жизни и поэтому нашей задачей является обеспечить себе такое положение, при котором мы могли бы учитывать все в большем количестве факторы, влияющие на изучаемую область деятельности, и научиться управлению и руководству с меньшим влиянием на них случайностей.

Москва, 15 октября 1955 г.

А. Ф. Горохов

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРОВ

По справедливости эта книга должна была бы либо вовсе не носить имен ее авторов, либо эти имена должны были бы быть довольно многочисленны. Отдельные части книги были написаны различными лицами во время второй мировой войны или непосредственно после ее окончания. Авторы, подписавшие книгу, собрали все материалы, пересмотрели их в свете последних достижений науки, несколько расширили отдельные части с целью сделать более понятным весь материал, добавили главу об организации исследования операций и связали отдельные части так, чтобы они представляли собой, как они надеются, единую логическую систему.

Авторы были членами Группы Исследования Операций американского флота, и, естественно, поэтому большая часть примеров в книге взята из работы именно этой группы, хотя и были сделаны попытки включить в книгу материалы других групп. В издании книги принимали участие многие сотрудники, которые обсуждали и критиковали текст; в их числе были работники других групп как американской, так и английской армии.

Во время войны большинству ученых и многим военным специалистам не были известны цели, методы и успехи исследований операций по причинам их секретности и потому своевременно не могли быть ими оценены по достоинству. Если мы не хотим, чтобы этот ценный опыт был утрачен, мы обязаны сделать доступным для читателей хотя бы его часть. Это особенно важно еще и потому, что методы исследования операций, как мы уверены, найдут значительное применение в условиях мирного времени.

В первом издании, сразу по окончании войны, эта книга была выпущена секретной. Впоследствии по соображениям, изложенным выше, книга была рассекречена после замены нескольких иллюстрирующих примеров. Первая и последняя главы книги были полностью переработаны с целью отобразить применение последних достижений по исследованию операций невоенного характера.

За последнее время наблюдается возрастающий интерес к технике исследования операций в промышленности и других областях хозяйства. Об этом можно судить хотя бы по организации «Комитета по Исследованию Операций» при Национальном Исследовательском Совете США (U. S. National Research Council) и «Клуба Исследования Операций» в Лондоне, а также по учреждению спе-

циальных курсов исследования операций в ряде американских университетов.

Мы надеемся, что настоящее издание книги «Методы исследования операций» вызовет такой же интерес со стороны промышленных, торговых и других гражданских и государственных кругов и принесет им такую же пользу, как это имело место при первом секретном издании для кругов военных.

Вашингтон, апрель 1950 г.

Филипп М. Морз, Джордж Е. Кимбелл

ГЛАВА I

ВВЕДЕНИЕ

«Исследование операций» представляет собой научный метод, дающий в распоряжение военного командования или другого исполнительного органа количественные основания для принятия решений по действию войск или других организаций, находящихся под его управлением. Исследование операций как официально признанная деятельность впервые появилось во время второй мировой войны для удовлетворения нужд вооруженных сил. Вначале в качестве названия этой деятельности применялись термины: «анализ операций», «оценка операций» или «оценка систем вооружения». Хотя методы и техника подхода к таким вопросам были известны и ранее и даже иногда применялись в работе правительственных, промышленных и военных организаций под различными названиями, однако систематическое и широкое применение эти методы получили впервые в вооруженных силах. Тем не менее, как показывает послевоенный опыт, примеры, приведенные в этой книге, и, как прямо указано в определении предмета, методы исследования операций могут помочь находить правильные обоснованные решения не только в военной, но и в любой другой области. После четырехлетнего опыта войны и последующих четырех лет мирной деятельности большинство специалистов сходитя на определении, данном в первых строках этой главы.

§ 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЯ «ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ»

Сначала мы укажем на некоторые прямые выводы из приведенного выше определения, затем сошлемся на несколько примеров применения методов, и наконец, посвятим остаток главы обсуждению техники, организации исследования операций и подбору для этого личного состава.

Прежде всего, исследование операций есть научный метод и представляет собой организованную деятельность с более или менее определенной методикой подхода к новым проблемам и нахождению конечного решения. В прошлом многие представители исполнительных органов применяли некоторые из приемов, описанных ниже, для того, чтобы обосновать и проверить свои решения; военные штабы также использовали некоторые свои приемы, «деловые»

эксперты» * в свою очередь руководствовались рядом выбранных ими методов. Однако термин «научный метод» подразумевает нечто большее, чем применение от случая к случаю определенной методики; он имеет в виду признанную и организованную деятельность, применимую к целому ряду задач и приспособленную к тому, чтобы быть предметом обучения.

1. Прикладная наука

Исследование операций используется исполнительным органом: командующим войсками, заместителем директора промышленного предприятия по коммерческой части или руководителем правительственного учреждения. Исследование операций является поэтому прикладной наукой, применяющей все известные научные методы для решения специфических проблем, являющихся в данном случае основой для принятия решения исполнительным органом. Как мы увидим далее, исследование операций использует математику, хотя оно и не является отраслью математики. Исследование операций часто способствует введению нового оборудования, но не является дополнением к деятельности лаборатории, разрабатывающей новое оборудование. Подобно тому, как строитель использует механику для того, чтобы построить мост, при исследовании операций используются различные технические приемы как средство для помощи ответственному исполнителю. Исследование операций не следует, видимо, причислять к инженерным наукам, ибо последние занимаются разработкой и производством оборудования, в то время как исследование операций связано с его использованием. Инженер является советчиком строителя или производителя оборудования (вооружения), в то время как работник исследования операций является советчиком того, кто это оборудование (вооружение) применяет.

Следующим важным моментом в определении является слово «количественный». Оно уже подразумевалось в понятии «научный метод», однако заслуживает особого упоминания. Некоторые особенности почти любой операции могут быть выражены в числах и сравнены с соответствующими числами другой операции. Именно эти особенности и могут быть подвергнуты научному изучению.

Выражение «основа для решений» подразумевает то обстоятельство, что количественные оценки и критерии не являются исчерпывающими данными для принятия решения командующим. На него могут оказывать влияние многие важные факторы, которые невозможно выразить числами: политико-моральное состояние, привычки и обычаи и т. п. За командующим остается право и обязанность учесть указанные факторы вместе с количественными данными, которые он получит от группы исследования операций, для того, чтобы принять окончательное ответственное решение. Задачей

* «Деловыми экспертами» (Efficiency Experts) называются в США агенты, которые инспектируют малоодоходные или убыточные предприятия и дают рекомендации по улучшению их деятельности. (Прим. переводчика).

работников группы исследования операций является представление количественной оценки положения в наиболее понятной форме с указанием, если это возможно, на те стороны, не поддающиеся количественному выражению, которые должны быть учтены при принятии решения командующим. Сам работник исследовательской группы не принимает решения за командира и не может его принимать.

2. Отделение исследования операций от функций командования

Весьма существенно, чтобы права и деятельность работников исследования операций не смешивались с функциями командования; опыт прошедших десяти лет подчеркивает важность этого положения. Опыт показывает, например, что лицо, хорошо подготовленное в области исследования операций, в значительной степени теряет свои качества исследователя, если его поставить на место командира (при этом он может оказаться хорошим командиром).

Необходимость принятия решения в отношении данной операции ставит командира в некоторое противоречие с необходимостью быть на научной и непредвзятой точке зрения, обязательной для исследования операции. Правильное использование групп исследования операций в интересах командования предусматривает их содружество, требующее с обеих сторон взаимного доверия и уважения их прав.

Поскольку задачей исследования операций для принятия решения является представление обоснованных количественных данных, то, как нетрудно видеть, существенной стороной дела является та форма, в которой эти данные представляются. Любая научная работа включает в себя доведение ее результатов до других работников и исполнителей. В данном случае результаты работы используются не для научных работников и таким образом задача исследования не может считаться решенной, пока она не доведена до командующего в такой форме, которая действительно оказала бы ему помощь в принятии решения.

Слово «операция» в заголовке книги и в определении само нуждается в определении. Этот термин специфичен для военного дела и может применяться в невоенных областях лишь в определенном смысле. Полное определение мы сможем дать лишь несколько позже, а сейчас отметим только некоторые особенности этого термина. Термин «операция» до некоторой степени подразумевает многократность или повторяемость какого-либо действия или же части действия. Это становится все более верным для современных условий, когда в операциях участвуют не только люди, но и машины. Многократность, или повторяемость, есть то самое свойство операции, которое дает возможность подвергнуть ее научному изучению. Часто повторяемость и черты сходства между отдельными операциями или их частями вовсе не являются очевидными. Найти черты сходства в явлениях, которые кажутся несходными, выделить эти черты и подвергнуть их количественному изучению — все это

входит в задачу научного исследования. Этот прием весьма характерен для исследования операций.

Последние слова определения — «находящихся под его управлением» — снова подчеркивают прикладное значение этой отрасли науки, имеющей дело по преимуществу с насущными для командования задачами. Группа исследования операций не должна быть в оперативном подчинении старшего лица по линии исследований как в военной, так и в гражданской организации. Она должна иметь прямой личный контакт с лицом, осуществляющим командование, с тем чтобы задачи группе ставил сам командующий и чтобы результаты исследований непосредственно сообщались ему для использования.

Обязанности личного состава в штабах вооруженных сил определены более четко, чем в гражданских организациях. Исследование операций должно, очевидно, входить в число обязанностей штаба. Специальная группа исследователей должна быть сколь возможно малочисленной и все вопросы со штабом должны решаться в большинстве случаев путем личного контакта. Исследования не обязательно должны быть кратковременными. В любом вопросе исследования операций может возникнуть необходимость провести длительную работу. Здесь, как и во всякой исследовательской работе, усилия должны непрерывно направляться к определенной цели. Очень часто сама исследовательская группа может лучше всего решить, является ли определенная исследовательская работа необходимой для решения поставленной задачи или нет, как это бывает обычно при любых научных исследованиях.

3. Начальное развитие

Сейчас может показаться, что в сущности нет причин, по которым исследование операций могло бы оказаться в гражданских организациях менее полезным, чем в вооруженных силах, и почему, собственно, основным приложением оказалось военное дело. Легко, однако, проследить, почему применение методов исследований операции развивалось главным образом в военном деле. Во время войны на карту были поставлены человеческие жизни и национальная независимость, в то время как в мирные дни дело касается всего лишь денег и прибыли. Стало быть во время войны необходимость развития исследования операций стала очевидной, а нужда в ученых для новой области науки очень настоятельной. Этому способствовало то, что в военное время имеются большие возможности мобилизации сил в нужном направлении, чем в мирное время. Надо учесть, что создание новой области прикладной науки требует почти столько же творчества и научной инициативы, как и создание новой отвлеченной области науки. В настоящем случае на начальной стадии оказалось необходимым участие самых крупных ученых — исследователей. Естественно, что те же ученые оказались бы весьма полезными и на последующих этапах работы, но в мирное время они обычно заняты более важной для них науч-

ной работой и неохотно приняли бы участие в создании новой области прикладной науки. Быть может, только во время крупных войн создаются благоприятные сочетания потребностей в научных силах и желания у ученых принять участие в работе. Требования к научной квалификации и к исследовательским способностям в области исследования операций весьма высоки.

4. Значение исследования операций

Ценность исследования операций была доказана во время войны и поэтому сейчас в армиях как США, так и Великобритании существуют постоянные группы исследования операций, прикрепленные к планирующим и оперативным группам высших штабов. Интересную, одобрительную оценку исследованиям операций дал адмирал Е. Дж. Кинг в своем заключительном донесении 8 декабря 1945 г.:

«Сложность средств и методов современных военных действий требует точной оценки всех мер и контрмер, проводимых на каждом этапе как нами, так и противником. Научные исследования могут не только ускорить разработку и производство оружия, но помочь также и в обеспечении эффективности его применения. Применение специалистами учеными научных методов по улучшению ведения военно-морских операций и использованию техники получило название «исследование операций». Специалисты, участвующие в исследовании операций, являются экспертами, непосредственно консультирующими флоты по использованию сил и вооружения. Для успеха деятельности экспертов они должны работать под руководством командиров, планирующих и проводящих операции, и находиться с ними в тесном личном контакте.

Последняя война, больше чем все предыдущие, отличалась борьбой одних технических средств против других. Например, немецкие подводные лодки были вынуждены пересмотреть свою тактику после того, как мы применили радиолокаторы на противолодочных самолетах, и мы в свою очередь были вынуждены изменить нашу тактику и радиолокационное оснащение, чтобы противостоять новой тактике противника. В подобной обстановке быстрых смен техники явное преимущество получает та сторона, которая действует быстрее и раньше, чем противник успеет усовершенствовать свою тактику и оружие. Исследование операций, привлекающее науку для анализа меняющихся технических мер и контрмер, позволяет ускорить в критических случаях нашу реакцию».

Со времени войны исследование операций применялось, с неизменным успехом, в различных отраслях хозяйственной и государственной деятельности. Поскольку эта отрасль науки развивается и далее, ее основы требуют расширения, а ряды ее деятелей — пополнения. Содержание этой книги отвечает задаче обрисовать технику проведения исследования операций, дать первое пособие студентам новой специальности и показать на примерах пользу применения исследований. Большая часть примеров взята из военной

практики, поскольку они раньше появились и раньше обсуждались. Читателю будет нетрудно усмотреть связь этих примеров со случаями применения исследований невоенного характера. Повидимому, следующие пять лет работы в этой области принесут такое же количество примеров из практики гражданских организаций.

§ 2. НЕКОТОРЫЕ ПРОСТЫЕ ПРИМЕРЫ

Прежде, чем перейти даже к предварительному обсуждению техники и организации исследования операций, не лишним будет привести несколько примеров его применения. Эти примеры выбраны не по значимости или ценности полученных результатов, но лишь ради иллюстрации положений, развиваемых в этой главе. Другие примеры будут приведены по мере их необходимости.

1. Пересмотр использования оборудования

Первый, простой до тривиальности, пример касается очереди солдат, которая возникала после обеда у лоханей для мытья котелков. Сотрудник группы исследования операций в первый же день после прибытия в часть обратил внимание на то, что солдатам приходится долго стоять в очереди к лоханям для мытья и полоскания котелков. Всего стояло четыре лохани: две для мытья и две для полоскания. Исследователь обратил внимание на то, что каждый солдат в среднем употреблял втрое больше времени на мытье, чем на полоскание. Он предложил старшине заменить две лохани для мойки и две для полоскания на три лохани для мойки и одну для полоскания. Это было исполнено; в результате очередь к мойке не просто уменьшилась, а в большей части случаев вообще более не образовывалась.

Этот пример, как бы он ни был тривиален, иллюстрирует целый ряд положений, уже упомянутых в первом разделе. Во-первых, решение, когда оно уже стало известно, представляется до нелепости простым; всякий мог бы предложить его и кажется странным, что для того, чтобы его найти, потребовались услуги ученого. Возможно, что направление мысли ученого в сторону вопросов пропускной способности создало предпосылку для того, чтобы увидеть возможность решения и задать правильные вопросы. В данном случае правильный вопрос относился ко времени, проводимому солдатами у каждой лохани.

Во-вторых, следует заметить, что улучшение положения было достигнуто без использования дополнительного оборудования. Лохани были только переставлены и никакого дополнительного оборудования не потребовалось.

В-третьих, важно отметить, что результаты наблюдения за очередью и предложения по ее устранению были адресованы лицу, которое было в состоянии принять меры и приняло их. Несомненно, что солдаты, стоявшие в очереди, могли делать и, возможно, делали, те же замечания, что и исследователь. Если это так, то

очевидно, что эти предложения не дошли до ответственного лица и таким образом положение не было исправлено.

Еще одно интересное замечание, к которому мы вернемся ниже, относится к результату принятых мер. Теоретически, замена двух лоханей для мойки и двух — для полоскания на три для мойки и одну для полоскания должно повысить пропускную способность на 50%. Однако, в результате очередь практически исчезла; иначе говоря, полученная выгода оказалась больше ожидаемой. Очередь имеет свойство, интересное с точки зрения исследования операций: чем длиннее очередь, тем быстрее она удлиняется. Многие явления и операции имеют то же свойство развиваться в неблагоприятную сторону. Например, автострада может легко пропускать усиленный воскресный поток автомашин до тех пор, пока не произойдет какой-нибудь случайности, которая вызовет кратковременное замедление движения. Как только движение замедлилось, образуется затор. Некоторые из наиболее удачных применений исследования операций относятся именно к изучению явлений такого рода. Хотя такие явления и представляют собой нелинейные процессы*, они тем не менее позволяют производить необходимые вычисления обычными математическими методами с помощью теории вероятности, изложенной во второй главе.

2. Изменения в установках, регулирующих действие механизмов, и пересмотр количества средств, участвующих в операции

В приведенном выше примере решение могло быть найдено квалифицированным специалистом в короткое время; вообще говоря, эту задачу мог бы решить любой вдумчивый человек, который дал бы себе труд подумать над ее постановкой и решением. Во многих случаях, однако, прежде чем задача будет поставлена и найдено ее решение, требуется затрата гораздо больших сил, знаний и технических средств. Для примера, который приведен дальше в п. 8 § 4 гл. III, в котором указывается на увеличение процента потопления подводных лодок только путем изменения установки взрывателя глубинных бомб, потребовалось детальное изучение вероятностей поражения лодки, а также знание физических свойств взрывателей глубинных бомб. И в этом примере было получено удвоенное улучшение результата, без существенного изменения оборудования, простым изменением установки взрывателя. Если бы попытались достичь того же результата увеличением заряда или улучшением прицелов, то для этого потребовались бы годы разработок и миллионы долларов вложений в производство вооружения.

Решение об увеличении размеров караванов судов и полученное в результате снижение потерь, разобранные также далее в п. 2 § 2 гл. III, дает еще один пример существенного улучшения результата, достигнутого без замены оборудования, только путем измене-

* Под понятием «нелинейного» подразумевается процесс, в котором отсутствует пропорциональность между причиной и результатом. (Прим. ред.).

ния способов его использования. Здесь также потребовались некоторые знания относительно свойств судов на стоянке в порту и в составе каравана для того, чтобы уяснить, что увеличение размеров каравана не вызовет сопутствующих вредных явлений. Работник группы исследования операций не обязательно должен быть экспертом в отношении разбираемой операции (слишком глубокое знакомство с подробностями может иногда даже повредить), но он должен иметь достаточную техническую подготовку, чтобы понимать основные черты операции, математические способности, достаточные для проведения необходимого анализа и, что важнее всего, некоторую непредвзятую любознательность, которая всегда должна быть присуща научно-исследовательскому работнику.

В последнем случае исследования предпринимались по рекомендации лица, ответственного за конвоирование судов. Это лицо имело возможность проверить на практике ценность рекомендованных решений. Те же рекомендации, но врученные не по адресу, не принесли бы пользы, так как не могли бы быть пущены в дело.

Интересно отметить тот факт, что во многих случаях большая часть задачи оказывается решенной как только бывает установлен критерий оценки эффективности операций. Рассматривая списки потерь судов, можно было установить, что при больших размерах караванов в среднем за одну атаку бывало потоплено то же число судов, как и при малых размерах караванов; не задумавшись, можно было составить заключение, что увеличение размеров караванов не дает уменьшения потерь. Однако целесообразность решения об увеличении размеров караванов стала неоспорима, как только стало ясно, что правильным критерием является процент потерь судов, пересекающих океан. Во многих случаях выбор подходящей меры эффективности операции является самым главным вопросом при анализе. Иногда этот выбор оказывается весьма трудным (так, например, что может служить правильной оценкой качества организации движения на дорогах: снижение числа несчастных случаев или увеличение грузопотока или же отношение этих двух величин?); в таких случаях в решении вопроса должно помочь командование.

3. Определение зависимости результатов операции от условий ее проведения

Нужно отметить также, что в ряде случаев для исследования операций часто оказывается необходимым применять не только наблюдение, но и эксперимент. Его задачей является улучшить проведение операций в будущем на основе анализа прошлых операций. При изучении конвоирования судов имелось достаточно материалов о потерях караванов различного состава, чтобы составить предварительное заключение. На основе этих материалов было показано, что при больших размерах караванов процент потерь должен быть меньше. Для проверки выполнения этого прогноза оказалось возможным провести испытание. Когда результаты испытания под-

твердили прогноз, рекомендация была введена в повседневную практику.

Для того, чтобы уловить зависимость исхода операции от различных условий или параметров операции, в исследовании операций широко используется наблюдение над случайными отклонениями от средних условий — над флюктуациями (колебаниями) — в ходе операций; примеры этого будут неоднократно приводиться ниже. Подчас оказывается возможным получить удивительно интересные результаты при умелой статистической обработке казалось бы малоценных сведений. Приведем пример из области торговли. По очевидным соображениям, для оценки деятельности данного магазина желательно знать, какой процент от общего количества проданных в городе за неделю или за месяц товаров падает на долю этого магазина. Зная эту цифру, мы получаем объективный критерий полезности торговых мероприятий — рекламы и т. п. Однако, сохранение коммерческой тайны (которую временами хранят так же строго, как и военную тайну) не позволяет знать абсолютные размеры сбыта конкурентов. В печати публикуется только отношение полного количества товаров, проданных за неделю или за месяц, к количеству, проданному за тот же срок за прошлый год. Абсолютные величины не публикуются, иначе задача была бы простой, а печатаются только относительные цифры. Публикуются также относительные данные за текущий и предыдущий месяцы. Из этих данных, решая систему уравнений, содержащих понедельные и помесечные отношения, можно вычислить количества проданных товаров в городе за каждый месяц и каждую неделю с каким-то общим, постоянным и одинаковым для всех результатов коэффициентом. Если бы однажды определить тем или иным способом этот коэффициент, то в дальнейшем из публикуемых данных можно получать приблизительные числа общего сбыта товаров в городе по неделям и месяцам, а поскольку сбыт данного магазина известен, то нетрудно получить и долю этого магазина в общей продаже. Однако из публикуемых данных невозможно вычислить нужный постоянный коэффициент.

Было замечено, что за последние пять лет иногда случались ошибки в публикуемых данных. Эти ошибки исправлялись и исправления, касавшиеся итогов относительного сбыта, опубликовывались. Так как значения ошибок бывают известны, а поправку в публикуемых отношениях можно было установить из печати, исследователь мог по этим данным подсчитать с достаточной точностью искомый постоянный коэффициент и таким образом решить задачу. После этого можно было знать, какая часть из общего сбыта в городе приходится каждую неделю на долю магазина.

В других задачах может оказаться, что случайных отклонений недостаточно для того, чтобы судить о зависимости хода операции от тех или иных параметров. В этих случаях приходится идти на искусственное временное изменение того или иного параметра, если только это допустимо, чтобы установить на опыте влияние такого изменения. Решение о внесении изменений такого рода в условия

операции весьма ответственно и часто его должен принимать старший командир. До тех пор, пока неизвестно, к каким результатам может привести это изменение, величина изменения должна выбираться минимальной.

В сложной серии операций с противорадиолокационными средствами, о которых будет идти речь в § 3 гл. V, часто применялись подобные изменения тактики. С целью выяснения влияния на результат операции применялось полное выключение радиолокационных станций, периодическое их выключение и т. д. При изучении движения по дорогам некоторые из их участков искусственно сужались (расширять дороги было бы значительно труднее) для изучения влияния этой меры на прохождение транспорта. При этом считалось, что с достаточно хорошим приближением малые изменения параметров дают пропорциональные или линейно зависимые изменения результатов; в соответствии с этим считалось, что уменьшение потока при сужении дороги должно быть связано простой зависимостью с увеличением потока, которое имело бы место при расширении дороги. Этот прием малого изменения параметра обсуждается подробнее ниже. В примере с сужением дороги, как и в некоторых других, должна быть внесена поправка на свойство нарастания очереди, о котором упоминалось выше.

4. Проблема постановки задачи

Часто случается, что основным достижением исследователя является умение выявить и поставить задачу. В пункте 4 § 4 гл. III приведен случай, когда было почти решено, что не имеет смысла ставить зенитные орудия на коммерческие суда, поскольку эти орудия как правило не сбивают самолетов. Потребовались услуги исследователя для того, чтобы показать целесообразность установки и использования таких орудий, которые хотя и не сбивают самолетов, но тем не менее настолько уменьшают точность бомбометания, что число потоплений коммерческих судов заметно снижается. И здесь решающим явился выбор критерия.

Недавние исследования деятельности коммерческих предприятий заставили обратить внимание на тот факт, что рекламные объявления предприятия доходят по преимуществу до клиентов, которые удовлетворены работой предприятия. Статистическое изучение показывает, что такая реклама себя оправдывает. Было, однако, также указано, что довольные покупатели не нуждаются, быть может, в таком количестве рекламы и, вероятно, более важным является выяснение вопроса о том, почему некоторые покупатели превращаются из довольных в недовольных и почему случайные покупатели не становятся регулярными покупателями. Возможно, что для оценки полезности рекламы нужно применять иной критерий, чем тот, который применялся до сих пор, но изучение этого вопроса еще не закончено.

5. Нахождение критического параметра

Изучение зависимости хода и результатов операции от различных входящих в нее параметров должно ставиться так, чтобы можно было бы определить, какой из параметров при его изменении сильнее влияет на конечный результат. Любая операция зависит от большого числа параметров; в первом приближении маловажные из них должны быть отброшены, чтобы они не мешали исследованию операций. Иногда теоретическое изучение отдельных сторон операции и статистическое изучение прошлых операций приводят к выводу, что важными оказываются те параметры, которые ранее представлялись не имеющими значения. При исследовании деятельности одного коммерческого предприятия, продававшего товары по почте и имевшего клиентами главным образом провинциальные семьи с малым доходом, было замечено, что число отказов в получении посылок наложенным платежом сильно зависит от времени, истекшего между моментом заказа и получения посылки с товаром. Очевидно, в этих случаях свободные деньги у клиентов имелись лишь в течение некоторого «среднего свободного времени», по истечении которого они расходовались либо по нужде, либо по забывчивости. Если заказ не приходил за то время, пока имелись деньги, последние оказывались истраченными и посылка возвращалась. На основании этого наблюдения работа фирмы была реорганизована, что привело к заметному снижению числа отказов.

Конечной целью исследования операций является выяснение их закономерностей, умение предсказать характер будущих операций и добиться новых, лучших результатов внесением соответствующих изменений. Регистрация прошлых операций или объяснение их не является целью; в этом отношении исследование операций отличается от обычного статистического анализа. В только что приведенном примере простая зависимость между числом отказов и временем, прошедшим между заказом и доставкой, дала возможность снизить число отказов путем уменьшения обслуживаемой территории или ускорения доставки. Однако для того, чтобы добиться более существенных результатов и, так сказать, удлинить «среднее свободное время», необходимо прежде уяснить подробнее эту зависимость с точки зрения влияния как экономических, так и психологических причин.

Яркий пример того, насколько важно хорошо понимать детали операций, представляет собой задача поиска подводной лодки с самолета. Для того, чтобы полностью освоить решение задачи по визуальному обнаружению подлодок с самолета, оказалось необходимым построить новую теорию поиска, потребовавшую серьезного применения математики, а также изучить на опыте некоторые физиологические и психологические проблемы. Теперь, когда это сделано, оказывается возможным предсказать результаты не только для поиска подлодок, но и для других сходных задач. Ниже встретится немало примеров, показывающих, насколько важно полностью понимать ход операции в свете физики, математики, биологии и физиологии.

6. Математический анализ

В ряде случаев, прежде чем получить возможность предсказывать ход операции, приходится проделать некоторое количество математических вычислений. Об этом уже говорилось в связи с задачей о розничной торговле. В настоящее время проводится работа по изучению движения автобусов по городу, в которой приходится применять весьма обширный математический аппарат. В работе изучались как линейные, так и круговые маршруты и выяснялись уже упоминавшиеся явления накопления очередей. Ряд задач в главах IV и V требуют применения математического анализа. Разумеется, математические методы являются только средством достижения цели и если бы существовали более простые средства, можно было бы обойтись без математики.

В одних случаях для решения задачи достаточно арифметических подсчетов. В других же — сложность операции настолько велика, что требует применения сложного математического аппарата, а в ряде случаев — даже современных счетных машин. В большинстве же случаев из числа тех, где исследование операций принесло наиболее значительные результаты, математический аппарат не был сложным или трудным для понимания, оставаясь в то же время убедительным и не очень отвлеченным. Обычно до начала исследования решение задачи не было известно даже в общих чертах; это имело место не потому, что решение задачи было сложным, а потому, что не было правильного подхода к задаче и ее правильной постановки.

7. Требования секретности

Интересно отметить, что в подавляющем большинстве случаев из числа упомянутых в этой книге как военного, так и гражданского характера исследование велось секретно и секретность сохранялась в течение некоторого времени после того, как было принято решение и предприняты определенные действия. «Истинные» мотивы того или иного действия, как это хорошо известно историкам, будь то мотивы логического или эмоционального характера, часто должны быть скрыты или замаскированы и потому могут оказаться утраченными навеки для истории, хотя само действие и его результаты могут быть известны довольно подробно. Причиной данного явления является тот факт, что операция обычно имеет характер соревнования; кроме того, необходимо учитывать также вопросы морали и личного престижа. Эти вопросы играют роль как в военных, так и в гражданских действиях и операциях. Вопросы секретности, определяемые военным термином «военная тайна», всегда встречаются на пути исследователя операций в любой области и исследователь должен быть готов подходить к этим вопросам разумно, а не эмоционально. По этой причине многие очень поучительные примеры исследования операций никогда не появятся в открытой печати. В приведенных ниже примерах некоторые детали опущены по тем же причинам.

§ 3. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Обсудив вопрос о том, что такое исследование операций, и дав несколько простых примеров техники и результатов исследований, мы можем перейти к более подробному обсуждению методов и организации исследований. Обсуждение будет вестись по преимуществу применительно к армии; повидимому, переход к гражданским организациям не потребует особых пояснений.

Методология этой новой отрасли науки зависит, конечно, от характера данных, являющихся предметом изучения; обычно оказывается, что точные числовые данные относительно весьма сложного явления имеются лишь в малом количестве. Таким путем задачи исследования операций по своему характеру приближаются скорее к типу задач биологии или экономики, чем к задачам физики, где данные относительно несложных явлений имеются в изобилии. Процесс исследования операций не должен детально копировать методы, применяемые для других наук, необходимо вырабатывать собственную методику, исходя из характера задач и материальных средств. Целью исследований является нахождение способов для улучшения результатов ведущейся или планируемой операции. Для этого изучаются выполненные ранее операции, устанавливаются факты, вырабатываются теории, объясняющие эти факты и, наконец, факты и теории используются для того, чтобы предвидеть заранее ход будущих операций и найти средства улучшить их результаты. Это позволяет наилучшим образом использовать приобретенный ранее опыт.

1. Статистические методы

Наиболее важным математическим аппаратом исследования операций является теория вероятностей и статистика. Данные, на которые опирается исследование, добываются в большинстве случаев посредством статистического изучения операций. Однако данные по ранее проведенным операциям не равноценны данным эксперимента, так как обычные операции протекают вне научного контроля. Данные носят характер случайных наблюдений, а не систематического экспериментирования; при этом примитивные методы подсчета могут привести к серьезным ошибкам.

Статистический анализ плодотворен только в том случае, когда над операцией произведено большое число однородных по характеру наблюдений. По этой причине исследование операций дает результаты прежде всего в тех случаях, когда отдельные операции многочисленны, просты и приблизительно однородны. Таким условиям отвечает, например, бомбометание по цели заданного типа, так как большая часть этих операций проводится в сходных метеорологических условиях и сходных условиях противодействия противника. Выше уже упоминались другие примеры подобного типа — продажи товаров и движения транспорта по дорогам.

Однако, когда мы переходим к более сложным операциям военного или гражданского характера, число случаев оказывается ма-

лым, сложность — высокий и исход операций зависит от большого числа независимых причин. При изучении случаев в таких условиях исследование операций замедляется. Тем не менее и эти сложные операции могут быть с некоторой точки зрения изучены и в ряде случаев по ним удастся составить полное представление о ходе событий. Из сказанного ясно, что такие операции, например, как морское сражение надводных судов или бой пехотных частей, представляют собой, вообще говоря, весьма трудную задачу для их исследования в период развертывания. К решению можно приступать только тогда, когда разобраны и глубоко поняты более простые задачи, упомянутые выше. Стратегия и тактика в общем смысле всегда останутся искусством, однако исследование операций может оказать им существенную помощь, давая средство для увеличения успеха, примерно так же, как изучение физиологии улучшило искусство врачевания.

2. Полевые группы, сбор данных

Для ускорения и улучшения сбора данных чрезвычайно желательно присутствие квалифицированного исследователя насколько возможно ближе к месту проведения операции. В мирное время это не представляет затруднений, но в военных операциях часто бывает рискованным. Это было очень трудным во время первой мировой войны, прежде всего потому, что при широком размахе операций наблюдатель, желавший видеть детали операции, неизбежно превращался в участника событий. Во время второй мировой войны вопрос несколько упростился главным образом за счет появления на вооружении самолетов. Во всех сражениях, в которых участвовали воздушные силы, данные собирались наблюдателем, расположенным на передовом аэродроме, путем опроса участников операции, только что возвратившихся с поля боя. Из опыта известно, что ценные сведения о бое может получить технически подготовленный исследователь от участников боя сразу же после его окончания, т. е. из первых рук.

Другой важной задачей полевой группы является проверка полноты полученных данных. Поскольку члены группы хорошо разбираются в свойствах получаемых данных, они в состоянии обеспечить необходимую полноту донесений и своевременность их доставки центральной группе, которая будет обрабатывать данные. Кроме того, они должны следить за тем, чтобы сведения, сообщаемые участником операции, были по возможности «безвредны» для него самого. Они должны также на месте, из первых рук, устанавливать степень надежности отдельных сведений, что невозможно обычно сделать впоследствии из штаба или центральной группы.

Материалы полевой группы наблюдателей отсылаются центральной группе исследований вместе с результатами их предварительной обработки. В центральной группе сосредотачиваются данные со всех участков и производится их дальнейшая обработка и сравнение. Необходимость тесной связи между полевыми группами

и центральной группой очевидна. Обычно члены центральной группы проводят часть времени на местах, чтобы ближе познакомиться с деталями и обстановкой изучаемой операции.

3. Ограниченность данных

Наблюдения при исследовании операций всегда носят статистический характер. Поскольку операцией нельзя полностью управлять как научным экспериментом, суждение о причинах успеха или неуспеха часто может быть вынесено только на основании сравнения большого числа одинаковых операций и нахождения статистическими методами результата изменения той или иной черты обстановки. Это накладывает некоторое ограничение на полезность статистического исследования, поскольку пределы естественных вариаций обстановки обычно невелики. Как только вырабатывается некоторый успешный тактический прием в проведении операции, так становится ясным, что поборники этой тактики будут стремиться возможно меньше отклоняться в отдельных операциях от привычного среднего поведения. В соответствии с этим данные об операциях могут служить (с применением вариационных методов) для определения влияния на результат операции только малых изменений обстановки.

Результаты подобных вариационных методов исследований очень полезны, так как часто показывают, что противник (а в других случаях — клиент или конкурент) реагирует качественным изменением своих действий на количественные мероприятия с нашей стороны. Однако изучения малых отклонений не всегда достаточно. В ряде случаев интерес представляет не малое изменение тактических приемов, а совершенно новая система действий, «мутация» операций. По результатам вариационных исследований новую систему действий предсказать бывает подчас невозможно, так как экстраполяция должна производиться в слишком широких пределах и не может ограничиваться линейным приближением. В таких случаях для выяснения вопроса можно воспользоваться широким математическим разбором всей операции или же ограничиться разбором обстановки совместно с участниками операции.

4. Недостатки индивидуальных суждений

Нужно всегда иметь в виду, что сведения, сообщенные несколькими десятками участников операции, представляют весьма шаткое основание для серьезных суждений. Участники редко правильно оценивают случайные события и это обстоятельство, к сожалению, часто упускается из вида. Они часто хорошо помнят обстоятельства, произведшие на них сильное впечатление и забывают или упускают из вида прочие; поэтому любое мнение всегда оказывается неосознанно односторонним. Более ценными и более достойными регистрации являются действия участников в ходе операции или эксперимента. Всегда следует иметь в виду необходимость

непредвзятого и неограниченного знания фактов, а не мнений или суждений. Военнослужащие (как, впрочем, и большинство других лиц, не получивших строгой научной подготовки) часто переоценивают важность личных суждений в ущерб фактам. Часто задают вопрос: «зачем вам нужно непременно быть свидетелем операции, если такой-то может вам все о ней рассказать»? Весь опыт научных исследований за последние три столетия говорит о том, что подобной точки зрения следует избегать, если нужно получить результаты, имеющие научную ценность. По этой причине данные анкетных опросов* имеют лишь ограниченную ценность, так как они отражают только мнения отдельных лиц, а не факты и не действия.

Статистический анализ прошлых операций есть жизненно необходимая часть исследования операций, однако он имеет свои пределы и в ряде случаев должен заменяться другими видами научного подхода.

5. Опытные операции

В некоторых случаях для исследования операций может применяться экспериментальный метод. Можно, например в операции намеренно изменять выбранные условия, а затем ими управлять. Для этой цели чаще всего используются маневры, организованные так, чтобы можно было получить количественные данные о действии подразделений в ходе операции. Опытные маневры бывает нелегко организовать так, чтобы они явились действительным объектом измерений, а не просто упражнениями для войск. Следует проводить больше таких маневров и, исходя из этого, быть может, наиболее плодотворным родом деятельности групп исследования военных операций в мирное время является организация и изучение такого рода тактических экспериментов.

Хотя опытные маневры и происходят обычно в упрощенных условиях по сравнению с боевой обстановкой, это не означает, что ценность их снижается. Следует только помнить, что для получения численных данных маневры должны быть организованы весьма тщательно. Опытные маневры уже явились ценным источником численных данных при изучении операций; организация подобных маневров в будущем и притом в большом числе является весьма желательным. Важно также развивать дальше технику планирования тактических экспериментов и методов получения численных данных. Эти вопросы подробно обсуждаются в гл. VIII.

6. Аналитические методы

Исследование операций должно также включать и чисто теоретические, отвлеченные методы исследования. В самом деле, если эта отрасль науки должна развиваться наравне с другими, то ее зада-

* Анкетные опросы („Public opinion polls“) среди населения часто проводятся в США различными рекламными организациями и фирмами или органами печати по самым разнообразным вопросам (Прим. переводчика).

чей является выработка в возможно короткий срок общей математической теории явлений на основании собранных данных. Эта цель так же законна для «наук о жизни» (среди которых исследование операций занимает скромное место), как и для физических наук. Хотя в нашем случае это представит большие трудности. Работы Халдана Б. С. [2], Фишера Р. А. [3] и др. показали, насколько плодотворны чисто теоретические методы в генетике. Некоторая работа в теоретическом плане была проделана и в исследовании операций по поводу стратегического распределения сил: о них сообщается в гл. IV.

Важным моментом, который входит во все теоретические выводы в работах по тактике и стратегии, а также по промышленной и коммерческой деятельности, является соревнование противостоящих сил. Это обстоятельство принципиально отлично от работы механической системы, которая однозначно реагирует на любое воздействие. Работы Фон-Неймана и Моргенштерна [4] показывают, что процесс соревнования может быть описан математически и притом вполне удовлетворительно. Некоторые стороны этой работы рассмотрены в главе V.

Хотя в настоящее время чисто теоретический анализ в стратегии и тактике ограничивается лишь грубо приближенным разбором отдельных сторон операции, это совсем не означает, что подобные исследования в конечном итоге имеют ограниченное практическое значение. Теоретические построения любой науки всегда начинаются с изучения до предела упрощенных частных случаев. Только после окончания этой части работы и проверки ее практикой можно вводить последующие осложнения и изучать случаи, имеющие большой практический интерес. Нам кажется убедительным следующее сравнение с механикой: «механическая проблема свободного падения тела представляет собой очень простую задачу, но именно изучение этого простого факта и его сопоставление с астрономическими наблюдениями продвинуло механику далеко вперед».

7. Обзор методов

Общий ход познания в исследовании операций совершенно аналогичен любой другой отрасли науки; отличие состоит только в предмете изучения. Сначала собираются данные о прошедших операциях данного типа. Отклонения в результатах операции сопоставляются с отклонениями в условиях проведения операции — параметрами операции — для нахождения между ними зависимостей. Далее предлагаются различные меры оценки эффективности операции в целом с тем, чтобы выбрать из них ту, которая наиболее точно отражает зависимость исхода операции от условий ее проведения и которая оценивает наиболее важные свойства исхода операции. Далее исследование сосредоточивается на тех параметрах операции, которые наиболее сильно, по сравнению с другими, влияют на ее исход с точки зрения принятого критерия оценки.

непредвзятого и неограниченного знания фактов, а не мнений или суждений. Военнослужащие (как, впрочем, и большинство других лиц, не получивших строгой научной подготовки) часто переоценивают важность личных суждений в ущерб фактам. Часто задают вопрос: «зачем вам нужно непременно быть свидетелем операции, если такой-то может вам все о ней рассказать»? Весь опыт научных исследований за последние три столетия говорит о том, что подобной точки зрения следует избегать, если нужно получить результаты, имеющие научную ценность. По этой причине данные анкетных опросов * имеют лишь ограниченную ценность, так как они отражают только мнения отдельных лиц, а не факты и не действия.

Статистический анализ прошлых операций есть жизненно необходимая часть исследования операций, однако он имеет свои пределы и в ряде случаев должен заменяться другими видами научного подхода.

5. Опытные операции

В некоторых случаях для исследования операций может применяться экспериментальный метод. Можно, например в операции намеренно изменять выбранные условия, а затем ими управлять. Для этой цели чаще всего используются маневры, организованные так, чтобы можно было получить количественные данные о действии подразделений в ходе операции. Опытные маневры бывает нелегко организовать так, чтобы они явились действительным объектом измерений, а не просто упражнениями для войск. Следует проводить больше таких маневров и, исходя из этого, быть может, наиболее плодотворным родом деятельности групп исследования военных операций в мирное время является организация и изучение такого рода тактических экспериментов.

Хотя опытные маневры и происходят обычно в упрощенных условиях по сравнению с боевой обстановкой, это не означает, что ценность их снижается. Следует только помнить, что для получения численных данных маневры должны быть организованы весьма тщательно. Опытные маневры уже явились ценным источником численных данных при изучении операций; организация подобных маневров в будущем и притом в большом числе является весьма желательным. Важно также развивать дальше технику планирования тактических экспериментов и методов получения численных данных. Эти вопросы подробно обсуждаются в гл. VIII.

6. Аналитические методы

Исследование операций должно также включать и чисто теоретические, ствлеченные методы исследования. В самом деле, если эта отрасль науки должна развиваться наравне с другими, то ее зада-

* Анкетные опросы („Public opinion polls“) среди населения часто проводятся в США различными рекламными организациями и фирмами или органами печати по самым разнообразным вопросам (*Прим. переводчика*).

чей является выработка в возможно короткий срок общей математической теории явлений на основании собранных данных. Эта цель так же законна для «наук о жизни» (среди которых исследование операций занимает скромное место), как и для физических наук. Хотя в нашем случае это представит большие трудности. Работы Халдана Б. С. [2], Фишера Р. А. [3] и др. показали, насколько плодотворны чисто теоретические методы в генетике. Некоторая работа в теоретическом плане была проделана и в исследовании операций по поводу стратегического распределения сил: о них сообщается в гл. IV.

Важным моментом, который входит во все теоретические выводы в работах по тактике и стратегии, а также по промышленной и коммерческой деятельности, является соревнование противостоящих сил. Это обстоятельство принципиально отлично от работы механической системы, которая однозначно реагирует на любое воздействие. Работы Фон-Неймана и Моргенштерна [4] показывают, что процесс соревнования может быть описан математически и притом вполне удовлетворительно. Некоторые стороны этой работы рассмотрены в главе V.

Хотя в настоящее время чисто теоретический анализ в стратегии и тактике ограничивается лишь грубо приближенным разбором отдельных сторон операции, это совсем не означает, что подобные исследования в конечном итоге имеют ограниченное практическое значение. Теоретические построения любой науки всегда начинаются с изучения до предела упрощенных частных случаев. Только после окончания этой части работы и проверки ее практикой можно вводить последующие усложнения и изучать случаи, имеющие большой практический интерес. Нам кажется убедительным следующее сравнение с механикой: «механическая проблема свободного падения тела представляет собой очень простую задачу, но именно изучение этого простого факта и его сопоставление с астрономическими наблюдениями продвинуло механику далеко вперед».

7. Обзор методов

Общий ход познания в исследовании операций совершенно аналогичен любой другой отрасли науки; отличие состоит только в предмете изучения. Сначала собираются данные о прошедших операциях данного типа. Отклонения в результатах операции сопоставляются с отклонениями в условиях проведения операции — параметрами операции — для нахождения между ними зависимостей. Далее предлагаются различные меры оценки эффективности операции в целом с тем, чтобы выбрать из них ту, которая наиболее точно отражает зависимость исхода операции от условий ее проведения и которая оценивает наиболее важные свойства исхода операции. Далее исследование сосредоточивается на тех параметрах операции, которые наиболее сильно, по сравнению с другими, влияют на ее исход с точки зрения принятого критерия оценки.

На этой стадии исследования уже можно сделать предварительные выводы, которые могут быть применены и могут принести определенную пользу. В ход операции могут быть внесены опытные изменения условий и результаты опытов использованы для уточнения и расширения ранее полученных данных. На этом этапе исследование уже начинает «окупать себя».

Однако исследование не может считаться законченным до тех пор, пока не будет получена полная ясность относительно зависимости исхода операции от изменения различных ее условий — параметров операции, таких, как перемены в личном составе, вооружении и организации операции. На этой стадии приходится привлекать в помощь математику, физику или биологию. Часто оказывается необходимым провести вспомогательные эксперименты, подробный математический анализ и лабораторные измерения. На основе такого широкого изучения проблемы можно сделать уже более обширные выводы о результатах изменения условий проведения операции. Если все выводы оправдываются на опыте, можно сделать заключение, что закономерности данной операции поняты правильно и что для любых заданных условий теперь можно спланировать операцию наилучшим образом.

Во многих случаях на основе законченной теории можно сделать выводы о необходимости или возможности усовершенствования вооружения. Для использования этих выводов они должны быть сообщены конструкторам вооружения. Такие выводы с точки зрения исследования операций представляют собой побочный продукт, так как основной задачей является улучшение результатов операции при использовании имеющегося вооружения.

В некоторых случаях представляется возможным дать несколько различных оценок успешности операции и поэтому определение, что такое наилучшая операция, будет зависеть от выбора меры или критерия ее успешности. В этих случаях отчет об исследовании должен содержать разбор всех возможных вариантов, изложенных достаточно четко так, чтобы представить командованию возможность решения вопроса о выборе критерия.

Наконец, необходимо подчеркнуть, что решение задачи еще не завершено, если закономерности операции полностью поняты одним только исследователем. Можно считать задачу полностью решенной только тогда, когда анализ и выводы в своей существенной части доведены до командования, поскольку задачей исследования является представление командованию основы для принятия решения. В соответствии с этим существенной частью исследования операций является представление результатов исследования, обычно в виде написанного отчета, иногда же в виде краткого устного сообщения.

Задачей отчета является четкое и понятное изложение количественной стороны операции с указанием критических факторов тех желательных изменений, которые могут привести к улучшению исхода операции. Отчет должен содержать выводы, но не навязыва-

вать предложений или рекомендаций. Отчет является основой для принятия решения, но им не должно подменяться само решение. Иногда это различие оказывается довольно тонким, однако оно всегда очень важно. Очевидно, что исследовательская группа теряет часть своей свободы действий, если она позволит себе присвоить обязанности командования; с другой стороны, командир части утратит свою власть, если он допустит подобное присвоение группой несвойственных ей функций.

8. Общие замечания

Следует еще раз подчеркнуть, что исследователь не должен быть «изобретателем», проводящим большую часть своего времени над проектированием нового вооружения или над усовершенствованием старого. Такого рода деятельность полезна и она также требует к себе внимания специалистов, однако эти обязанности должны выполнять инженеры и ученые, прикомандированные к службам, а не специалисты, приданные оперативным группам, каковыми являются сотрудники группы исследования операций. Исследователь не должен поддаваться соблазну отойти от трудных задач по стратегии и тактике, находящихся на его ответственности, с тем, чтобы заняться более приятным ему делом и «побаловаться» с образцом вооружения нового типа. Подчас случается, что исследователь операций оказывается единственным технически компетентным лицом в оперативной группе и вопрос о модернизации вооружения может быть либо решен им, либо он вообще не будет решен. В таких случаях без «изобретательства» обойтись нельзя. Но исследователь должен всегда при этом помнить, что он выходит из круга своих обязанностей и что это не должно затягиваться надолго. В таком случае следует вызвать представителя технической службы и передать техническую часть работы ему, так как работу по исследованию операций, кроме работника исследовательской группы, больше выполнять некому.

Существенным отличием условий работы по исследованию операций от других видов научной работы является обстановка неотложности. В этих условиях часто оказывается, что предварительные расчеты, основанные на неполных данных, имеют большую ценность, чем более подробные и обстоятельные вычисления, основанные на таких же данных, ибо время не позволяет ждать для принятия нужного решения. Часто существенно важные предложения по улучшению возникают из первого беглого знакомства с новой операцией; последующее подробное изучение приносит с собой лишь небольшой дополнительный результат. Исследователь не должен пренебрегать прикидочными расчетами, так как военные действия (а подчас и промышленная деятельность) не могут ждать подробных исследований; тем не менее подробные исследования должны проводиться для подтверждения предварительных расчетов. Это является лишним доводом в пользу освобождения исследователя от лишних обязанностей и ответственности с таким рас-

четом, чтобы он имел достаточно времени для возможно подробного исследования вопроса еще до момента, когда необходимо принять решение.

§ 4. ЛИЧНЫЙ СОСТАВ И ОРГАНИЗАЦИЯ

Очевидно, что работник исследования операций не должен обязательно являться специалистом какой-либо определенной отрасли науки. Он, однако, должен обладать значительным опытом научно-исследовательской работы, будь он биологом, физиком, математиком или работником какой-либо другой отрасли науки. Основным его качеством должен быть непредвзятый интерес к новым проблемам, который составляет основу исследования операций.

1. Подбор личного состава

Научно-исследовательский работник воспитан так, что он отвергает любое необоснованное утверждение и имеет привычку делать выводы только на основе количественных данных, пусть даже эти данные представляют собой всего лишь грубую прикидку. Это свойство суждений помогает исследователю находить задачи и вопросы там, где их не видят работники штаба. Специальная подготовка исследователя позволяет ему находить основные закономерности, относящиеся к поставленному вопросу и устанавливать принципиальные соотношения, исходя из большого количества разрозненных и с виду противоречивых данных. Он знает, как надо обращаться с числовыми данными и как уберечься от ошибок при их статистической обработке.

Этот особый склад ума, представляющий особую ценность для исследования операций, чаще всего встречается среди физиков, биологов и работников смежных с ними специальностей. Среди математиков, инженеров и экономистов люди с таким складом ума встречаются реже, хотя из этого правила существуют блестящие исключения. От исследователя требуется взгляд на операцию в целом, характерный для любого теоретического исследования. «Изобретатель», который склонен искать решение любой задачи в усовершенствовании оборудования или вооружения, является в роли исследователя операций явно нежелательным.

Выбор сотрудника исследовательской группы определяется не только его способностями к исследовательской работе, но и его личными качествами. Поскольку он обязан доводить результаты своей работы до лиц из числа командования, не обладающих научной подготовкой, он должен уметь излагать свои мысли точно и понятно. Ввиду того, что обстановка работы требует сохранения военной тайны, исследователь обязан уметь повседневно соблюдать это требование в смысле, упомянутом в п. 7 § 2 настоящей главы. Он не должен быть склонен к «тайне ради тайны», однако понимание необходимости секретности и умение повседневно ее сохранять должны быть ему свойственны.

2. Необходимость взаимопонимания между командиром и ученым

Одной из самых важных проблем организации исследования операций является установление рабочего контакта на основе «взаимопонимания» между исследователем и ответственным командиром или администратором. Командир и исследователь выполняют различные обязанности и часто оказываются стоящими на противоположных точках зрения. Исследователь должен быть всегда настроен скептически и не допускать произвольных решений; командир должен принимать решения, часть из которых всегда произвольна и не должен допускать сомнений и скептицизма. Для тесного сотрудничества обоим требуется взаимопонимание и взаимное доверие, чтобы извлечь все возможные выгоды из совместной работы.

Поскольку теперь указанные психологические трудности известны заранее, их можно предусмотреть и преодолеть в будущем. Во время войны такие трудности часто мешали, так как с ними не считались заранее. В основном нужно убедить командира в том, что ученый может ему помочь принимать решения, а ученого — в том, что ответственное лицо одно — командир — и только он может принимать решения и отвечать за них.

Обычно первой реакцией командира на прибытие исследователя является заявление, что он — командир — приветствует помощь ученого, но что, повидимому, в его подразделении или части задачи для исследования отсутствуют. Далее следует период подозрительности и нетерпения, когда исследователь подвергает критическому разбору деятельность командира. Для того, чтобы убедить командира, что к нему не просто придираются, когда оценивают эффективность проведенных им операций, требуется большой такт.

На этом этапе деятельности следует принять строгие меры, чтобы не допустить распространения сведений о критической оценке деятельности командира (оценке, необходимой для научного анализа) среди личного состава штаба и части. Как только будут достигнуты первые положительные результаты и командир убедится на деле, что критика принесла реальную пользу, так сейчас же, обычно, прекращается даже самая решительная оппозиция. Со временем командир полностью осознает возможности группы исследований и начинает сам ставить перед ней задачи, без побуждения со стороны группы. Это продолжается обычно до смены командира и прихода нового, с которым приходится срабатываться заново.

Порой возникает подозрение, что исследователь пытается присвоить себе право командования воинской частью. Чаще всего это случается, когда результаты исследования сильно расходятся с убеждениями командира. Такое подозрение может быть преодолено только тогда, когда и командир и исследователь поймут, что результаты исследования операций есть только часть того материала, из которого складывается окончательное решение. Во всякое ответственное решение входит много соображений, которые не могут быть выражены в количественной форме (или по крайней мере — не мо-

гут на сей день). Знание этих качественных сторон и умение их учитывать есть неотъемлемое качество командира, которое не входит в обязанности исследователя.

3. Возможные применения в мирное время

Очень часто подобная оппозиция, на первых порах, имеет место и со стороны правительственных или промышленных администраторов. Если преодолеть оппозицию, то исследование операций может принести такую же пользу в решении задач мирного времени, какую оно приносило на войне. Так же, как и в военных делах, разумеется, некоторые операции дают по результатам более заметные улучшения, другие — менее. Так, например, проблемы уличного движения или движения по дорогам весьма благоприятны для исследований, так как данные по ним получать относительно легко и имеется много возможностей вводить экспериментальные изменения условий операции (не слишком резкие) для изучения их влияния на результат.

В отличие от этого планирование городов, проектирование жилых построек, и развитие коммунальных услуг требуют данных, которые трудно получить; решение вопросов сильно зависит от местоположения построек, рельефа местности и других частных обстоятельств. Эксперименты в этой области весьма затруднены, если не невозможны. Однако, проблемы жилищного строительства и планирования городов имеют настолько важное значение, что исследование операций в этой области должно быть начато. Остановка здесь только за тем, чтобы появилась соответствующая административная власть, которая могла бы принимать решения и выполнять их; без административной власти исследование операций останется только академическим упражнением.

Исследование операций в области телефонной связи не встречает затруднений, поскольку управление телефонной сетью в значительной мере централизовано. Исследование операций в этой области уже существует несколько лет под именем «техники систем связи» («Systems Engineering»). Исследование операций в области отопления и вентиляции зданий было бы в значительной степени бесполезным, так как раздробленный характер явлений затрудняет собирание данных и делает практически невозможным воплотить в действительность любое предложение. (Вопрос из этой области, на который представляло бы интерес получить ответ, формулируется примерно так: «если в ближайшем будущем снова начнется война, какое из видов отопления — угольное, нефтяное или электрическое — получит распространение в жилых домах на северо-востоке Соединенных Штатов?»). Исследования операций в области уличного движения могли бы привести к изменению конструкции автомобилей, однако конкуренция в автомобильной промышленности крайне затруднит внедрение таких изменений.

Все эти соображения подчеркивают очевидный факт, что исследование операций приносит пользу только тогда, когда оно приме-

няется к действительным операциям, и что содружество ученого и администратора, лежащее в основе деятельности, требует авторитетного администратора для плодотворного содружества с ученым. Исследование операций, проводимое в отрыве от административных мероприятий, превращается в пустое упражнение. Для того, чтобы приносить пользу, исследование операций должно быть подкреплено повторной проверкой фактами и находиться под давлением ежедневных нужд живого дела. Иначе исследование операций скорее можно будет назвать отвлеченной теорией, чем конкретной прикладной наукой.

ГЛАВА II

ВЕРОЯТНОСТЬ

Теория вероятности является той отраслью математики, применение которой наиболее полезно при исследовании операций. На исход почти всех военных действий влияют в той или иной мере элементы случайности, причем влияние таких элементов обычно бывает значительным; очевидная неизбежность этого становится ясной только после анализа результатов нескольких аналогичных действий или операций. Важно знать, насколько исход действий или операций может отклониться от некоторого ожидаемого среднего значения, а также и то, насколько это ожидаемое среднее значение зависит от переменных величин, влияющих на ход боевых действий. При анализе материалов о ходе той или иной боевой операции, часто являющихся весьма скудными и отрывочными, необходимо бывает определить вероятность того, что в следующих операциях будут иметь место условия, аналогичные условиям рассматриваемой прошедшей операции. Теория вероятности является неотъемлемой частью как многих задач анализа, так и чисто статистических задач.

В этой главе будут кратко рассмотрены те положения теории вероятности, которые наиболее широко используются при исследовании операций, а также будет приведен ряд примеров, поясняющих основные положения этой теории.

В § 1 гл. V детально рассматриваются специфические методы решения задач с помощью методов математической статистики, а в главах VI и VII читатель ознакомится с некоторыми применениями теории вероятности к задачам анализа. Для более полного знакомства с теорией вероятности читатель может использовать книги, указанные в библиографическом указателе.

§ 1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Весьма часто совокупность причин, которая приводит к тем или иным определенным результатам, бывает настолько сложна, что не позволяет точно предсказать, какой именно из возможных результатов будет иметь место в данном конкретном случае. Так, например, при подбрасывании монеты, вообще говоря, принципиально возможно проанализировать силы, действующие на монету,

установить законы движения монеты, вызываемые воздействием на нее этих сил, и тем самым предсказать, упадет ли монета лицевой или тыльной стороной вверх. Практически же никто не принимался за попытку проведения такого расчета.

При стрельбе из орудия по цели также теоретически возможно указать точное место падения снаряда, но проведение таких расчетов требует такого крайне точного знания характеристик орудия, снаряда, начальной скорости и атмосферных условий, какое реально осуществить невозможно.

В примере, когда новая монета подкидывается наугад, нельзя заранее утверждать, какой стороной — лицевой или тыльной, она ляжет вниз. В этих случаях говорят, что падение монеты лицевой или тыльной стороной вниз равновероятно. Также равновероятно выпадение одной из цифр с 1 по 6 при подбрасывании симметричной шестигранной игральной кости.

Такое определение равновероятности нескольких событий является основным с точки зрения теории вероятности. Оно не является, конечно, точным определением, но мы прибегаем к нему, как к самоочевидному интуитивному понятию. В ряде случаев (как, например, при подбрасывании монеты или игральных костей) мы приходим к заключению о равной вероятности событий, исходя из условий симметрии.

В других случаях к этому заключению можно придти на основании анализа предыдущих опытов. Так, например, если из орудия стреляли большое количество раз и разрывы отклонялись от цели влево и вправо равное количество раз, можно сказать, что отклонения как вправо, так и влево равновероятны.

На основе понятия о равной вероятности событий можно рассмотреть понятие о случайности явлений. Предположим, что на линии конечной длины выбирается наугад местоположение точки. Если при этом положение точки на любом из многих равных отрезков, на которые разбита данная линия, является равновероятным, можно сказать, что положение точки выбрано случайно. Например, если хорошо сбалансированное колесо сильно раскрутить и затем остановить путем медленного его торможения, то точка окружности колеса, остановившаяся против неподвижной отметки, будет являться случайной. Случайное распределение точек может быть получено также путем вынимания из урны листочков бумаги с нанесенными на них цифрами 0, 1, 2 9 (возвращая при этом листочек после каждого вынимания) и записи результата в виде десятичной дроби. Эта дробь соответствует вероятности положения случайной точки на отрезке единичной длины. Пример случайной последовательности чисел приведен в таблицах I и II (стр. 292—294).

Можно также говорить о случайно выбранной точке не только на линии, но и на площади и в объеме, т. е. в пространстве, имеющем больше чем одно измерение. Так, например, можно говорить о случайном выборе точки на данной площади, если при делении площади на два одинаковых участка положение выбранной точки будет на любом из этих двух участков равновероятно.

1. Вероятность

Если теперь рассмотреть положение, при котором может возникнуть любое из некоторого числа событий (не обязательно равновероятных), то можно сравнить вероятность появления одного из этих событий с вероятностью того, что точка, выбранная наугад на линии, будет лежать внутри данного отрезка линии. Действительно, линия может быть разделена на ряд отрезков таким образом, что каждый отрезок будет соответствовать одному из возможных событий; тогда вероятность каждого события и вероятность положения случайно выбранной точки на соответствующем отрезке линии будут равны.

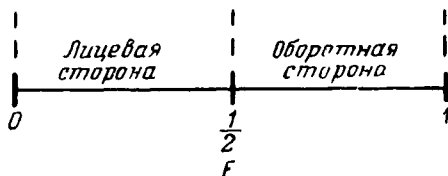


Рис. II.1. Сравнение результатов случайного выбора точек на линии и подбрасывания монеты.

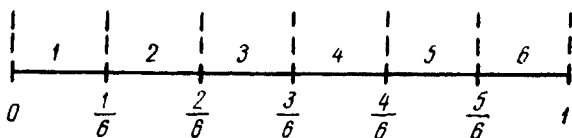


Рис. II.2. Сравнение результатов случайного выбора точек на линии и выбрасывания игральной кости. Каждая $1/6$ часть линии соответствует выпадению одной из граней кости.

Таким образом, рассматривая пример с подбрасыванием монеты, мы можем сравнить вероятность падения монеты лицевой или оборотной стороной с вероятностью того, что точка, выбранная случайно на линии, будет лежать на правом или левом ее отрезке. Это показано на рис. 1. Для случая с игральными костями линия должна быть разделена на отрезки, как показано на рис. 2.

При наличии действия, при котором происходит то или иное событие, можно сказать, что длина отрезка, соответствующая каждому возможному событию, измеренная в долях длины всей линии, принятой за единицу, определяет вероятность этого события. Так вероятность падения монеты лицевой стороной вверх равна $1/2$, а вероятность падения игральной кости цифрой 3 вверх равна $1/6$.

Из этого определения вытекает несколько теорем относительно вероятности событий: вероятность того, что одна или другая группа возможных событий будет иметь место, равна сумме вероят-

ностей всех возможных событий; сумма вероятностей всех событий равна единице; если p — вероятность некоторого события, то вероятность того, что это событие не будет иметь места, равна $1 - p$ и т. п.

2. Функции распределения

Указанные выше определения могут быть применимы и для случаев, когда возможное событие характеризуется непрерывно меняющейся величиной.

Рассмотрим следующий пример. Пусть вращается длинный, закрепленный в центре стержень. Требуется узнать вероятность того, что, когда стержень придет в состояние покоя, он (или его

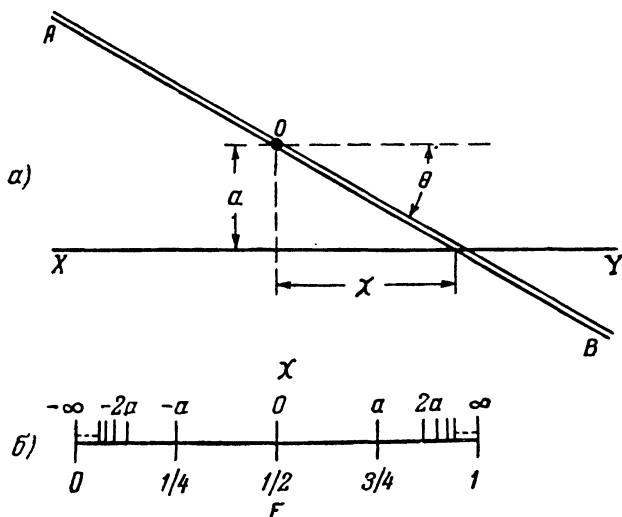


Рис. 11.3. Стержень AB вращается относительно точки O и останавливается под углом θ к линии XU , пересекая в точке x эту линию (а). Шкала соотношений между x и $F = 1 - \theta/\pi$ (б).

продолжение) будет пересекать данную линию на участке определенного отрезка (рис. 3,а). Предположим, что XU — линия, а AB — стержень, укрепленный в точке O , расстояние которой от линии XU по перпендикуляру равно a . Пусть x — расстояние точки пересечения линии от основания перпендикуляра, опущенного из точки O на линию XU . Если θ — угол, образованный стержнем и линией, проходящей через точку O параллельно линии XU , то случайное значение θ при вращении стержня будет лежать в пределах от 0 до π . Величина x будет определяться следующей формулой:

$$x = a \operatorname{ctg} \theta. \quad (1)$$

Так как θ может иметь любое случайное значение в пределах от 0 до π , то $F = (\pi - \theta)/\pi$ принимает* случайные значения между 0 и 1 и

$$x = -a \operatorname{ctg}(\pi F). \quad (2)$$

Эту зависимость можно изобразить графически способом, приведенным на рис. 1 и 2. Для этого надо взять линию единичной длины и нанести на нее одну равномерную шкалу для переменной величины F и вторую для соответствующего значения x . Этот чертеж изображен на рис. 3,б. Вероятность, что x лежит между двумя некоторыми значениями x_1 и x_2 равна длине соответствующего отрезка на этой линии. Арифметически это равно $F_2 - F_1$, откуда вероятность равна:

$$P = F_2 - F_1 = -\frac{1}{\pi} \operatorname{arccctg}\left(\frac{x_2}{a}\right) + \frac{1}{\pi} \operatorname{arccctg}\left(\frac{x_1}{a}\right). \quad (3)$$

Из предыдущей задачи видно, что имеется два основных вида переменных. Это справедливо не только для рассматриваемого нами частного случая, но и для общих случаев.

Основную переменную можно назвать с теоретической точки зрения случайной переменной; эта переменная будет иметь любое значение (в определенных пределах) с равной вероятностью. Внимательное изучение рассматриваемой проблемы показывает, что случайное событие соответствует случайному выбору.

Переменная второго вида, стохастическая переменная x , является зависимой от случайной переменной, т. е. случайный выбор ξ будет определять величину x . Стохастическая переменная является величиной-аргументом, которую мы определяем экспериментальным путем. Можно считать, что x является функцией ξ , причем для всех значений ξ и x сохраняется определенное соотношение.

Для удобства анализа стоящей перед нами задачи выберем начало отсчета и масштаб измерения для случайной переменной такими, чтобы значение ξ лежало в пределах от 0 до 1. Это можно выполнить, применяя при преобразовании случайной переменной постоянные значения, которые эта переменная принимает на границах интервала. Когда выбор сделан, значения, найденные для ξ в процессе многих испытаний, будут распределяться более или менее равномерно в интервале 0 и 1 (в пределе, когда количество опытов стремится к бесконечности, могут иметь место все возможные значения ξ от 0 до 1).

Если переменную ξ , которая теперь определена в виде величины, изменяющейся от 0 до 1, представить в виде функции от x , то можно написать

$$\xi = F(x); \quad 0 \leq \xi \leq 1. \quad (4)$$

* Выражение $(\pi - \theta)/\pi$ выбрано вместо более понятного выражения θ/π для того, чтобы сделать x возрастающей, а не убывающей функцией F . $F = (\pi - \theta)/\pi$ — вероятность пересечения линии стержнем.

Эта функция $F(x)$ такова, что процесс выбора величины аналогичен случайному выбору значения ξ в пределах 0 и 1. Поэтому $F(x)$ называется функцией распределения переменной. Вероятность того, что x лежит в интервале от x_1 до x_2 составляет $F(x_2) - F(x_1)$.

Для бесконечно малого интервала dx , расположенного у точки x , вероятность того, что стохастическая переменная лежит в этом интервале, может быть найдена из следующей формулы (используя разложение в ряд Тейлора):

$$F(x + dx) - F(x) = (dF/dx) dx.$$

Функция $f(x) = dF/dx$ носит название плотности вероятности в точке x . Обычная трактовка вероятности в континууме принимает плотность вероятности в качестве основного понятия.

Однако, при работе со статистическими данными использование $f(x)$ приводит к определенным трудностям и неточностям, присущим численному дифференцированию. Этого можно в значительной степени избежать, если вместо $f(x)$ использовать $F(x)$. (Кроме того, если $F(x)$ является прерывной функцией, определение плотности вероятности не является простой задачей).

Посмотрим, как это применимо к рассматриваемой задаче. В ней θ является случайной переменной, возможные значения которой лежат в пределах от 0 до π , а x есть стохастическая переменная, причем $x = a \operatorname{ctg} \theta$. Масштаб и начало отсчета θ можно изменить таким образом, чтобы получить новую случайную переменную, меняющуюся в пределах от 0 до 1, т. е. $(\pi - \theta)/\pi$. Эта новая случайная переменная, взятая как функция стохастической переменной x , является функцией распределения для x :

$$F(x) = -\frac{1}{\pi} \operatorname{arccotg}\left(\frac{x}{a}\right).$$

Плотность вероятности определяется, следовательно, следующей формулой:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{a}{x^2 + a^2} \right).$$

Другой пример, соответствующий задаче, представляющей больший практический интерес и рассматриваемой ниже, взят для случая поиска кораблем цели. Предположим, что дозорный корабль, находящийся в точке O (рис. 4), движется с постоянной скоростью в направлении, указанном стрелкой. Искомый объект (спасательная лодка, вражеский корабль и т. п.) находится где-то в океане; для упрощения решения задачи примем, что объект не перемещается. Для облегчения задачи предположим также, что если искомый объект попадет в окружающую корабль зону с радиусом R , то он будет обнаружен. Это предположение только незначительно расходится с реальным условием поиска и может быть применимо для ряда случаев. Задача, подлежащая решению, такова: найти вероят-

ность того, что искомый объект будет находиться в момент его обнаружения под определенным направлением α относительно судна.

Используя при решении задачи законы механики, можно предположить, что в данном случае не корабль движется относительно океана, а наоборот — океан движется относительно стоящего на месте дозорного корабля вдоль параллельных дорожек, показанных на рисунке. Тогда искомый объект будет также двигаться вдоль одной из этих дорожек, скажем той, которая расположена на расстоянии l от дозорного корабля. Нетрудно заметить, что, если местонахождение искомого объекта является случайным, то в момент его обнаружения значение l будет случайной величиной, лежащей в пределах от $-R$ до $+R$.

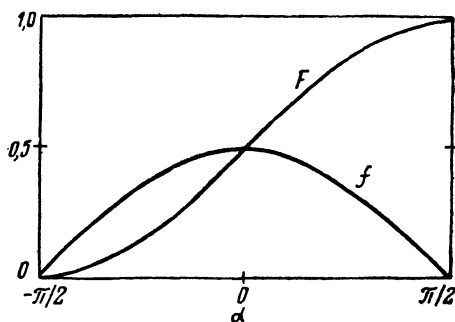
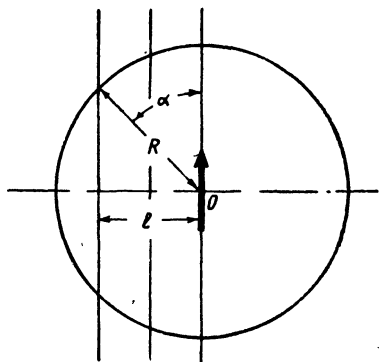


Рис. II.4. Вероятность того, что искомый объект будет обнаружен под относительным азимутом α . Функция распределения обозначена через F , плотность вероятности — через f .

Отсюда, следовательно, можно сделать вывод, что так как все значения l (в пределах от $-R$ до $+R$) равновероятны, то l является случайной переменной. Угол α , который должен быть найден экспериментальным путем, является стохастической переменной, соотношение которой со случайной переменной l определяется формулой $l = R \sin \alpha$. Изменим теперь случайную переменную таким образом, чтобы ее возможные значения находились в пределах от нуля до единицы, т. е.

$$\xi = \frac{R+l}{2R}; \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad \text{когда} \quad -R \leq l \leq R.$$

Для этих условий функция распределения будет определяться выражением

$$F(\alpha) = \frac{R + R \sin \alpha}{2R} = \frac{1}{2}(1 + \sin \alpha).$$

Вероятность того, что искомый объект будет обнаружен под азимутом, значение которого лежит в пределах между α_1 и α_2 (где $-\pi/2 < \alpha_1$ и $\alpha_2 < \pi/2$), составит

$$F(\alpha_2) - F(\alpha_1) = \frac{1}{2}(\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1).$$

В частности, вероятность того, что объект будет замечен в секторе, ограниченном углами α и $\alpha + d\alpha$ (т. е. будет обнаружен «под азимутом α » в элементарном секторе $d\alpha$), составляет

$$f(\alpha) d\alpha = \frac{1}{2} \cos \alpha d\alpha.$$

Величина $f(\alpha) = \frac{1}{2} \cos \alpha$ является плотностью вероятности.

Кривые, характеризующие $F(\alpha)$ и $f(\alpha)$, вычерчены на рис. 4.

Из приведенных формул видно, что в том случае, когда сделанные нами предположения (равная для всех направлений бдительность наблюдателей, обнаружение всех объектов происходит на дальности R) имеют место на практике, обнаружение более вероятно в передней, по ходу судна, четверти, чем в любом другом направлении так как $f(\alpha)$ в данной области имеет наибольшее значение. Кроме того, из этих формул можно также установить, что ограничение поиска только пределами передней четверти уменьшают вероятность обнаружения искомого объекта примерно только на 30%. (В рассматриваемом здесь примере это ограничение является не тем, которое нужно было бы сделать, т. е. два наблюдателя, ведущие обзор в противоположных направлениях, будут обнаруживать, повидимому, все цели, которые могут заметить наблюдающие во все стороны наблюдатели. Однако рассмотрение этого вопроса не входит в круг рассматриваемой нами сейчас задачи).

Функция распределения может быть применима как к непрерывным стохастическим переменным, так и к дискретным. При подбрасывании, например, игральной кости, переменная x — число очков, имеющих на гранях игральной кости, и функция распределения F , связаны между собой соотношениями.

$x=1$	$0 \leq F < 1/6,$	$x=4$	$3/6 \leq F < 4/6,$
$x=2$	$1/6 \leq F < 2/6,$	$x=5$	$4/6 \leq F < 5/6,$
$x=3$	$2/6 \leq F < 3/6,$	$x=6$	$5/6 \leq F \leq 1.$

Необходимо отметить, что x является однозначной функцией F (хотя и разрывной), в то время как F не является однозначной функцией x . Попытка выразить в этом случае плотность вероятности $f = dF/dx$ путем дифференцирования функции F по x встречает определенные математические трудности, которые здесь не рассматриваются.

В каждой задаче теории вероятностей мы сталкиваемся с одним или несколькими испытаниями. Это относится к оценке результатов стрельбы, к определению эффективности глубинного бомбометания, к выявлению вероятности перехвата истребителем вражеского самолета, к оценке возможности нахождения патрульным самолетом вражеского корабля и многим другим задачам. В каждом случае мы интересуемся исходом испытания (или испытаний), оценка которого выражается обычно в численных величинах.

Этой искомой численной величиной может являться дальность разрыва снаряда относительно орудия, глубина взрыва глубинной бомбы или продолжительность времени, необходимого для обнаружения вражеского корабля. В некоторых случаях ответ может быть дискретным; иногда нас могут интересовать только такие вопросы, будет ли сбит истребитель вражеским самолетом или нет, сойдет ли истребитель самолет противника или ни тот, ни другой самолет не будут сбиты.

Эти численные значения, которые могут меняться от опыта к опыту, являются значениями, называемыми стохастическими переменными x . Обычно нас интересует или определение вероятности получения различных значений этой величины при различных испытаниях, или определение среднего значения этой величины при большом числе испытаний.

В значительном количестве случаев вероятности и средние значения могут быть определены только экспериментально путем выполнения большого количества испытаний. В ряде других случаев, аналогичных, например, случаям, описанным в этой главе, возможно произвести полную оценку условий, влияющих на исход операции, и предсказать с помощью математического анализа ожидаемое значение стохастической переменной для будущих испытаний. Такой анализ возможно проводить при значительно большем числе случаев, чем можно ожидать при первом знакомстве с этим методом исследования; кроме того, в еще большем количестве случаев можно производить приближенный анализ возможных исходных операций, что обычно дает удовлетворительный результат.

3. Функции распределения многих переменных

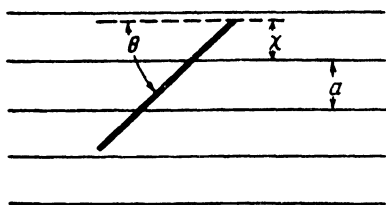
Для более сложных случаев подсчет вероятности события требует применения больше чем одного переменного. Эти сложные задачи могут быть решены методами, полностью аналогичными тем, которые изложены в предыдущем параграфе, с той лишь разницей, что значения функции распределения соответствуют в этом случае не случайно выбранным на линии точкам, а точкам, случайно расположенным либо на некоторой площади, либо в определенном объеме, либо в пространстве, имеющем большее число измерений.

В качестве примера рассмотрим случай с бросанием пары игровых костей. Результат каждого броска может быть представлен, используя описанный в предыдущем разделе метод, в виде случайной переменной F_1 для одной игральной кости и F_2 для второй. При совместном броске двух костей мы можем произвести объединенный выбор F_1 и F_2 путем случайного выбора точки в пределах квадрата, в котором F_1 и F_2 являются двумя координатами точки. Такой квадрат изображен на рис. 5. Он разделен на 36 маленьких квадратов, каждый из которых соответствует определенному возможному результату одновременного бросания пары костей. Так как каждый из этих квадратов имеет площадь, равную $1/36$ (пло-

щадь большого квадрата принимается равной единице), то вероятность любого результата равна $1/36$. Также легко найти вероятность получения некоторой определенной суммы при выбрасывании обеих костей. Так, например, сумму двух цифр, составляющих 7, находим в шести квадратах, отсюда можно сказать, что вероятность получения суммы семь равна $6/36$ или $1/6$.

В качестве второго примера мы можем рассмотреть следующую задачу. Имеется лист бумаги, на котором начерчены параллельные линии, расположенные одна от другой на расстоянии a . На этот лист бумаги кидается наугад игла, имеющая длину l . Требуется определить вероятность, что игла пересечет 0, 1, 2... линий. На рис. 6 приведена типовая схема опыта с иглой. Примем, что x — расстояние по перпендикуляру от одного конца иглы до первой линии, пересекаемой иглой, а через θ обозначим угол, образуемый иглой с линией, параллельной нанесенным на бумагу линиям. Подсчет количества линий, пересекаемых иглой, приведен в нижеследующей таблице:

$l \sin \theta$ по длине находится в пределах между	Количество пересекаемых линий
$x + a$ и $x + 2a$	2
x и $x + a$	1
$x - a$ и x	0
$x - 2a$ и $x - a$	1
$x - 3a$ и $x - 2a$	2



а)

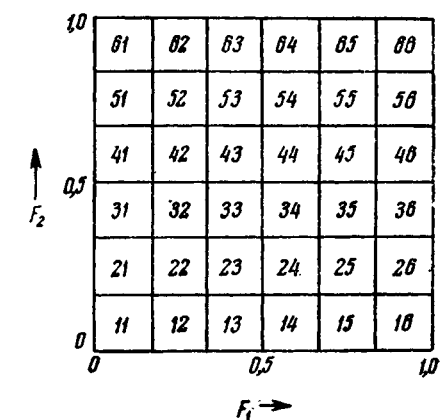


Рис. 11.5. Графическое представление вероятности событий для случая двух переменных (две игральные кости).

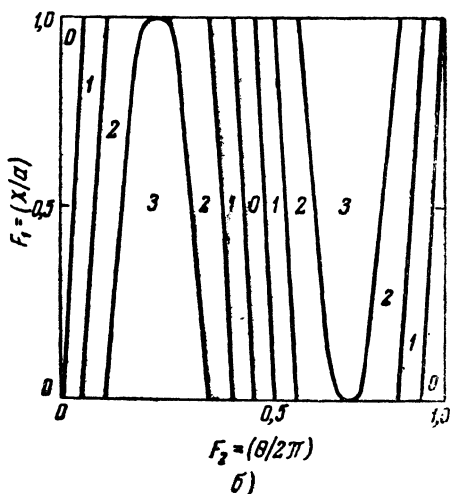


Рис. 11.6. Задача с иглой и линиями на листе бумаги (а). Кривые характеризуют функции распределения для различного числа пересекаемых линий (б).

Теперь под бросанием иглы «наугад» будет подразумеваться, что все значения x в пределах от 0 до a равновероятны; также равновероятны все значения θ в пределах от 0 до 2π .

Функции распределения для x и θ выражаются, следовательно, несложными формулами:

$$F_1 = \frac{x}{a}; \quad F_2 = \frac{\theta}{2\pi}.$$

Бросок иглы эквивалентен случайному выбору точки с координатами F_1 и F_2 внутри квадрата со стороной, равной 1. Области квадрата, соответствующие пересечению 0, 1, 2... линий, определяются кривыми

$$x + na = l \sin \theta \quad (n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots). \quad (5)$$

Вид квадрата для случая $l = 3a$ показан на рис. 6,б. Вероятность пересечения 0, 1, 2 или 3 линий может быть найдена аналитически или графически, путем измерения площади. Результат вычислений приведен в следующей таблице:

Количество пересечений	0	1	2	3
Вероятность	0,167	0,227	0,314	0,352

4. Сложные вероятности

Если происходят два события A и B , каждое из которых при данной совокупности причин может возникнуть самостоятельно или одновременно с другим событием, то при этом существует некоторое число вероятностей, которые требуется определить. Используем следующие обозначения:

$P(A)$ — вероятность появления события A (независимого от события B).

$P(B)$ — вероятность появления события B (независимого от события A).

$P(AB)$ — вероятность одновременного появления обоих событий A и B .

$P(A/B)$ — вероятность появления события A при условии наступления события B .

$P(B/A)$ — вероятность появления события B при условии наступления события A .

Используем также индексы $\bar{A}$ и $\bar{B}$, обозначающие «нет A » и «нет B »; тогда, например $P(A/\bar{B})$ обозначает вероятность появления события A при условии наступления события $\bar{B}$.

Эта система может быть в общем представлена случайным выбором точки в пределах площади, изображенной на рис. 7. Площадь может быть разделена на четыре участка*, соответствующие

* На рис. 7 эти участки показаны соприкасающимися, но это, конечно, не является обязательным условием.

четырем возможным результатам: AB , $\bar{A}B$, $A\bar{B}$, и $\bar{A}\bar{B}$. Отношения площадей этих участков к общей площади характеризуют основные вероятности $P(AB)$, $P(\bar{A}B)$, $P(A\bar{B})$ и $P(\bar{A}\bar{B})$.

Очевидно, что

$$\begin{aligned} P(A) &= P(AB) + P(A\bar{B}), \\ P(B) &= P(AB) + P(\bar{A}B). \end{aligned} \quad (6)$$

Рассмотрим условные вероятности $P(A/B)$, $P(B/A)$ и т. д. Если известно, что событие B будет иметь место, то случайно выбранная точка должна лежать на площади объединенных участков $AB + \bar{A}B$, причем положение точки в любом месте этой площади

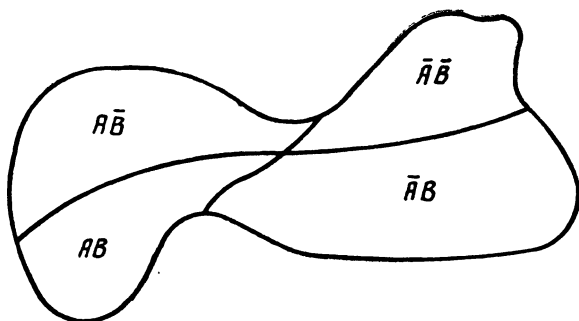


Рис. II.7. Графическое представление сложных вероятностей.

равновероятно, в то время как результат A будет иметь место тогда и только тогда, если точка находится на участке AB . Следовательно, вероятность $P(A/B)$ характеризуется отношением площади участка AB к площади участков $AB + \bar{A}B$ или

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(AB) + P(\bar{A}B)} = \frac{P(AB)}{P(B)},$$

Следовательно,

$$P(AB) = P(B) \cdot P(A/B). \quad (7)$$

Это значит: вероятность, что наступят оба события A и B , равна произведению вероятности появления события B , независимого от события A , на вероятность появления события A при условии наступления события B .

В некоторых случаях $P(A/B) = P(A)$. В этих случаях мы говорим, что событие A независимо от события B . Прибегая к основным вероятностям $P(AB)$ и т. д., можно сказать, что событие A независимо от события B , если

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(AB) + P(\bar{A}B)} = P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}),$$

или

$$\begin{aligned} P(AB) &= [P(AB)]^2 + P(\bar{A}B)P(AB) + P(AB)P(A\bar{B}) + \\ &+ P(A\bar{B})P(\bar{A}B) = P(AB)[P(AB) + P(\bar{A}B) + P(A\bar{B})] + \\ &+ P(A\bar{B})P(\bar{A}B) = P(AB)[1 - P(\bar{A}\bar{B})] + P(A\bar{B})P(\bar{A}B). \end{aligned}$$

Это упрощается и приводится к виду

$$\frac{P(AB)}{P(\bar{A}B)} = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{A}\bar{B})} \quad (\text{когда } A \text{ не зависит от } B), \quad (8)$$

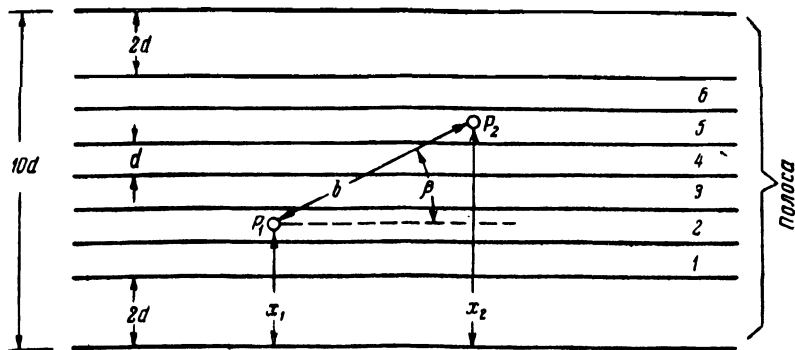
Следует заметить, что условие, при котором B независимо от A , определяется тем же выражением, т. е. B независимо от A , если A независимо от B .

На начальном этапе знакомства с теорией вероятностей очень трудно привести интересные примеры, наглядно поясняющие основные принципы этой теории.

Примеры с монетой и игральными костями являются достаточно простыми, чтобы с их помощью можно было пояснить рассматриваемые нами элементарные математические положения; однако они еще далеки от тех практических задач, которые будут рассматриваться дальше. С другой стороны для решения этих практических задач требуется либо применение еще не рассматриваемых нами математических положений и методов, либо задачи должны быть настолько упрощены, что не будут отражать даже приближенно истинного положения вещей. Приведенный ниже пример, поясняя метод применения теории вероятностей для решения ряда задач, вместе с тем иллюстрирует сложность подбора достаточно удачных примеров.

Предположим, что точка P_1 случайно расположена где-то в пределах полосы, ширина которой равна $10d$. Для того чтобы с помощью этого примера проиллюстрировать положения, рассмотренные нами ранее, необходимо предположить, что расстояние x_1 точки P_1 от одного края полосы выбрано случайно. Для некоторой связи с практическими задачами, которые будут рассматриваться подробно дальше, примем, что под P_1 имеется в виду положение воронки образовавшейся от разрыва бомбы при бомбардировке самолетом некоторой площади. (Трудно, конечно, представить себе вид бомбометания по площади, при котором полностью бы выполнялись условия, что точка P_1 находится обязательно внутри некоторой полосы, причем положение этой точки внутри полосы является абсолютно случайным; однако не трудно представить вид бомбометания по площади, при котором эти условия приближенно будут выполняться).

Внутри упомянутой полосы имеется шесть узких полосок, например, железнодорожных путей шириной d , являющихся объектами бомбометания. Схематически это изображено на рис. 8. Случайной переменной для точки P_1 будет в этом случае $(x_1/10d)$. Усло-



x_1 и x_2 — расположены в пределах полосы случайно; x_2 не зависит от x_1

00	01	02	03	04	05	06	00
60	61	62	63	64	65	66	60
50	51	52	53	54	55	56	50
40	41	42	43	44	45	46	40
30	31	32	33	34	35	36	30
20	21	22	23	24	25	26	20
10	11	12	13	14	15	16	10
00	01	02	03	04	05	06	00

$x_2/10d$

$$P(00) = 0,16$$

$$P(0,n) = P(m,0) = 0,04$$

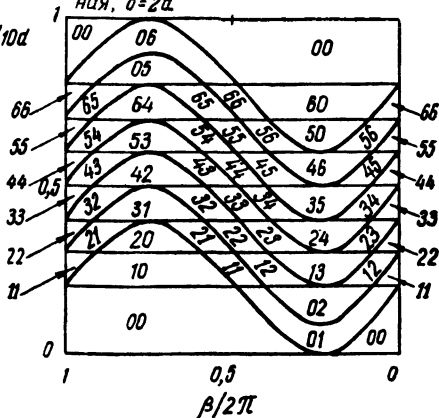
$$P(m,n) = 0,01$$

$$m, n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$P(m|n) = 0,1$$

$$P(m) = P(n) = 0,1$$

x_1 расположено в пределах полосы случайно; β — случайная переменная, $b = 2d$



$$P(00) = 0,27270$$

$$P(01) = P(10) = P(06) = P(60) = 0,04188$$

$$P(11) = P(22) = \dots = P(66) = 0,01626$$

$$P(12) = P(21) = \dots = P(65) = 0,02007$$

$$P(02) = P(20) = P(13) = P(51) = \dots$$

$$\dots = P(64) = P(05) = P(50) = 0,02180$$

$$P(m) = P(n) = 0,1$$

Рис. II.8. Графическое изображение независимой и зависимой вероятностей.

вмися считать, что путь 2 будет поврежден в том случае, если значение переменной находится между 0,3 и 0,4.

Следовательно, вероятность того, что путь будет поврежден, равна разности этих двух величин, т. е. одной десятой.

Предположим теперь, что на полосу упала другая бомба. Положение этой второй точки P_2 будет определяться условиями обрасы-

вания обеих бомб. Вторая бомба может быть сброшена другим самолетом, достигшим района бомбометания, независимо от первого самолета и в другое время. В этом случае мы можем, повидимому, сказать, что падение второй бомбы является событием, независимым от падения первой бомбы, и вторая случайная переменная ($x_2/10d$) не зависит от первой случайной переменной. Квадрат, графически изображающий вероятности попадания для этих условий бомбометания, показан в левой части рис. 8. Числа в маленьких квадратах указывают номера полос, в которые попали две бомбы. Так как значения переменных являются полностью случайными, вероятности наступления событий пропорциональны площади соответствующих участков. Так, например, вероятность попадания бомбы во второй путь составляет одну десятую. Вероятность, что одна или другая бомба попадет во второй путь, равна 0,19*.

С помощью этого же примера могут быть проиллюстрированы и другие определения и соотношения. Например, вероятность, что путь 5 будет поврежден второй бомбой, если известно, что первая бомба вывела из строя путь 2, будет равняться

$$P(5/2) = \frac{P(25)}{P(2)} = \frac{0,01}{0,1} = 0,1,$$

что соответствует вероятности $P(5)$ — повреждения пути 5 второй бомбой, если неизвестно, что произошло с первой бомбой. Из дальнейшего анализа будет видно, что это простое соотношение связано с тем, что площади, графически характеризующие вероятности, являются все прямоугольными с границами, параллельными сторонам квадрата вероятности. Это происходит потому, что две случайные переменные являются независимыми одна от другой.

В данном случае может быть также применена и формула (8), причем не трудно убедиться в том, что формула применима потому, что участки квадрата, характеризующие вероятность, прямоугольны и их грани параллельны сторонам главного квадрата.

В отличие от этого примера рассмотрим другой случай, приняв, что вторая бомба падает на определенном, равном $b = 2d$, расстоянии от места падения первой бомбы; условимся также, что направление падения второй бомбы относительно первой бомбы является случайным (этот случай аналогичен рассмотренному выше примеру с иголкой, падающей на лист бумаги). Принятые нами положения, конечно, весьма примитивно отвечают реальным условиям падения двух бомб при серийном бомбометании. В действительности же расстояние между двумя бомбами не может быть точно определено; однако так как учет этого расстояния потребовал бы введения еще одной случайной переменной, будем в нашем примере считать, что расстояние между точками P_1 и P_2 соответствует точно $2d$. Следо-

* $P = P(1) + P(2) - P(1)P(2) = 0,1 + 0,1 - 0,1 \cdot 0,1 = 0,19$. (Прим. редактора).

вательно, мы будем иметь дело с двумя случайными переменными ($x_1/10d$) и $(3/2\pi)$ (см. рис. 8). Необходимо отметить, что так как согласно принятым нами условиям P_1 будет иметь случайное положение внутри полосы, то P_2 может иногда лежать и вне этой полосы. Однако, согласно этим же условиям, вторая бомба (а следовательно, и P_2) никогда не может находиться от границ этой полосы на удалении, превышающем $2d$.

Квадрат, графически изображающий вероятность того или иного события, приведен для этих условий бомбометания в правой части рис. 8. Так как две переменные не являются независимыми, площади, соответствующие той или иной вероятности повреждения различных путей, не являются прямоугольными; кроме того, значительное число площадей определенной нумерации полностью в этом случае отсутствует. Так, например, согласно нашему предположению, попадания второй бомбы в путь 5 не произойдет, если первая бомба попала в путь 2. Вероятность попадания первой бомбы в один из путей продолжает оставаться равной одной десятой, и, как можно было и предполагать, вероятность повреждения второй бомбой одного из путей, в случае, когда не известно, куда упала первая бомба, равна также одной десятой. Вероятность повреждения двух соседних путей, скажем $P(1, 2)$, в этом случае больше, чем в предыдущем примере; несколько больше будет в этом случае и вероятность повреждения двух путей, находящихся на расстоянии $2d$ один от другого.

Вероятность, что вторая бомба повредит путь 4, если известно, что первая бомба попала в путь 2, может быть найдена следующим путем:

$$P(4/2) = \frac{P(24)}{P(2)} = \frac{0,02180}{0,1} = 0,2180.$$

Отсюда видно, что вероятность этого случая отличается от вероятности $P(4)$. Для проверки формулы (8) произведем следующий расчет:

$$\begin{aligned} P(\overline{24}) &= 1 - [P(20) + P(21) + P(22) + P(23) + P(24) + \\ &+ P(25) + P(26) + P(04) + P(14) + P(34) + \\ &+ P(44) + P(54) + P(64)] = \\ &= 1 - P(20) - P(21) - P(22) - P(23) - P(24) - \\ &- P(34) - P(44) - P(54) - P(64) = 0,82180; \\ P(\overline{24}) &= P(04) + P(14) + P(34) + P(44) + P(54) + P(64) = \\ &= P(34) + P(44) + P(54) + P(64) = 0,07820 = P(2\overline{4}). \end{aligned}$$

Простой расчет показывает, что формула (8) для данных условий не может быть применима и, следовательно, место падения

одной бомбы не может быть независимым от положения второй бомбы.

$$\frac{P(24)}{P(\bar{24})} = 0,279; \quad \frac{P(2\bar{4})}{P(\bar{2}4)} = 0,095.$$

Этого, конечно, и следовало ожидать, так как принятое нами условие о неизменности расстояния b не допускает возможности независимого положения двух точек падения бомб. То обстоятельство, что место падения второй бомбы не является независимым от места падения первой бомбы, подтверждается непрямуюгольностью различных площадей квадрата вероятности и невозможностью применения формулы (8).

Из этого примера можно сделать ряд выводов, имеющих некоторое отношение к практическим задачам серийного бомбометания. Так, например, как легко заметить, вероятность $P(00)$ при серийном бомбометании больше, чем при независимом сбрасывании бомб. Это, конечно, вполне естественно, так как в случае непопадания на железнодорожное полотно первой бомбы, при серийном бомбометании непопадание второй бомбы более вероятно. Подробное рассмотрение вопросов серийного бомбометания будет произведено в последующих главах.

5. Математическое ожидание

Предположим, что в такой-то задаче, мы задались некоторой стохастической переменной x , будучи заинтересованы в определении ее величины; предположим также, что наш анализ позволяет определить функциональную зависимость между стохастической переменной x и случайной переменной ξ , значения которой равновероятны в пределах от нуля до единицы. В дополнение к определению относительных вероятностей появления различных величин x часто бывает необходимым определить ожидаемый результат большего числа испытаний в виде средних или ожидаемых значений. На практике среднее значение может быть получено путем проведения большого числа испытаний и последующего вычисления среднего значения x . Если мы правильно анализируем стоящую перед нами задачу, мы сможем предсказать значение этого среднего более или менее точно. Предсказанное или заранее вычисленное значение среднего x условимся называть ожидаемой величиной или математическим ожиданием стохастической переменной x .

Экспериментальное среднее значение, полученное путем проведения серии испытаний, будет отличаться от ожидаемого значения на величину, которая обычно уменьшается при увеличении числа испытаний. Более подробно об этом будет сказано несколько дальше.

В качестве примера к высказанным здесь основным положениям рассмотрим функции распределения и плотности вероятности, при-

веденные на рис. 9. В первом случае плотность вероятности является постоянной, независимой от x , так что величина x прямо пропорциональна случайному значению переменной $F = \xi$. Следовательно, любое значение x в пределах от 0 до 4 равновероятно. Поэтому при большом количестве испытаний можно в одинаковой мере ожидать получения значения x , как большего, так и меньшего 2; в этом случае даже не проводя большого количества опытов, не зная во всех подробностях теории вероятности и базируясь только на интуиции, можно сказать, что ожидаемое значение, весьма точно соответствующее среднему, полученному при большом числе опытов, будет равняться 2.

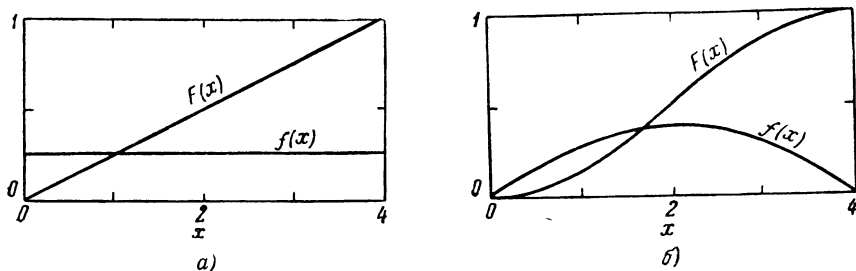


Рис. 11.9. Кривые функций распределения и плотностей вероятности при равных ожидаемых величинах x . Значения $\xi = F$ являются случайными:
а) при $f(x) = 0,25$; б) при $f(x) = (\pi/8)\sin(\pi x/4)$.

Переходя ко второму чертежу, мы видим, что плотность вероятности имеет максимум вблизи средней точки диапазона изменения x и, следовательно, x не изменяется линейно при изменении $F = \xi$. Однако, несмотря на это и учитывая в данном примере симметрию кривой, можно интуитивно полагать, что ожидаемое значение x будет равно 2.

Чем же отличаются эти два примера? Как можно наиболее легко различить оба этих случая, если в нашем распоряжении нет кривых плотности вероятности? Как видно, в случае а более вероятно, что величина x , полученная при единичном опыте, будет значительно больше отличаться от ожидаемой величины, чем в случае б. В первом случае плотность вероятности постоянная, в то время как во втором случае плотность вероятности наибольшая в районе точки $x = 2$ и падает к нулю на обоих концах диапазона.

Иногда бывает необходимо знать вероятность того, что результат при одном испытании отклонится от ожидаемой величины. Среднее значение разности результата единичного испытания и ожидаемой величины не может считаться удовлетворительным критерием, так как она одинаково часто принимает согласно определению как положительное, так и отрицательное значение, и конечное результирующее среднее будет стремиться к нулю. Однако, если мы путем возведения в квадрат устраним алгебраический знак у этой разности, то можно получить некоторый численный резуль-

тат. В сущности мы вычисляем среднюю (или скорее ожидаемую) величину квадрата разности между результатом единичного испытания и ожидаемой величиной. Квадратный корень этой средней величины квадрата отклонения носит название стандарта или среднеквадратического отклонения.

Попробуем теперь сформулировать эти основные положения несколько более точно.

Если сделать очень большое число выборок значений случайной переменной, без доказательств можно увидеть, что в случае, когда диапазон переменной величины разделен на некоторое число равных интервалов, мы будем одинаково часто получать величины в каждом из этих интервалов. В действительности это и есть по существу то, что мы подразумеваем под распределением случайной величины. Это, конечно, не значит, что такое распределение явится подлинным результатом испытания — об этом будет более подробно сказано дальше.

В частности, если мы можем сделать N выборок случайной переменной ξ , диапазон изменения которой лежит в пределах от 0 до 1, то ожидаемое число величин в некотором бесконечно малом интервале $d\xi$ составляет $Nd\xi$.

Если x является стохастической переменной, определяемой переменной ξ , то среднее значение x , если ожидаемый результат можно вычислить, называется ожидаемой величиной x и обозначается $E(x)$. Эта величина определяется выражением

$$E(x) = \int_0^1 x d\xi = \int x f(x) dx \quad (\text{если } f \text{ существует}). \quad (9)$$

Если величина x имеет только дискретные значения x_i с вероятностью p_i , вышеприведенная формула упрощается и принимает вид

$$E(x) = \sum_i x_i p_i. \quad (10)$$

Математическое соотношение для непрерывной величины может быть выражено графически путем вычерчивания x как функции ξ . $E(x)$ определяется в этом случае площадью, заключенной между кривой и осью ξ .

Следует упомянуть, что ожидаемой величиной суммы $x + y$ является сумма $E(x) + E(y)$. Вполне понятно, что ожидаемой величиной ax является $aE(x)$, если только a — величина постоянная.

В соответствии с рассмотренными соотношениями, стандартом σ стохастической переменной является квадратный корень из ожидаемой величины квадрата разности x и $E(x)$

$$\begin{aligned} \sigma^2(x) &= E\{[x - E(x)]^2\} = E\{x^2 - 2xE(x) + [E(x)]^2\} = \\ &= E(x^2) - 2E(x)E(x) + [E(x)]^2 = E(x^2) - [E(x)]^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Для случая, приведенного на рис. 9,а, $x=4\xi$

$$E(4\xi) = 4 \int_0^1 \xi d\xi = 2; E(16\xi^2) = \int_0^1 (16\xi^2) d\xi = \frac{16}{3}, \quad (12)$$

$$\sigma^2(4\xi) = \frac{16}{3} - \frac{12}{3} = \frac{4}{3}, \quad \sigma = 1,155.$$

Стандарт или среднеквадратическое отклонение показывает, что результат испытания в нашем примере отличается от средней величины, равной 2, несколько больше, чем на 1 в одну и другую стороны. Это часто записывают как $E(x) \pm \sigma(x)$; для данного случая среднеквадратическое отклонение будет $2 \pm 1,16$.

Для случая, приведенного на рис. 9,б, ожидаемая величина и среднеквадратическое отклонение определяются следующими численными значениями:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\pi}{8} \sin \frac{\pi x}{4}, \quad F(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\pi x}{4}, \\ E(x) &= \frac{\pi}{8} \int_0^4 x \sin \frac{\pi x}{4} dx = 2, \\ E(x^2) &= \frac{\pi}{8} \int_0^4 x^2 \sin \frac{\pi x}{4} dx = 4,7578, \\ \sigma^2 &= 0,7578, \quad \sigma = 0,8705. \end{aligned} \quad (13)$$

Легко заметить, что среднеквадратическое отклонение σ в этом случае имеет меньшую величину, чем в случае, соответствующем рис. 9,а и формуле (12). Этого и следовало ожидать, так как плотность вероятности в случае, соответствующем рис. 9,б, имеет большее значение в окрестности ожидаемой величины 2.

Если выбрать случайную точку в пределах круга радиуса a , можно найти ожидаемую величину расстояния этой точки от центра круга. В этом случае, выбрав координаты x и y так, чтобы их начало совпадало с центром окружности, будем иметь

$$E(r) = \frac{1}{\pi a^2} \iint r dx dy,$$

где интегрирование производится по площади круга. Переходя к полярным координатам,

$$E(r) = \frac{1}{\pi a^2} \iint r^2 dr d\theta = \frac{2}{3} a.$$

Таким же образом получаем

$$E(r^2) = \frac{1}{\pi a^2} \iint r^2 \cdot r dr d\theta = \frac{1}{2} a^2,$$

$$\sigma^2(r) = \frac{1}{2} a^2 - \frac{4}{9} a^2 = \frac{1}{18} a^2.$$

§ 2. ПРОСТЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

При испытании или серии испытаний, ход которых имеет элементы случайности, как это часто бывает, скажем, при проведении боевых операций, результат единичного испытания заранее нельзя точно предугадать. Единственно, что в этом случае возможно сделать — это предсказать на основе детального анализа задачи (если, конечно, это осуществимо), вероятность того или иного события, которое может быть выражено через функцию распределения или плотность вероятности. Если вероятность появления некоторого определенного события велика, то можно вполне закономерно ожидать, что это событие будет иметь место при большинстве испытаний; однако, если только вероятность события не равна единице, всегда возможен случай, что результат первого или последующего испытания будет отличаться от ожидаемого нами.

В тех случаях, когда можно выполнить большое количество испытаний, знание функции распределения позволяет предсказать среднее значение более или менее точно. Чем больше проводится испытаний, тем ближе среднее значение приближается к ожидаемой величине, определение которой было дано в предыдущем параграфе. Можно также подсчитать вероятность того, что средний результат большого числа испытаний будет отличаться на определенную величину от вычисленной ожидаемой величины. Если известен общий вид функции распределения, можно достаточно точно подсчитать вероятность того, что средние результаты второй серии опытов будут отличаться на определенную величину от среднего результата первой серии опытов.

Такой подсчет весьма важен при изучении многократно повторяющихся операций таких, как, скажем, бомбовые удары с воздуха или атаки подводных лодок. Иногда может потребоваться подсчитать, какова вероятность потопления по крайней мере 8 кораблей при 50 последующих атаках подводных лодок, если результатом первых 50 атак является потопление десяти кораблей. Такой подсчет может быть выполнен, если известно хотя бы приблизительно распределение случаев потопления по атакам. Поэтому весьма целесообразно определить функции распределения для весьма общих статистических случаев, которые более или менее соответствуют действительным, часто встречающимся на практике, условиям. В большем числе случаев это соответствие бывает хотя и не совсем точным, но весьма удовлетворительным, так что статистические предсказания могут быть сделаны достаточно успешно.

В этом параграфе будет рассмотрено несколько весьма наглядных примеров. Следует, однако, еще раз подчеркнуть, что на практике имеет место много случаев, для которых не могут быть применены общие законы распределения, в связи с чем применять сделанные в этом параграфе выводы к новым проблемам надо весьма осторожно.

1. Биномиальное распределение

Наиболее простым случаем является такой, когда результат спытания может быть либо только положительным, либо только отрицательным. К таким случаям можно отнести, например, задачу подбрасыванием монеты (считая за положительный исход опыта адение монеты лицевой стороной вверх) или торпедный выстрел о вражескому кораблю. В некоторых случаях бывает возможным пределять вероятность получения при каждом испытании положи-ельного результата. Обозначим эту вероятность через p ; тогда ве-оятность получения в данном опыте отрицательного результата ыразится через $q = 1 - p$.

Типичная случайная последовательность положительного S и трицательного F результатов приведена в табл. II.1 (для вероят-ости получения положительного события, равной 0,5). Эта после-овательность является типичной для случайных событий и иллю-трирует их свойства. Другая последовательность может быть взята из табл. I, помещенной в конце книги.

Таблица II.1

Случайная последовательность положительного S и отрица-ельного F результатов для вероятности положительного события, равной 0,5

<i>FFFSS</i>	<i>FFSSS</i>	<i>FSSSS</i>	<i>SFFSF</i>	<i>SSSSF</i>
<i>SFFFS</i>	<i>SSFSS</i>	<i>SFFFS</i>	<i>SFFSS</i>	<i>FFSFF</i>
<i>SFFFF</i>	<i>FSFSF</i>	<i>FSFFS</i>	<i>FSSSS</i>	<i>FFSSS</i>
<i>SFSSF</i>	<i>SSSSS</i>	<i>SSSFF</i>	<i>FFSFF</i>	<i>SFFFF</i>

Рассматривая эту таблицу, прежде всего следует отметить, что средний результат небольшого числа испытаний может создать совершенно ошибочную картину вероятности появления положи-тельных результатов при последующих испытаниях. Как видно, ре-зультаты первых трех испытаний первой серии все отрицательные, что может привести к ошибочному выводу каждого, если ему толь-ко не известно заранее, что вероятность положительного результата равна 50%. Небезинтересно также отметить, что результаты всех пяти испытаний, составляющих семнадцатую серию, являются поло-жительными. Если бы эта серия была не семнадцатой, а первой, то первоначальные соображения о вероятности событий могли бы быть еще более ошибочными.

Рассмотрим результаты двадцати серий испытаний, каждая из которых состоит из пяти испытаний. Положительный результат всех пяти испытаний имел место в одной серии, три серии имели четыре положительных результата и один отрицательный, шесть серий — три положительных и два отрицательных результата; пять серий — два положительных и три отрицательных, пять серий — один положительный и четыре отрицательных и ни одна из серий не имела всех пяти отрицательных результатов. В ряде случаев не-

обходимо вычислить ожидаемую величину частоты появления различных результатов испытаний.

Ожидаемая величина доли общего числа случаев, при которых появляется заданное соотношение числа положительных и отрицательных результатов в серии испытаний, равна, конечно, вероятности появления данного соотношения. Подсчитаем вероятность получения s положительных и $(n-s)$ отрицательных результатов в серии, содержащей n испытаний, для случая, когда вероятность положительного результата при единичном испытании равна p .

Такой же интерес может представить и обратная задача — по результатам нескольких серий испытаний определить вероятность положительного события при единичном испытании.

Изучение табл. II.1 указывает, что нельзя точно определить величину p по данным конечного числа испытаний (если, конечно, мы не можем проанализировать стоящую перед нами задачу математическим путем и предсказать величину p).

Все, что можно в этом случае сделать — это вычислить наиболее вероятное значение p и определить вероятность того, что p имеет другие значения. Однако такие вычисления бывают достаточными, чтобы определить ожидаемую величину для других подобных серий испытаний. Эта задача также будет дальше рассмотрена.

Согласно закону сложных вероятностей, в том случае, когда каждое испытание является независимым, вероятность данной последовательности s положительных и $(n-s)$ отрицательных результатов, взятой в данном порядке (как например, $FSFFF$ или $FFFS$), составляет

$$p^s q^{n-s}, \text{ где } q = 1 - p.$$

Для данных значений s и n имеется

$$\frac{n!}{s! (n-s)!},$$

взятых в различных последовательностях комбинаций s положительных и $n-s$ отрицательных результатов (например, один положительный и четыре отрицательных в любой из комбинаций $SFFFF$, $FSFFF$, $FFSFF$, $FFFSF$ или $FFFS$). Следовательно, общая вероятность получения s положительных и $n-s$ отрицательных результатов при n испытаниях составляет

$$P(s, n) = \frac{n!}{s! (n-s)!} p^s q^{n-s}. \quad (14)$$

Если выражение $(p + q)^n$ раскрыть по формуле бинома Ньютона, то можно убедиться, что $P(s, n)$ является не чем иным, как величиной члена разложения, содержащего $p^s q^{n-s}$. В связи с этим распределение вероятности получения s положительных результатов при n испытаниях получило название биномиального распределения.

Ожидаемое количество положительных результатов согласно формуле (10) составляет

$$E(s) = \sum_{s=0}^n sP(s, n) = \sum_{s=0}^n s \frac{n!}{s!(n-s)!} p^s q^{n-s} =$$

$$= p \frac{\partial}{\partial p} \sum_{s=0}^n \frac{n!}{s!(n-s)!} p^s q^{n-s} = p \frac{\partial}{\partial p} (p+q)^n = np(p+q)^{n-1},$$

или, так как $p+q=1$

$$E(s) = np. \quad (15)$$

Другими словами, ожидаемая величина положительных результатов равна произведению числа испытаний на вероятность положительного результата за испытание, что и следовало ожидать. Для случая, приведенного в табл. II.1, ожидаемая величина положительных результатов при пяти испытаниях должна была бы быть 2,5. В последовательности двадцати серий испытаний, приведенных в табл. II.1, имеют место все значения s за исключением значения $s=0$. Доля общего числа случаев, когда появляется определенное значение s в последовательности испытаний, приведено в табл. II.2. Эти доли сравниваются с их ожидаемой величиной $P(s, 5)$. Соответствие получается достаточно хорошим.

Таблица II.2

Сравнение результатов, приведенных в табл. II.1, с ожидаемыми величинами ($n=5, p=0,5$)

Показатели	$s=5$	$s=4$	$s=3$	$s=2$	$s=1$	$s=0$
Процент положительных результатов в серии из пяти испытаний	100	80	60	40	20	0
Доля от общего числа случаев для проведенной комбинации испытаний	0,05	0,15	0,30	0,25	0,25	0
Ожидаемая величина этой доли	0,03	0,16	0,31	0,31	0,16	0,03

Получаемая при испытаниях средняя величина квадрата отклонения

$$\overline{(s-2,5)^2} = 1,35.$$

Получаемое при испытаниях значение s — число положительных результатов в серии, состоящей из пяти испытаний, может значительно отличаться от ожидаемой величины, равной 2,5. Так, например, в пяти случаях из двадцати величина $s=1$. Это находит свое отражение в значении средней величины квадрата отклонения, подсчитанной на основании результатов испытаний, приведенных в табл. II.1. Эта величина равна 1,35, а квадратный корень из этой величины равен приблизительно 1,2. Таким образом, результаты

испытаний, записанные в табл. II.1, можно сформулировать, говоря, что число положительных результатов пяти испытаний равно $2,5 \pm 1,2$.

Величина, полученная путем извлечения квадратного корня из средней величины квадрата отклонения, является мерой отклонения результата индивидуальной серии испытаний от ожидаемой величины.

Чтобы найти стандарт,

$$E(s^2) = \sum_{s=0}^n s^2 \frac{n!}{s!(n-s)!} p^s q^{n-s} = p \frac{\partial}{\partial p} \left[p \frac{\partial}{\partial p} (p+q)^n \right] = \\ = np + n(n-1)p^2.$$

Следовательно

$$\sigma^2(s) = E(s^2) - [E(s)]^2 = np(1-p) = npq. \quad (16)$$

Вычисленная величина стандарта, является, конечно, ожидаемой величиной среднеквадратического отклонения, полученного из опыта для испытаний, результаты которых приведены в табл. II.1; мы нашли, что среднеквадратическое отклонение равно $\sqrt{1,35}$. Стандарт для этого случая равен $\sqrt{1,25}$, откуда следует, что расхождение между этими двумя величинами незначительное. Поэтому теоретические подсчеты показали бы, что количество положительных результатов в серии из пяти испытаний должно составлять $2,5 \pm 1,1$, что достаточно хорошо совпадает с фактическими результатами испытаний, приведенными в табл. II.1.

В качестве примера можно предложить читателю самостоятельно произвести соответствующий анализ следующей случайной последовательности положительных и отрицательных результатов испытаний, в которой вероятность положительного результата равна 0,3.

FFFFF	SSFFF	FFFFF	FFSFF	SFFFF
SFFFF	SFSFS	FSSFS	SSSFF	FFFFS
SFFSF	FFFFF	FSSSS	SFFSF	FFFSF
FFSFS	FFFFF	FSFSF	FFFFF	SFFFF

Предположим теперь, что мы имеем некоторую заданную последовательность результатов, приведенную в табл. II.1, для которой необходимо найти значение p — вероятность положительного результата при единичном испытании. Вообще говоря, этот вопрос будет рассмотрен более подробно несколько позже, в параграфе, посвященном выборке или выборочной пробе, здесь же он рассматривается в качестве примера, вводящего читателя в круг этих вопросов. Наиболее вероятное значение p могло бы быть получено делением числа действительно наблюдаемых положительных результатов на общее число испытаний; однако для каждой индиви-

дуальной серии, состоящей из пяти испытаний, число наблюдаемых положительных результатов будет значительно отличаться от истинного значения. Весьма приближенный подсчет, насколько истинное значение может отличаться от наблюдаемого значения, можно произвести, предположив, что значение p действительно равно наблюдаемому значению s/n , и высчитав среднюю величину квадрата отклонения от этого предполагаемого значения P .

$$\text{Весьма приближенное значение } \sigma^2 = s \left(1 - \frac{s}{n} \right), \quad (17)$$

где s — наблюдаемое число положительных результатов при n -испытаниях. Так, например, если бы мы проанализировали только первую серию испытаний из двадцати, приведенных в табл. II.1, то мы установили бы, что ожидаемая величина положительных результатов пяти следующих испытаний равна $2 \pm 1,1$, причем число, стоящее после знака «плюс-минус», вычисляется с помощью приведенного выше выражения:

$$\sqrt{2(1 - 0,4)} = 1,1.$$

Следовательно, полученное на основе анализа первой серии испытаний значение p равно $0,4 \pm 0,2$. При желании осуществить эту оценку более точно мы должны использовать для расчета результаты больше, чем одной серии испытаний.

Следует отметить, что приведенная выше формула для грубой оценки σ^2 в некоторых определенных случаях совсем не может применяться. Например, в семнадцатой серии испытаний (результаты которой все положительные) применение этой формулы для грубой оценки приводит к выводу, что σ^2 равна нулю, так как $s = n$. Более удовлетворительный метод определения вероятного диапазона p заключается в применении формулы (14). Для наблюдаемого числа положительных результатов s , полученных при n опытах, можно найти диапазон предполагаемых значений p , для которого вероятность получения этого результата $P(s, n)$ превышает один шанс из трех (или один шанс из десяти, например). Если существует возможность получить пять положительных результатов при пяти испытаниях, в случае, когда «действительное» значение p равно 0,5, получить очень хорошую оценку значения p только из этих пяти испытаний оказалось бы невозможно. На основе анализа одной последовательности испытаний единственным заключением будет то, что имелось меньше одного шанса из трех, что истинное значение p менее 0,8, и меньше одного шанса из десяти, что истинное значение p было меньше, чем 0,6. Для того, чтобы правильно оценить значение p , пяти испытаний слишком мало.

Основной целью рассмотренного здесь примера и сделанных из него выводов является развитие у читателя критического отношения к применяемому иногда методу определения процента неразорвавшихся снарядов (торпед, или гранат): производить стрельбу до получения первого неразорвавшегося снаряда, после чего прекращать испытания. Предположим, что при испытаниях было сде-

лено $n-1$ выстрелов, после чего при n -ом выстреле произошел отказ. Предполагаемая доля отказов, высчитанная на основе таких испытаний, будет равна $1/n$, а предполагаемое число отказов при N выстрелах составит N/n .

Однако делать предсказания на базе только одного отрицательного результата весьма опасно; при таком методе можно очень серьезно ошибиться в оценке возможного числа отказов при следующих n выстрелах. Из формулы (14) следует, что вероятность получения одного отказа при n испытаниях в случае, если ожидаемая доля отказов равна q , составляет

$$P(n-1, n) = nq(1-q)^{n-1}.$$

Если q мало, эта формула преобразуется и принимает вид $P(n-1, n) = nqe^{-nq}$. В данном примере значение q неизвестно, но мы желаем определить пределы q , для которых вероятность nqe^{-nq} имеет достаточно большие значения (например, больше, чем 0,1).

Максимальное значение $P(n-1, n)$ равно e^{-1} , что соответствует наиболее вероятному значению $q = 1/n$. Это значит, другими словами, что наиболее вероятным предположением, сделанным на основе серий, состоящих из n испытаний, будет предположение, что на каждые n выстрелов будет один отказ. Однако, если мы предположим, что q в два раза больше (2 отказа на n выстрелов), то $P(n-1, n) = 2e^{-2}$, что еще превышает установленное нами значение 0,1. Действительно диапазон значений q , для которых $P(n-1, n)$ превышает 0,1 (т. е. значения, для которых результат наших испытаний был бы приемлемо вероятным), составляет примерно от $0,11/n$ до $3,5/n$. Следовательно, видимо приемлемо, что «наивероятное» значение доли отказов $1/n$ будет в девять раз больше «истинного» значения, или примерно в четыре раза меньше этого значения. Это значит, что при следующих n выстрелах весьма вероятно иметь четыре отказа вместо одного, а также иметь только один отказ при $9n$ выстрелах.

Из этих рассуждений следует сделать вывод, что, если мы желаем иметь «приемлемую уверенность» в правильности оценки процента отказов, которые будут иметь место при большом числе выстрелов, мы должны произвести такое количество стрельб, при которых будет больше, чем один отказ (на практике достаточным числом испытаний может считаться такое, при котором произойдет, по крайней мере, десять отказов).

Значительно более строгий анализ этого вопроса приводится в этой главе несколько ниже.

Очень часто нас может интересовать не вероятность получения точно s положительных результатов, а количество положительных результатов, лежащих в пределах s_1 и s_2 . Когда n , s_1 и s_2 являются большими, вычисление отдельных вероятностей для всех значений s , лежащих в пределах от s_1 до s_2 , становится весьма трудоемким делом. Эти вычисления можно упростить применением суммар-

ых формул, основанных на бета-функции, которую мы сейчас рассмотрим.

Вероятность, что при n независимых испытаниях будет s или меньше положительных результатов, равна:

$$P(\leq s, n) = \sum_{k=0}^s \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k} = q^n + \frac{n}{1!} p q^{n-1} + \\ + \frac{n(n-1)}{2!} p^2 q^{n-2} \dots + \frac{n(n-1) \dots (n-s+1)}{s!} p^s q^{n-s}. \quad (18)$$

Производная $P(\leq s, n)$ по p (будем помнить, что $q = 1 - p$) равна

$$\frac{dP(\leq s, n)}{dp} = - \frac{n(n-1) \dots (n-s)}{s!} p^s q^{n-s-1} = - \frac{n!}{s!(n-s-1)!} p^s q^{n-s-1}.$$

Другие члены этой суммы все сократились, следовательно:

$$P(\leq s, n) = - \int_0^p \frac{n!}{s!(n-s-1)!} p^s (1-p)^{n-s-1} dp + c.$$

Если $p=1$, то $P(\leq s, n) = 0$. Следовательно

$$c = + \int_0^1 \frac{n!}{s!(n-s-1)!} p^s (1-p)^{n-s-1} dp$$

■

$$P(\leq s, n) = \int_p^1 \frac{n!}{s!(n-s-1)!} p^s (1-p)^{n-s-1} dp.$$

Неполная бета-функция определяется, как

$$B_x(a, b) = \int_0^x p^{a-1} (1-p)^{b-1} dp \quad (19)$$

и полная бета-функция

$$B(a, b) = \int_0^1 p^{a-1} (1-p)^{b-1} dp = \frac{(a-1)!(b-1)!}{(a+b-1)!}. \quad (20)$$

Следовательно, функция распределения в этом случае будет

$$F_s(s, n) = P(\leq s, n) = 1 - \frac{B_p(s+1, n-s)}{B(s+1, n-s)} = \\ = 1 - I_p(s+1, n-s), \quad (21)$$

где $F(s, n)$ является биномиальной функцией распределения, т. е. вероятностью получения s или меньше положительных результатов при n испытаниях.

$$I_x(a, b) = \frac{B_x(a, b)}{B(a, b)}$$

опубликованы в печати [6] и наиболее часто используются для определения численного значения $F_b(s, n)$. Краткая таблица $F_b(s, n)$ приведена в конце этой книги (табл. IV).

Если $F_b(s, n)$ известно, легко можно определить вероятность того, что число положительных результатов при n испытаниях лежит в пределах от s_1 до s_2 . Действительно

$$\begin{aligned} P(s_1 \leq s \leq s_2, n) &= \sum_{k=s_1}^{s_2} \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k} = P(\leq s_2, n) - P(\leq s_1 - 1, n) = \\ &= F_b(s_2, n) - F_b(s_1 - 1, n) = I_p(s_1, n - s_1 + 1) - \\ &\quad - I_p(s_2 + 1, n - s_2). \end{aligned} \quad (22)$$

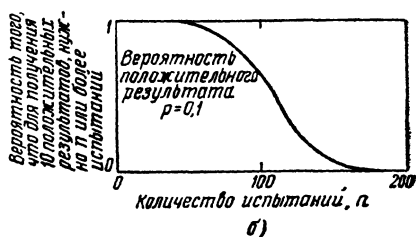
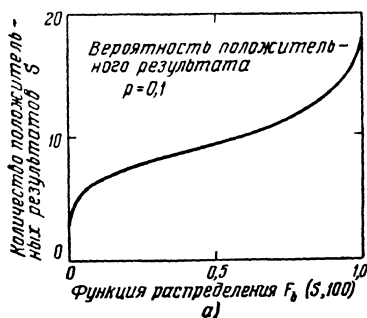


Рис. 11.10. Биномиальная функция распределения $F_b(s, n)$ для $n = 100, p = 0,1$ (график а). Вероятность $F_b(s - 1, n - 1)$ того, что для получения 10 попаданий требуется n или больше испытаний при $s = 10, p = 0,1$ (график б).

Для того, чтобы пояснить сделанные нами выводы, предположим, что вероятность поражения цели при каждом выстреле равна $1/10$. При 100 выстрелах ожидаемое число попаданий равно $1/10 \times 100 = 10$. Из соотношения $\sigma^2 = npq$ стандарт равен

$$\sigma^2 = 100 \times \frac{1}{10} \times \frac{9}{10} = 9, \text{ т. е. } \sigma = 3.$$

Эти два результата иногда объединяют, говоря, что ожидаемое число попаданий равно 10 ± 3 . Вероятность $P(\leq s, 100)$, или $F_b(s, 100)$ получения s или меньше попаданий приведена на рис. 10, а.

Сделанные выводы можно также использовать и для определения количества испытаний, необходимых для получения данного числа положительных результатов, так как вероятность того, что для получения s положительных результатов потребуется n или более испытаний, равна вероятности получения $s - 1$ или меньше

положительных результатов при $n-1$ испытаний. На основании этого можно написать

$$P(s, \geq n) = P(\leq s-1, n-1) = F_b(s-1, n-1) = 1 - I_p(s, n-s-1). \quad (23)$$

На рис. 10,б приведена, для рассматриваемого нами примера стрельбы из орудия, кривая вероятности того, что для получения 10 попаданий в цель потребуется n или более выстрелов.

2. Нормальное распределение

При большом числе испытаний частость положительных результатов в сериях повторяющихся испытаний становится практически непрерывной переменной. В этом случае вместо переменной s более удобно пользоваться новой переменной $x = s/n$. Ожидаемой величиной x будет являться в этом случае p , а стандарт будет определяться из выражения

$$\sigma^2(x) = \frac{pq}{n}.$$

Вероятность того, что доля положительных испытаний меньше, чем x , равна, конечно, вероятности того, что число положительных результатов меньше xn , так что

$$P(< x, n) = 1 - I_p[nx, n(1-x)],$$

если пренебречь членами, величина которых равна примерно единице по сравнению с n .

Иногда удобно использовать в дополнении к введенной нами переменной еще и другую переменную y , определяемую выражением:

$$y = \frac{x-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = \sqrt{\frac{n}{pq}} \left(\frac{s}{n} - p \right),$$

ожидаемое значение которой равно 0, а стандарт 1.

Используя переменную y , можно написать

$$P(< y, n) = 1 - I_p \left[n \left(p + \sqrt{\frac{pq}{n}} y \right), n \left(q - \sqrt{\frac{pq}{n}} y \right) \right].$$

При возрастании n кривые $P(< y, n)$ как функции y все ближе и ближе подходят к предельной кривой, называемой обычно кривой нормального распределения.

В трудах, посвященных теории вероятностей, показано, что кривая распределения определяется следующим равенством

$$F_n(y) = P(< y, \infty) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-u^2/2} du; \quad (24)$$

$$F_n(-y) = 1 - F_n(y).$$

Кривая y как функция F приведена на рис. 11, а вычисленные значения этой функции даны в табл. V, помещенной в конце книги. По определению F является случайной переменной, соответствующей стохастической переменной y . Нормальный закон распределения часто (а в действительности даже очень часто) применяется, как приближение к другим законам распределения. Этот

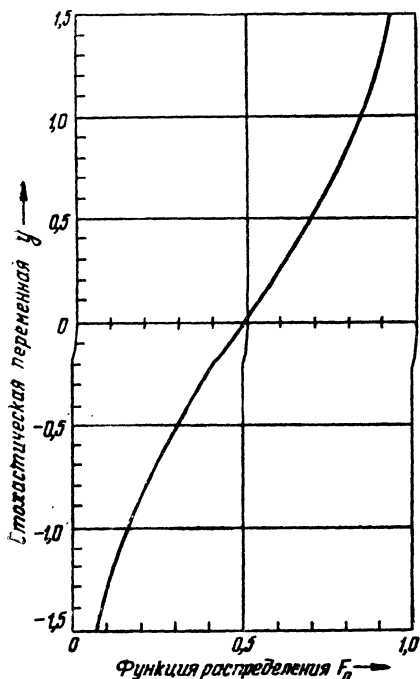


Рис. 11.11. Функция нормального распределения $F_n(y)$. Ожидаемая величина y равна $E(y)=0$, а стандарт $=1$ (см. таблицу V в конце книги).

закон распределения практикуется весьма часто в связи с его простотой.

Некоторые характерные особенности нормального закона ясно видны из рис. 11. Распределение является симметричным в том смысле, что вероятность того, что значение y лежит между y_1 и y_2 равна вероятности, что y лежит в пределах от $-y_2$ до $-y_1$. Небольшие значения y более вероятны, чем большие значения. Действительно, вероятность того, что y лежит в пределах между $-0,67$ и $+0,67$ равна 50%, а между $-1,64$ и $+1,64$ составляет 90%.

Для нормального распределения, согласно определению:

$$E(y)=0, \sigma^2(y)=1. \quad (26)$$

В таблице III, помещенной в конце книги, приведены типичные

закон, например, применим не только к случаям больших серий повторяющихся испытаний, но и к случаям небольших серий, а также для представления распределения неанализируемых ошибок, имеющих место при физических измерениях. Преимущество заключается в том, что в случае, когда x является стохастической переменной, ожидаемая величина которой m , а стандарт σ , переменную y можно определить, как

$$y = \frac{x - m}{\sigma} \quad (25)$$

и принять (с большим или меньшим отклонением от истины), что y подчиняется нормальному закону распределения. Таким образом, закон распределения сводится всего только к двум характеристическим постоянным m и σ . Этот прием, однако, может привести к ошибочным выводам, если только испытания не подтверждают, что распределение подчиняется нормальному закону. Тем не менее применение нормального

последовательности случайных величин y и y^2 *. Они получены путем преобразования приведенных там же в таблице I случайных чисел в пятизначные десятичные дроби, равные случайным величинам $F_n(y)$. Эти величины принимались равными F_n и по таблице значений F_n от y находились соответствующие значения стохастической переменной y . В каждую группу значений y введена постоянная величина с тем, чтобы среднее значение y в каждой группе равнялось нулю. Это действие применительно к случайным переменным y является, конечно, не совсем правильным, но позволяет более эффективно использовать полученную таблицу при рассмотрении ряда задач, разбираемых в следующей главе. Также неправильно будет считать, что действительные значения средней величины квадрата отклонения y^2 для каждой группы будут точно равны единице, т. е. стандарту. Однако, чем больше выборка, тем ближе эти значения будут приближаться к единице. (Например, средняя величина квадрата отклонения, найденная для всей таблицы III, будет равняться 1,015).

Достаточно одного беглого взгляда на таблицу III, чтобы убедиться в том, что величины y меньше единицы встречаются достаточно часто, а величины, значения которых больше двух, очень редко. Это явление обычно при нормальных распределениях. Ряд интересных и полезных для практики примеров использования таблицы III приведен в главе VI.

Отклонения точек падения авиабомб от точки прицеливания обычно подчиняются нормальному закону распределения, причем среднеквадратичная ошибка по дальности (вдоль трассы полета самолета) бывает в этом случае больше, чем среднеквадратическая ошибка в направлении, перпендикулярном трассе полета. Следовательно, в качестве достаточно простого примера, иллюстрирующего приведенные выше математические выводы, можно привести бомбардировку авианосца, когда самолет приближается к нему с борта. В этом случае длина авианосца будет значительно больше, чем ошибка бомбометания по боковому направлению, так что количество промахов, вызванных перелетом или недолетом бомбы, будет значительно больше, чем промахов из-за отклонения бомбы вправо или влево; задача поэтому сводится в сущности к случаю одного измерения. Если среднеквадратичная ошибка, обусловленная качеством работы штурмана — бомбардира и баллистическим рассеиванием бомбы, равняется по дальности σ , а ширина авианосца равна a , то вероятность поражения авианосца при одиночном бомбометании составляет

$$F_n\left(\frac{a}{2\sigma}\right) - F_n\left(-\frac{a}{2\sigma}\right) = 2F_n\left(\frac{a}{2\sigma}\right) - 1 \xrightarrow{\sigma \rightarrow \infty} \left(\frac{a}{2\sigma}\right) \sqrt{1/2\pi} = \\ = 0,4 \left(\frac{a}{2\sigma}\right) \xrightarrow{\sigma \rightarrow 0} 1 - 1,6 \left(\frac{\sigma}{a}\right) e^{-(a^2/8\sigma^2)}.$$

* В таблице III случайные величины обозначены через x и x^2 соответственно.

В случае, когда штурман самолета обучен плохо (т. е. если σ значительно больше a), уменьшение ошибки в два раза приведет к удвоению ожидаемого числа попаданий. В противном случае, т. е. когда штурман хорошо тренирован, σ значительно меньше a , дальнейшее уменьшение ошибки не приведет к пропорциональному увеличению числа попаданий. Это является дополнительной иллюстрацией к общеизвестному правилу, согласно которому стремятся в первую очередь повысить точность работы той составляющей, которая вносит наибольшие ошибки.

Случай бомбометания больше, чем одной бомбой, рассмотрен в главе VI.

3. Распределение Пуассона

В рассматриваемых нами до сих пор примерах случайного распределения точек на линии мы касались только случая, когда длина линии являлась конечной величиной. В случае, если линию продолжить в обе стороны без ограничения, вероятность появления данной точки в некотором определенном интервале будет, очевидно, стремиться к нулю. Если, однако, мы возьмем не одну, а несколько точек и представим, что их число возрастает пропорционально длине линии, то можно ожидать, что вероятность нахождения некоторого данного числа точек в пределах определенного отрезка линии стремится к конечному пределу.

Предположим, что на линии, длина которой равна L , выбрано kL независимых и случайных точек. В этом случае вероятность того, что любая из этих точек находится в данном отрезке длиной x , будет составлять x/L и, согласно закону биномиального распределения, вероятность нахождения в интервале x точно m точек из общего числа kL точек будет определяться формулой:

$$\frac{(kL)!}{m!(kL-m)!} \left(\frac{x}{L}\right)^m \left(1 - \frac{x}{L}\right)^{kL-m}.$$

При стремлении L к бесконечности эта величина, как легко заметить, приближается к

$$\frac{(kx)^m e^{-kx}}{m!}.$$

Ожидаемая величина m будет равняться

$$E = E(m) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m (kx)^m e^{-kx}}{m!} = kx. \quad (27)$$

Исходя из этого выражения, мы можем написать, что вероятность появления m точек будет:

$$P(m, E) = \frac{E^m e^{-E}}{m!}. \quad (28)$$

Распределение Пуассона справедливо для гораздо более общих условий, чем показано в предыдущем примере. Так, например, рас-

пределение точек вдоль линии может быть не равномерным, а иметь плотность $\rho(x)$, где x — координата, измеряемая вдоль линии. В этом случае ожидаемое число точек, лежащих в интервале (x_1, x_2) , составит:

$$E = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) dx.$$

При этом значении E вероятность, что m точек будет лежать в этом интервале, определяется выражением (28). Для доказательства этого введем новую координату y , определяемую выражением

$$y = \int_0^x \rho(x) dx,$$

и изменим шкалу вдоль линии таким образом, чтобы равномерный масштаб по длине линии вместо x имел y . Тогда на этой искаженной линии точки будут распределены равномерно, и ожидаемое число точек, попадающих в интервал (y_1, y_2) , будет численно равно $y_2 - y_1$, т. е. длине интервала. Отсюда следует, что к такой искаженной линии закон Пуассона применим, а так как преобразование от x к y производится однозначно, применим этот закон и к рассматриваемому нами распределению точек на первоначально взятой линии.

Закон Пуассона справедлив не только для случаев распределения точек вдоль линии. Распределение Пуассона, математическое выражение которого дано формулой (28), справедливо и для независимого распределения точек на плоскости или в объеме, при условии, что вероятность нахождения некоторой определенной точки в данной области мала. Этот вывод приводит к заключению, что вероятность нахождения m точек в некотором интервале определяется только ожидаемой величиной и ничем другим. Выражение (28) является основной формулой распределения Пуассона.

Ожидаемая величина m^2 равна

$$E(m^2) = \sum_{m=0}^{\infty} m^2 \frac{E^m e^{-E}}{m!} = E^2 + E,$$

и стандарт определяется выражением

$$\sigma^2 = E(m^2) - E^2(m) = E^2 + E - E^2 = E. \quad (29)$$

Из этой формулы вытекает одно важное свойство распределения Пуассона: стандарт равен квадратному корню из ожидаемой величины. Если выбрать достаточно малый интервал так, чтобы ожидаемая величина E в этом интервале составляла один или два, то выборки, содержащие нуль или $2E$, будут часто иметь место (т. е. $\sigma \approx 1$). Если интервал выбран достаточно большим и ожидаемая величина E в этом интервале составляет сто, тогда обычные колебания относительно этой ожидаемой

величины будут иметь значение около десяти; при увеличении ожидаемой величины процент отклонения уменьшается.

В качестве примера распределения Пуассона рассмотрим табл. II.3.

Таблица II.3

Случайная последовательность ста чисел, лежащих в пределах от 000 до 999. Последовательность показывает типичные свойства случайной переменной (взято из табл. VI, помещенной в конце книги)

577	131	608	360	359	716	352	423	386	032
737	646	257	939	736	701	646	934	337	661
170	680	634	089	318	533	398	720	077	228
432	338	255	586	415	263	806	838	393	745
059	699	586	193	784	663	983	274	171	141
355	327	648	592	760	094	129	790	187	556
303	146	673	734	807	552	669	753	417	110
640	430	737	170	346	205	491	217	187	733
000	182	328	947	028	557	192	510	550	541
870	025	984	851	293	313	557	384	286	960

Эта же самая сотня цифр, но распределенная в порядке возрастания значений цифр с тем, чтобы показать колебания величин последующих разностей, приводится ниже.

000		193		359		577		734	
	25		12		1		9		2
025		205		360		586		736	
	3		12		24		0		1
028		217		384		586		737	
	4		11		2		6		0
032		228		386		592		737	
	27		27		7		16		8
059		255		393		608		745	
	18		2		5		26		8
077		257		398		634		753	
	12		6		17		6		7
089		263		415		640		760	
	5		11		2		6		24
094		274		417		646		784	
	16		12		6		0		6
110		286		423		646		790	
	19		7		7		2		16
129		293		430		648		806	
	2		10		2		13		1
131		303		432		661		807	
	10		10		59		2		31
141		313		491		663		838	
	5		5		19		6		13
146		318		510		669		851	
	24		9		23		4		19
170		327		533		673		870	
	0		1		8		7		64
170		328		541		680		934	
	1		9		9		19		5
171		337		550		699		939	
	11		1		2		2		8
182		338		552		701		947	

187	5	346	8	556	4	716	15	960	13
187	0	352	6	557	1	720	4	983	23
192	5	355	3	557	0	733	13	984	1
	1		4		20		1		

Средняя величина случайной переменной = 471,3

Средняя величина разности = 10,00

Одна сотня точек на линии, разделенной на тысячу единичных отрезков, соответствует достаточно большому числу выборочных проб, в связи с чем можно считать, что распределение, имеющее место в данном случае, достаточно хорошо соответствует распределению Пуассона. Вторая часть таблицы показывает распределение этих точек вдоль линии. Можно заметить кажущуюся тенденцию к «группированию», это всегда является характерным для случайных событий.

Если подсчитать число интервалов, длина которых равна десяти единичным отрезкам (000 до 009, 010 до 019, ..., 990 до 999) и которые не содержат ни одной точки, мы найдем, что таких интервалов будет 34 (например, 010 до 019, 040 до 049... и т. д.), по одной точке будут иметь 44 таких интервала, по две точки 15 интервалов и т. д. Общее число точек равно 100, число интервалов, длина которых составляет десять единичных отрезков, также равно 100; ожидаемое число точек в таком интервале равно единице. Теперь мы можем сравнить долю интервалов, содержащих m точек с вероятностью $P(m, 1)$, найденной по формуле (28):

	m — число точек в интервале					
	0	1	2	3	4	5
Вычисленная вероятность $P(m, 1)$. .	0,37	0,37	0,18	0,06	0,015	0,003
Наблюдаемая на практике доля случаев	0,34	0,44	0,15	0,04	0,01	0,02

Это сравнение указывает на достаточно удовлетворительное совпадение теоретических расчетов и полученных на практике величин.

Функцией распределения в законе Пуассона является вероятность нахождения в интервале m или меньше точек:

$$F_p(m, E) = \sum_{n=0}^m P(n, E) = \int_E^{\infty} P(m, x) dx, \quad (30)$$

где $P(m, E)$ определяется по формуле (28). Это интересное соотношение показывает, что вероятность нахождения m или менее точек в интервале, для которого математическое ожидание равно E , равна вероятности того, что m точек будет находиться в интервале.

равном или превышающем интервал, в котором ожидается наличие E точек. Эта взаимосвязь между m и E является еще одним специфическим свойством распределения Пуассона. Значения функции $F_p(m, E)$ при различных значениях m и E приведены в таблице VI, помещенной в конце книги.

Распределение Пуассона имеет место при очень большом числе различных событий. Особенно часто закон Пуассона может быть применим, когда переменным x является время. В качестве примера рассмотрим следующий случай. Число альфа-частиц, излучаемых препаратом радия за некоторый отрезок времени, подчиняется закону Пуассона, так как эти частицы излучаются независимо и в случайные моменты времени. Число телефонных вызовов, принимаемых на большой телефонной станции за короткие интервалы времени, также близко к случайной величине, к которой может быть применим закон Пуассона.

Этот закон распределения может оказаться полезным и при изучении вопросов использования самолетов для поиска цели. Если через N обозначить число вражеских судов (или подводных лодок), расположенных случайно в области A океана, и если самолет может просматривать Q кв. миль морского пространства за час полета, то ожидаемая величина обнаруженных за T часов полета кораблей составит $E = \frac{NQT}{A}$.

В действительности вражеские корабли, как правило, не бывают расположены в море случайно, и местоположение одного корабля относительно другого не является независимым; однако в ряде случаев (таких, как, скажем, поиск подводных лодок) результаты настолько аналогичны тем, которые получались бы при условии соответствия событий распределению Пуассона, что вычисление расчетов на основании применения закона Пуассона приводит к достаточно правильным выводам.

Предположим, например, что ожидаемая величина обнаруженных за один час полета вражеских кораблей равна S и что наибольшая продолжительность полета самолета с максимальным запасом горючего составляет 6 час. Для иллюстрации метода анализа примем, что летчик предполагает при атаке каждого корабля (подводной лодки) истратить по одной бомбе и что вес каждой бомбы равен весу горючего, расходуемого за один час полета (т. е. самолет, взяв на борт 5 бомб, может находиться в полете только один час, а самолет с 2 бомбами может летать 4 часа и т. п.). Используя метод, применяемый для анализа этого крайне простого примера, можно будет определить методы анализа более сложных случаев, которые полнее бы соответствовали реальным условиям.

Если самолет имеет M бомб, ожидаемое число обнаружений за время полета будет равно $E = S(6 - M)$ и вероятность, что самолет обнаружит m кораблей за один полет, составит

$$\frac{1}{m!} [S(6 - M)]^m e^{S(M-6)} = P[m, S(6 - M)].$$

Если t меньше, чем M , все t кораблей будут атакованы; однако в том же случае, если t больше M , будет атаковано только M кораблей, так как самолет имеет только M бомб. Задача заключается в определении значения M , при котором, в среднем, будет подвергаться атаке наибольшее число вражеских кораблей за один вылет самолета.

Одно из возможных решений стоящей перед нами задачи может быть основано на весьма наивном предположении, что самолет всегда совершает ожидаемое количество обнаружений за время полета. В этом случае количество бомб M должно было бы равняться ожидаемому числу обнаружений S ($6-M$), откуда M определилось бы как ближайшее к $[6S/(1+S)]$ целое число.

Этот вывод достаточно хорошо соответствует истинному, за исключением случаев, когда S мало. В том случае, когда ожидаемое число обнаружений за время шестичасового полета меньше $2(S < 1/3)$, анализ упрощенной формулы $M = [6S/(1+S)]$ показал бы, что необходимо брать только одну бомбу. Однако при этих упрощенных расчетах не учитывается тот факт, что существует вероятность обнаружения за время полета более чем одного корабля и что при наличии на самолете только одной бомбы возможность атаки этих добавочных целей была бы упущена.

Для правильного решения проблемы используем распределение Пуассона для определения среднего или ожидаемого количества бомб, сбрасываемых при атаках за время одного полета

$$B = \sum_{n=0}^M n P[n, S(6-M)] + M \sum_{n=M+1}^{\infty} P[n, S(6-M)] =$$

$$= M - \sum_{n=0}^M (M-n) P[n, S(6-M)].$$

Значения B для различных значений S и M приведены в табл. II.4.

Таблица II.4

Ожидаемое число атакуемых за один полет вражеских кораблей B при различных значениях S и M

Значения M	Значения S			
	2	1	0,6	0,3
1	1,00	0,99	0,95	0,78
2	2,00	1,89	1,60	1,04
3	2,92	2,33	1,64	0,88
4	3,22	1,92	1,19	0,60
5	1,98	1,01	0,60	0,30

Анализируя цифры, приведенные в таблице, можно легко заметить, что результаты, получаемые при описанных выше упрощенных рассуждениях, достаточно хорошо совпадают с выводами, получаемыми при использовании закона Пуассона, если $S = 2$ или 1, так как значения M , при которых ожидаемая величина B имеет наибольшие значения, равны соответственно 4 и 3, что совпадает с результатами, получаемыми при применении упрощенной формулы $M = [6S/(1 + S)]$. Однако в случаях, когда S меньше единицы, становится очевидным расхождение в ответах, даваемых упрощенной формулой и формулой, основанной на законе Пуассона. Это расхождение, как уже упоминалось выше, получается потому, что упрощенная формула не учитывает вероятности обнаружения при некоторых полетах большего числа вражеских кораблей.

Как следует из табл. II.4, при $S < 1$ часто оказывается более правильным брать в полете больше бомб, чем это требуют расчеты по упрощенной формуле. Так, при $S = 0,6$ целесообразно брать 3, а не 2 бомбы, а при $S = 0,3$ — две бомбы вместо одной.

В качестве более сложного примера рассмотрим работу продавца газет, покупающего газеты оптом в типографии по цене 2 цента за штуку и продающего их по 3 цента, причем типография не принимает у него обратно нераспроданных газет. Из опыта продавец установил, что у него бывает в среднем по 10 покупателей в день и что эти покупатели являются случайными лицами. Требуется узнать, сколько газет выгодно закупать продавцу.

Под понятием «случайные лица» будем подразумевать, во-первых, что продавец не имеет регулярной клиентуры (т. е. покупателей, на регулярный приход которых можно бы рассчитывать) и, во-вторых, что при встрече продавцом на улице прохожих, вероятность покупки газеты любым из них одинакова. При этих условиях для решения стоящей перед нами задачи можно применить закон Пуассона.

Предположим теперь, что продавец приобретает k газет и что имеется m покупателей. Если m равно или меньше k , будет продано m газет. В этом случае доход продавца составит $3m - 2k$ центов. Если m больше, чем k , продано может быть только k газет и доход продавца будет составлять как раз k центов. Ожидаемый доход в этом случае будет составлять

$$E_k = \sum_{m=0}^k (3m - 2k) \frac{10^m e^{-10}}{m!} + \sum_{m=k+1}^{\infty} k \frac{10^m e^{-10}}{m!}.$$

Легко показать, что

$$E_{k+1} - E_k = \sum_{m=0}^k (-2) \frac{10^m e^{-10}}{m!} + \sum_{m=k+1}^{\infty} \frac{10^m e^{-10}}{m!}.$$

Это выражение, основываясь на соотношении

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{10^m e^{-10}}{m!} = 1,$$

может быть преобразовано к следующему виду:

$$E_{k+1} - E_k = 1 - 3 \sum_{m=0}^k \frac{10^m e^{-10}}{m!}.$$

Предположим, что продавец приобретает газеты одну за другой; тогда в случае, если он купил уже k газет, он купит $(k+1)$ -тую газету только тогда, когда $E_{k+1} - E_k$ является положительной величиной. Поэтому число газет, которые он приобретает, будет являться наименьшим значением k из всех значений k , при которых $E_{k+1} - E_k$ отрицательно.

Из табл. II.5 видна последовательность решения задачи.

Таблица II.5

Задача продавца газет

k	$\frac{10^k e^{-10}}{k!}$	$\sum_{m=0}^k \frac{10^m e^{-10}}{m!}$	$E_{k+1} - E_k$	E_k
0	0,00005	0,00005	0,99935	0
1	0,0005	0,0005	0,9985	0,9999
2	0,0023	0,0028	0,9916	1,9984
3	0,0076	0,0104	0,9388	2,9930
4	0,0189	0,0293	0,9124	3,9539
5	0,0378	0,0671	0,7987	4,8715
6	0,0631	0,1302	0,6094	5,6697
7	0,0931	0,2203	0,3394	6,2784
8	0,1126	0,3329	0,0013	6,6088
9	0,1251	0,4580	-0,3737	6,6195
10	0,1251	0,5831	-0,7490	6,2485
11	0,1137	0,6938	-1,0904	5,4932
12	0,0948	0,7916	-1,3748	4,4058
13	0,0729	0,8645	-1,5935	3,0310

В первой колонке помещен последовательный ряд значений k ; во второй приведен результат вычисления $\frac{10^m e^{-10}}{m!}$ для $m=k$; в третьей помещен результат вычисления $\sum_{m=0}^k \frac{10^m e^{-10}}{m!}$; в четвертой — значения разности $E_{k+1} - E_k$; в последней колонке показаны значения E_k . Из этой таблицы ясно видно, что продавец газет должен покупать только 9 газет и что его ожидаемый доход равен 6,6 цен-

тов. Если он будет приобретать 10 газет, его ожидаемый доход будет на 6% меньше. В этом случае убытки, которые он понесет, если найдет меньше ожидаемых 10 покупателей, будут больше, чем увеличение заработка в случае, если он встретит 10 или больше покупателей.

Эти два примера показывают возможные ошибки при решении подобных задач «простейшим» методом и указывают, каким путем можно использовать функцию распределения для получения более правильного ответа.

§ 3. ВЫБОРКА ИЛИ ВЫБОРОЧНЫЕ ПРОБЫ

Предположим, что из орудия произведено по цели 100 выстрелов, 40 из которых попали в цель. Требуется определить «наилучшую оценку» вероятности p того, что следующий снаряд, выпущенный из этого орудия при тех же условиях, попадет в цель. Такой пример мы начали рассматривать в начале этой главы, теперь же, используя материал главы, попытаемся рассмотреть его еще раз, уже более детально.

Сложность разрешения задачи лежит в интерпретации выражения «наилучшая оценка». Трудность возникает в связи с тем, что независимо от значения величины p (за исключением 0 и 1), может случиться, что при ста выстрелах сорок попадут в цель. Поэтому, опираясь на имеющиеся в нашем распоряжении опытные (наблюденные) данные, невозможно определить точное значение p . Любая формула, определяющая значение p через число попаданий и промахов, ведет к ошибке. В этом случае можно только определить вероятность того, что p будет иметь некоторое данное значение.

Несмотря на эти затруднения, мы можем интуитивно сказать, что значение p «вероятно находится где-то около» 0,40. Такое определение, конечно, весьма неясно, но оно говорит, что у нас есть достаточно уверенная уверенность в том, что p не равно 0,01 или 0,99 и в то же время у нас нет никаких оснований возразить, что значение p не будет равно 0,39 или 0,41. Другими словами, мы можем сказать, что 0,01 и 0,99 являются «неприемлемыми» значениями p , а значения 0,39 и 0,41 являются «приемлемыми». Если бы нас спросили, почему мы считаем, что 0,01 является неприемлемым значением для p , мы могли бы указать, что вероятность получения 40 поражающих выстрелов из 100 при $p = 0,01$ будет равняться, согласно формуле (14)

$$\frac{100!}{40!60!} (0,01)^{40} (0,99)^{60},$$

что составит около 10^{-52} и окажется настолько малой величиной, что мы можем «достоверно» сказать, что такой невероятный случай не произойдет. С другой стороны, если мы даже примем, что $p = 0,40$, вероятность получения точно 40 поражений при 100 выстрелах составит

$$\frac{100!}{40!60!} (0,40)^{40} (0,60)^{60},$$

что равно только 0,08. Эта цифра, конечно, не настолько велика, чтобы с первого взгляда на нее можно было сказать, что 0,40 является «приемлемым» значением для p .

Для того, чтобы найти лучший критерий «приемлемости» или «достоверности», используют обычно метод, предложенный Пирсоном. Этот метод не позволяет получить на основании результатов испытаний точное значение p (как мы видели, это невозможно), но обеспечивает определение пределов значений p , в которых «приемлемо» искать ее действительное значение. Для проверки предполагаемого значения p определим ожидаемую величину для рассматриваемого нами случая (в нашем примере ожидаемая величина поражений равна $100p$). Соответствие между действительным результатом и ожидаемой величиной измеряется абсолютным значением разности этих двух величин, т. е. $|40 - (100p)|$. Теперь подсчитаем вероятность того, что соответствие между действительным результатом и ожидаемой величиной будет во втором опыте (аналогичном первому) таким же или худшим, чем в первом опыте. При этом мы получим число, которое будет равно 1, если исход первого опыта соответствует точно ожидаемой величине и будет меньше 1 в других случаях. Это число принимается за меру «приемлемости» проверяемого значения p и, если оно слишком мало (обычно меньше 0,05), величина называется «неприемлемой».

Если выборка достаточно велика, эти вычисления можно упростить, используя нормальный закон в качестве приближения к биномиальному закону. Для иллюстрации этого метода определим «приемлемость» некоторого значения p для случая стрельбы из оружия. Математическое ожидание поражения цели равно $100p$ и разность между наблюдаемым числом поражений и математическим ожиданием составит $|100p - 40|$. Если мы произведем следующие 100 выстрелов, соответствие результата второй серии выстрелов математическому ожиданию поражений будет таким же или худшим, если число поражений будет равно или больше чем $100p + |100p - 40|$ или равно или меньше, чем $100p - |100p - 40|$.

Если мы аппроксимируем действительное распределение числа поражающих выстрелов во второй серии из 100 выстрелов нормальным распределением со средним значением равным $100p$ и стандартом

$$\sigma = \sqrt{100p(1-p)} \quad [\text{см. формулу (16)}],$$

тогда вероятность, что вторая серия дает худшее соответствие, чем первая серия, будет:

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{|40 - 100p|/\sigma}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx. \quad [\text{см. формулу (24)}]$$

Значение этого интеграла легко получить, используя таблицу V , помещенную в конце книги. Эта таблица, как правило, дается и в других книгах, посвященных вопросам математической статистики [7] [8].

В общем случае, когда имеется m положительных результатов при n испытаниях, эта формула преобразуется к виду:

$$\sqrt{\frac{1}{\pi}} \int_{|m-np|/\sigma}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx, \quad (31)$$

где σ равна $\sqrt{np(1-p)}$.

Кривые этой «достоверности», как функции предполагаемого значения p для случаев $n=100$, $m=40$ и $n=10$, $m=4$, приведены на рис. 12. Если мы возьмем в качестве доверительного уровня границы приемлемости значение 0,05, тогда для случая $n=100$, $m=40$ значения p , лежащие в пределах от 0,31 до 0,50, являются «приемлемыми». Для случая

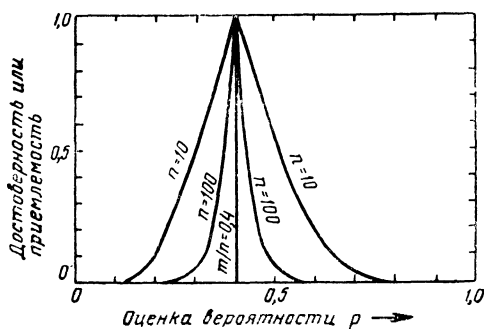


Рис. II.12. Достоверность оценки вероятности получения положительных результатов p для случаев, когда при 10 испытаниях получено 4 положительных результата и когда при 100 испытаниях получено 40 положительных результатов.

«приемлемыми». Для случая $n=10$, $m=4$ «приемлемыми» значениями p являются значения, лежащие в пределах между 0,16 и 0,69. Здесь уместно будет отметить, что нормальный закон распределения для такой небольшой выборки является плохой заменой биномиального распределения. Однако, несмотря на это, в данном примере область «приемлемых» значений p настолько велика, что в большинстве случаев потребовалось бы сделать дополнительные испытания, прежде чем опереться на этот результат; в то же время

в некоторых случаях, когда являются достаточными даже грубые ориентировочные данные, полученные в результате небольшой выборки, дополнительная неточность, вносимая применением нормального закона, едва ли повлияет на результат.

Таким образом, наилучший ответ на первоначально поставленный вопрос заключается в том, что вероятность p того, что следующий выпущенный из орудия снаряд поразит цель, равна наиболее вероятному значению 0,40, причем ее приемлемые значения могут лежать в пределах между 0,31 и 0,50.

Этот метод определения значения вероятности по опытным данным имеет один серьезный недостаток: метод не позволяет учитывать тех предварительных данных, которые могут быть в нашем распоряжении до начала испытаний и по которым можно считать, что одно значение p более вероятным, чем другое. Если, например, мы знаем, что орудие, из которого производятся стрельбы, является одним из большой партии совместно и совершенно одинаково изготовленных орудий и что предыдущие испытания других орудий

этой партии в своем подавляющем большинстве дали значения вероятности, близкие к 0,3, тогда совершенно очевидно, что для случая, изображенного на рис. 12, значение 0,3 более «приемлемо», чем значение 0,5, хотя кривая и показывает, что эти значения «приемлемы» в равной степени. Однако в большинстве случаев мы не располагаем такими данными, и хотя и существует реальная трудность использования этого метода, но ею можно пренебречь.

1. Критерий Пирсона χ^2 («хи»-критерий)

В предыдущих главах мы, в основном, рассматривали испытания, результатом которых являлись только «положительное» или «отрицательное» события. Однако результаты многих испытаний могут быть более разнообразными. Так например, при стрельбе из винтовки, пуля может попасть в центр мишени, в первое или второе кольцо, либо вообще пролететь мимо мишени. Подобно этому, торпеда, выпущенная подводной лодкой, может либо пройти мимо корабля, либо повредить этот корабль, либо потопить его. В том случае, когда нам полностью известна природа явления, иногда бывает возможно заранее, до опыта, вычислить так называемую априорную вероятность p_i того, что в результате проведенного нами опыта будет иметь место i -тое возможное событие, т. е. вычислить, например, p_1 — вероятность попадания в центр мишени, p_2 — вероятность попадания в первое кольцо мишени и т. п. В другом случае вероятностью p_1 может являться, например, вероятность сбития приближающегося самолета 127-мм зенитной батареей при его нахождении на удалении от 6000 до 4000 м от позиции батарей (стрельба начинается при приближении самолета на дальность в 6000 м), вероятностью p_2 — вероятность, что самолет будет сбит, когда он находится на расстоянии от 4000 до 2000 м, и вероятностью p_3 — вероятность, что самолет будет сбит, когда дальность до него будет меньше 2000 м.

Переходя от этих примеров к общим формулировкам, можно сказать, что данное испытание может привести к нескольким различным характерным событиям, таким как, скажем, попадание в центр мишени, в первое кольцо, второе кольцо и т. п. Предположим теперь, что имеется s различных характерных возможных исходов испытания. Мы можем обычно разграничить эти возможные события несколькими различными способами так, чтобы значение параметра целого числа s изменялось бы в соответствии с условиями испытания и отвечало бы степени детализации, с которой необходимо оценить результаты этих испытаний. Параметр s обычно называют «числом степеней свободы» испытаний. Для того, чтобы завершить перечисление возможных результатов, необходимо всегда в дополнение к s различным характерным исходам испытаний учитывать и возможность получения при испытании отрицательных исходов, т. е. ненаступления ни одного из перечисленных выше характерных исходов испытаний. Это значит, другими словами, что всегда существует возможность, что пуля не попадет ни в центр,

ни в одно из колец мишени, а пролетит мимо. Для рассмотренного нами раньше случая с игральными костями это значит, что могут выпасть не только цифры 1, 2, 3, 4 или 5, но и ни одна из них (т. е. выпадет цифра 6).

Отсюда, обобщая эти примеры, можно сказать, что полное число возможных событий равно 1 плюс число степеней свободы, т. е. $s + 1$.

Каждое возможное событие имеет априорную вероятность $p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_{s+1}$, причем сумма всех этих вероятностей должна быть равна единице. В случае, если сделано n испытаний, ожидаемое количество испытаний, результатом которых будет событие 1, составит np_1 и т. п. Сумма всех этих ожидаемых величин должна быть равна n .

Рассмотрим теперь случай, когда перед нами стоит обратная задача. Мы сделали n испытаний и желаем узнать на основе их выполнения «приемлемые» значения вероятности появления каждого из характерных событий. При этом мы знаем, что из n испытаний, m_1 испытаний закончилось событием 1, m_2 испытаний — событием 2 и т. д. Сумма всех m испытаний должна равняться n . На основании этих результатов мы желаем определить приемлемые значения вероятностей p_i .

Говоря точнее, мы желаем узнать, соответствует ли наблюдаемый результат гипотезе, что вероятность того, что результат единичного испытания будет лежать в i -той группе, равна p_i (причем $\sum p_i = 1$). Это можно определить путем вычисления вероятности того, что результат серии из n испытаний с данными вероятностями будет в той же или большей степени отклоняться от ожидаемого значения, как и наблюдаемый результат.

Принципиальная трудность этой задачи заключается в сложности определения, какой из наблюдаемых результатов отклоняется в большей степени от ожидаемого результата. Рассмотрим, например, следующие результаты двух выборочных проб.

Таблица II.6

Группа распределения . .	1	2	3
Ожидаемое количество . .	3	12	4
Выборка 1	4	10	5
Выборка 2	5	12	2

Рассматривая эту таблицу, с первого взгляда трудно сказать, какая из двух выборок лучше согласуется с ожидаемым распределением. Для того, чтобы получить ответ на этот вопрос, отклонимся на время от этого примера и зададимся задачей отыскания подходящей меры расхождения между распределением выборки и ожидаемым распределением.

Вероятность получения некоторого определенного распределения значений m_i при данной серии из n выборок находится раз-

ложением полинома $(p_1 + p_2 + \dots + p_v)^n$, где под p_i подразумевается вероятность получения не только положительного, но и отрицательного результатов:

$$P = \frac{n!}{m_1! m_2! \dots m_v!} p_1^{m_1} p_2^{m_2} \dots p_v^{m_v}, \quad (32)$$

где $v = s + 1$ и $\sum m_i = n$. Легко показать (рассматривая m_i как непрерывную переменную), что это выражение имеет максимальное значение при $m_i = np_i$. Таким образом, принимая

$$P_{\max} = \frac{n!}{(np_1)! (np_2)! \dots (np_v)!} p_1^{np_1} p_2^{np_2} \dots p_v^{np_v},$$

имеем

$$\frac{P}{P_{\max}} = \frac{(np_1)! (np_2)! \dots (np_v)!}{m_1! m_2! \dots m_v!} p_1^{m_1 - np_1} p_2^{m_2 - np_2} \dots p_v^{m_v - np_v}.$$

Это выражение является произведением членов вида

$$\frac{(np)!}{m!} p^{m - np}.$$

Если m и np имеют достаточно большие значения, можно считать, что $(np)! = (np/e)^{np}$ и $m! = (m/e)^m$. Общий член разложения после соответствующего преобразования и аппроксимации [5], примет вид

$$e^{-(m - np)^2 / 2np}.$$

Это выражение справедливо, если m и np не слишком малы. Величина

$$\delta_i^2 = \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i} \quad (33)$$

называется дивергенцией i -той группы от соответствующего ожидаемого значения. Подставляя это выражение в полученную нами раньше формулу, будем иметь

$$\frac{P}{P_{\max}} = e^{-\frac{1}{2} \sum \delta_i^2} = e^{-\frac{1}{2} \chi^2},$$

где

$$\chi^2 = \sum \delta_i^2 = \sum \frac{1}{np_i} (m_i - np_i)^2 \quad (34)$$

называется полной дивергенцией.

Отсюда видно, что вероятность получения данного распределения является функцией только χ^2 (так как множитель $P_{\max}$ является постоянной величиной) и быстро уменьшается при возрастании χ^2 .

Полученный нами вывод можем использовать теперь для оценки результатов двух выборок, приведенных в табл. II.6, и установить, какая из них больше отклоняется от ожидаемого распределения. Для проведения такой оценки воспользуемся тем, что (как это следует из сделанного нами определения) из двух данных выборок в большей степени отклоняется от ожидаемого распределения та выборка, для которой значение χ^2 больше.

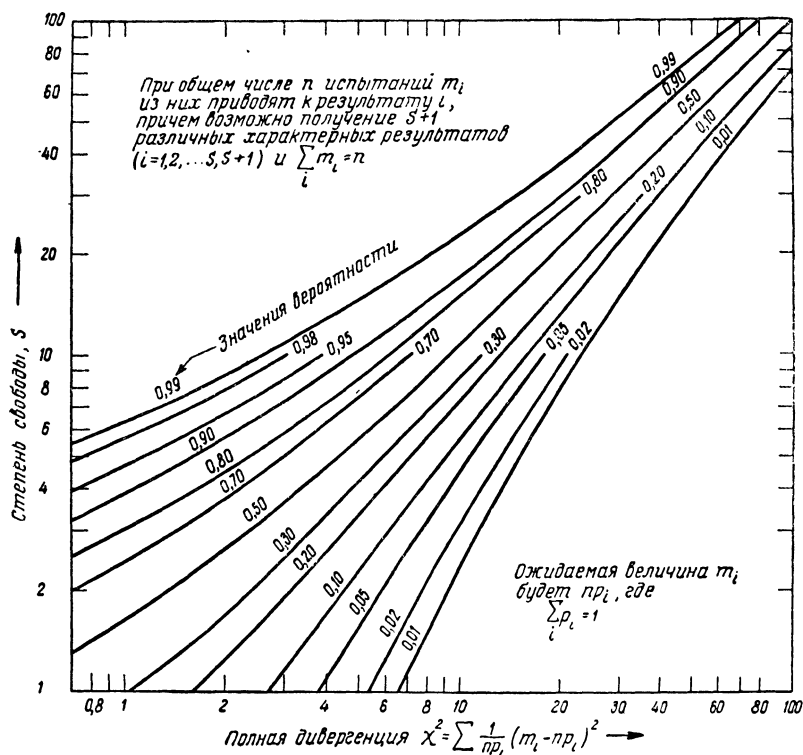


Рис. II.13. Критерий достоверности („приемлемости“) Пирсона $P(>\chi^2)$.

Вероятность получения распределения, отклоняющегося от ожидаемого распределения в большей степени, чем распределение некоторой данной выборки, может быть найдена теперь прямым суммированием.

Замена этой суммы интегралом приводит к следующему выражению [5]:

$$P(>\chi^2) = \frac{1}{2^{s-1} \Gamma(s/2) \chi} \int_0^\infty u^{s-1} e^{-\frac{1}{2} u^2} du, \quad (35)$$

где s — «число степеней свободы» равное $\nu - 1$. Таблицы этой функции приведены в книге Фрея [5] и других работах, посвящен-

ных вопросам математической статистики. Для грубой оценки можно считать, что значение $P(>\chi^2)$ мало, когда χ^2 больше, чем s и велико (около 1), когда χ^2 значительно меньше, чем s . Контурный чертеж этой функции приведен на рис. 13.

Вернемся теперь к табл. II.6, зная, что вычисленному или ожидаемому значению лучше соответствует та из выборок, для которой χ^2 имеет наименьшую величину. Для случая, приведенного в табл. II.6, мы имеем $s=2$, $np_1=3$, $np_2=12$, $np_3=4$.

Для первой выборки $m_1=4$, $m_2=10$, $m_3=5$, следовательно,

$$\chi^2 = \frac{1}{3}(4-3)^2 + \frac{1}{12}(10-12)^2 + \frac{1}{4}(5-4)^2 = \frac{11}{12},$$

для второй выборки

$$\chi^2 = \frac{1}{3}(5-3)^2 + \frac{1}{12}(12-12)^2 + \frac{1}{4}(2-4)^2 = \frac{7}{3}.$$

Следовательно, первая выборка больше соответствует ожидаемому значению, чем вторая выборка. Действительно, сравнивая полученные результаты с кривыми рис. 13, легко заметить, что вероятность того, что результат первой выборки «действительно» соответствует ожидаемому результату, составляет $2/3$ (при этом расхождение является просто результатом рассеяния); вероятность же того, что результат второй выборки соответствует ожидаемому результату, составляет только половину этой величины и равна $1/3$.

Обычно бывает известен только результат выборки; в этом случае мы должны задаться значениями вероятностей p и на основании их величин вычислить вероятность того, что действительный результат имеет не большее отклонение, чем тот, который соответствует нашим предположениям. Предположение, для которого величина χ^2 имеет наименьшее значение, является наиболее вероятным.

2. Примеры

1. Испытание ракетной установки стрельбой может производиться по мишени, которая имеет два концентрических круга; предположим, что радиус первого круга составляет 10 м, а радиус второго 20 м. При испытании было произведено 25 выстрелов. Из 25 ракет 10 попали в область, ограниченную внутренним кругом, 10 — в область, заключенную между двумя кругами, и 5 прошли вне второго круга. На основании предыдущих испытаний известно, что распределение точек поражения мишени соответствует круговому нормальному закону, плотность вероятности которого

$$\frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2}.$$

Требуется установить справедливость применения этого закона и определить значение σ .

Метод решения стоящей перед нами задачи заключается в оценке при помощи χ^2 — критерия полученных результатов, при

выборе различных значений σ . Если значение $P(>\chi^2)$ всегда мало при всех значениях σ , то сделанное нами предположение относительно закона распределения не соответствует действительности. Если же при некоторых значениях σ критерий $P(>\chi^2)$ имеет достаточно большую величину, то это указывает на то, что при этих значениях результат является «приемлемым» и распределение поражения мишени нельзя считать противоречащим нормальному закону.

Можно легко заметить, что вероятность попадания внутрь круга радиуса r составляет (предполагая, что плотность вероятности равна указанной выше)

$$1 - e^{-r^2/2\sigma^2}.$$

Следовательно, вероятности p_1 , p_2 и p_3 попадания во внутренний круг, между двумя кругами и вне внешнего круга составят

$$\begin{aligned} p_1 &= 1 - e^{-50/\sigma^2}, \\ p_2 &= e^{-50/\sigma^2} - e^{-200/\sigma^2}, \\ p_3 &= e^{-200/\sigma^2}. \end{aligned}$$

Эти значения мы должны сравнить с $m_1=10$, $m_2=10$, $m_3=5$. Предположим сначала, что $\sigma=10$ м. Тогда:

$$\begin{aligned} p_1 &= 0,394, \\ p_2 &= 0,471, \\ p_3 &= 0,135. \end{aligned}$$

Дальнейшие расчеты надо произвести в последовательности, приведенной в нижеследующей таблице

$$\sigma = 10 \text{ м}$$

Группа	Число попаданий			Дивергенция
	Фактическое	Ожидаемое	Разность	
1	10	9,84	+0,16	0,003
2	10	11,80	-1,80	0,274
3	5	3,36	+1,64	0,800
Итого..	25	25,00		$\chi^2 = 1,077$ $P(>\chi^2) = 0,58$

Так как $s=2$, то соответствующее значение $P(>\chi^2)$ необходимо искать в таблице применительно к случаю двух степеней свободы. Из произведенного расчета видно, что при выбранном значении $\sigma=10$ м получается достаточно хороший результат, указывающий на «приемлемость» сделанного нами предположения о том, что распределение попаданий в мишень соответствует нормальному закону распределения.

Можно продолжить расчет и определить величину $P(>\chi^2)$

для других значений σ . Приводимая ниже таблица показывает результат таких вычислений:

$\sigma, м$	8,6	8,7	8,8		10,8	10,9	11,0		14,2	14,3	14,4
$P(>\chi^2)$	0,03	0,04	0,07		0,77	0,775	0,76		0,06	0,05	0,04

Из этой таблицы видно, что наиболее «приемлемым» значением σ является 10,9 м и что все значения между 8,8 м и 14,3 м будут тоже приемлемыми.

2. Статистика полетов самолетов, выделенных для поиска и борьбы с подводными лодками противника, дает за трехмесячный период времени следующие цифры:

Месяц	Количество часов полета	Число обнаруженных лодок	Количество часов полета, приходящихся на одно обнаружение
1	2 600	5	520
2	3 500	6	583
3	4 000	6	667
Итого . .	10 100	17	Средн. 595

При первом взгляде на эту таблицу можно сделать вывод, что количество часов, приходящихся на одно обнаружение, с течением времени возрастает.

Нашей задачей является узнать, действительно ли возрастает количество часов, приходящихся в среднем на одно обнаружение, или имеющиеся в таблице различия между наблюдаемыми величинами надо отнести за счет случайных колебаний.

Для определения этого, начнем с гипотезы, что количество часов, приходящихся на одно обнаружение подводной лодки, остается постоянным и равно среднему значению 595. Затем подсчитываем $P(>\chi^2)$, как указано в следующей таблице:

Месяцы	Число обнаружений	Ожидаемое число обнаружений	Разность	Дивергенция
1	5	4,4	0,6	0,08
2	6	6,0	0,0	0,00
3	6	6,8	0,8	0,09
		$S=2$		$\chi^2 = 0,17$ $P(>\chi^2) = 0,93$

На основании полученных результатов можно с большой уверенностью сказать, что различие между наблюдаемыми величинами является случайным колебанием.

ГЛАВА III

ПРИМЕНЕНИЕ КРИТЕРИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Материал предыдущей главы, а также значительная часть материала последующих глав являются основой метода, используемого при исследовании операций. Знакомство с этими материалами является необходимым условием для каждого, кто поставил своей целью заняться этой работой. Однако даже весьма тщательное изучение материала не может служить гарантией того, что читатель достигнет больших успехов в области исследования операций. Так же, как и в любой другой области прикладной науки, улучшение эффективности боевых операций путем научного анализа их результатов требует определенного «навыка», который приходит со временем на основе практического опыта.

В первую очередь необходимо получить общую количественную картину операции, которая подвергается изучению. После этого необходимо продумать, что в данной исследуемой операции общего с аналогичными операциями, проводимыми раньше, а затем выявить, чем одна операция отличается от другой. Для того, чтобы начать изучение комплекса событий, каким является любая операция, необходимо опустить все детали (производя оценку их влияния на ход операции несколько позже) и заняться изучением узкой области очень приближенных «констант операций» — численных величин, характеризующих ход и результат операции. Изучая изменение этих характеристик, в ряде случаев возможно приблизиться к рациональному решению задачи, при котором операция даст наибольший эффект.

Необходимо особенно подчеркнуть, что применение этих характеризующих операцию констант, несмотря на приближенность их значений, очень удобно. Более того, применение этих характеристик становится весьма полезным в связи с тем, что их значения приближены. Это допустимо потому, что успешное выполнение работы по исследованию операций приводит обычно к повышению эффективности операции в три, десять или более раз. В ряде случаев эффект многих операций в связи с наличием отдельных отрицательно влияющих факторов не соответствует в действительности теоретически предсказываемому оптимальному эффекту. Таким отрицательным фактором может быть необученность личного состава, неправильное использование оборудования или вооружения, неисправность обо-

рудования и т. д. Обычно в тех случаях, когда слабое звено операции бывает установлено и приняты меры к его ликвидации, эффективность возрастает на сотни и даже тысячи процентов. Наши первые попытки исследования операций будут касаться рассмотрения тех отрицательных факторов, устранение которых ведет к значительному повышению эффективности операций. Эти факторы могут быть найдены, если характеризующие операции константы заданы с точностью до одной значащей цифры и большая точность добавляет просто незначительные детали.

При исследовании операций весьма удобно пользоваться счетом с помощью хемибел. Бел — это единица логарифмической шкалы, * соответствующая множителю 10. Хемибел соответствует множителю, величина которого равна квадратному корню из 10, т. е. приблизительно 3, и принимается за единицу счета. При предварительном анализе операций обычно бывает достаточным определять значение характеристики в пределах 3 (одного хемибела). Использование хемибела в качестве единицы счета бывает чрезвычайно удобно в ряде областей науки, и многие инженеры и ученые очень широко ее применяют. Этот метод счета применим, в частности, и при исследовании операций.

Определив константы, характеризующие изучаемые операции, с точностью до единиц хемибел (или до одной значащей цифры), производят их сравнение. Сначала сравнивают значение констант, полученных на основании действительных операций, с оптимальным теоретическим значением, если оно может быть подсчитано. В том случае, когда действительное значение отличается от теоретического менее, чем на один хемибел (т. е. меньше, чем в три раза), бывает крайне маловероятно, что улучшение какого-либо элемента, влияющего на исход операции, привело бы к заметному повышению ее эффективности. Однако в большинстве случаев между действительным и теоретически предполагаемым результатом существует большая разница. В этих случаях приближенный ответ на вопрос о возможных средствах увеличения эффективности операции может быть обычно получен путем грубой оценки данных операций, с тем чтобы установить, в каком из подразделений — личном составе, оборудовании и вооружении или тактике — нужно произвести изменения, чтобы обеспечить существенное изменение констант. Во многих случаях теоретическое определение оптимальных значений констант может указать на возможности увеличения эффективности операции.

В этой главе будет рассмотрено несколько различных типов характеризующих операции констант. На основе их изучения будут сделаны выводы о методах повышения эффективности тех или иных операций.

* Использование вместо линейной логарифмической шкалы вызвано преимуществами последней при вычерчивании графиков. Единица приравливается нулю хемибел; 3 — одному хемибелу; 10 — двум хемибелам; 30 — трем хемибелам и 10000 — восьми хемибелам. Хемибел равен 5 децибелам. Соответствующее сокращенное написание этой единицы — «хб» (аналогично написанию децибел — «дб»). Приставка «неп» в переводе означает «полю».

§ 1. СКОРОСТЬ ПОИСКА

Для некоторых видов военно-морских сил и, в частности, для некоторых видов морской авиации, важной задачей является разведка или патрулирование, т. е. задача обнаружения противника. Операция поиска является, в частности, неотъемлемой частью подводной войны. Прежде чем выполнить торпедную атаку, подводная лодка должна найти вражеские суда, а противолодочная оборона должна обнаружить подводные лодки противника, чтобы их атаковать или передать на охраняемый караван судов курс подводной лодки противника с тем, чтобы уклониться от встречи с последней.

Патрулирование или поиск являются такими действиями, для которых особенно применимо исследование операций. Это простое и достаточно часто повторяющееся, при весьма аналогичных условиях, действие позволяет накопить необходимые исходные данные. На основании этих данных периодически можно подсчитывать критерий эффективности, на базе которого можно сделать много полезных выводов. Сравнивая значения численных характеристик, полученных на основе реальных операций, с теоретическими наивыгоднейшими значениями, можно получить полную картину того, насколько эффективно используются собственные вооруженные силы. Внезапное изменение характеристик при неизменности собственной тактики свидетельствует обычно об изменении тактики противника, что, конечно, потребует тщательного изучения и принятия соответствующих контрмер.

1. Определение характеристик

Чтобы пояснить метод выбора характеристики, рассмотрим следующую простейшую операцию. Пусть в определенный район моря A для поиска вражеских судов посылаются некоторое количество дозорных средств (например, самолеты или подводные лодки). Те или другие дозорные средства, находясь в заданном районе в общей сложности T -единиц времени (часов или дней), обнаруживают за это время C вражеских единиц. Совершенно ясно, конечно, что общее число обнаружений, имевших место в течение месяца, не может быть принято за критерий эффективности того или иного дозорного средства, так как такой критерий эффективности будет зависеть от длительности времени, затраченного на поиск. Более пригодной характеристикой явилось бы среднее число обнаружений, имевших место в этом районе, за единицу времени поиска (C деленное на T).

Число обнаружений за единицу времени поиска является весьма простой характеристикой, пригодной в одних случаях и непригодной в других. До тех пор, пока район поиска остается неизменным, величина (C/T) зависит от эффективности данного средства поиска и N — среднего числа вражеских судов, которые находились в этом районе. Следовательно, любое неожиданное изменение этой величины будет указывать либо на изменение тактики противника, либо на изменение количества присутствующих в этом районе вражеских сил. Так как указанная выше величина сильно зависит от действий

противника, сравнение ее с теоретическими оптимальными значениями не позволит установить возможности увеличения эффективности собственных средств. Эта величина не может считаться также подходящей для оценки и для сравнения эффективности поиска в двух различных районах.

Проведение поиска в большом районе является задачей более трудной, чем поиск в небольшом районе, так как в первом случае для обеспечения той же плотности поиска требуется затратить больше времени. Отсюда следует, что число обнаружений на единицу времени поиска должно быть умножено на площадь района поиска для того, чтобы компенсировать влияние величины зоны поиска и получить возможность сравнения на более или менее равной базе эффективности поиска в двух различных районах.

2. Реальная скорость поиска

В свете проводимых нами исследований крайне желательно знать, на основании данных разведки или других источников информации среднее число (в пределах множителя 3) вражеских судов, находящихся в данном районе в период поиска.

Если это известно, можно вычислить величину Q_{op} , равную количеству обнаруженных за единицу времени вражеских судов, умноженному на площадь района поиска и деленному на предполагаемое число вражеских судов, находящихся в этом районе. Так как данная величина имеет размерность квадратных миль в час, она обычно называется эффективной или реальной скоростью поиска.

Реальная скорость поиска

$$Q_{op} = \left(\frac{CA}{NT} \right) \frac{\text{кв. миль}}{\text{час (день)}}, \quad (1)$$

где C — количество обнаружений;

A — площадь района поиска в квадратных милях;

T — общее суммарное время, в течение которого производился поиск, в часах (или днях);

N — предполагаемое количество вражеских судов в районе поиска.

Эта величина является мерой способности одной разведывательной единицы обнаружить одну вражескую единицу при некоторых определенных реальных условиях. Она равняется площади морской поверхности, просматриваемой одной разведывательной единицей в час (или день).

Эту же величину можно охарактеризовать и несколько иначе, если исходить из того, что (N/A) является средней плотностью вражеских судов в единицах на квадратную милю. Так как (C/T) обозначает число обнаружений, совершенных за час (или день), то $Q_{op} = (C/T) : (N/A)$ есть не что иное, как число обнаружений за час (при некоторой плотности вражеских судов, приходящихся на квадратную милю).

3. Теоретическая скорость поиска

Теперь мы можем сравнить между собой скорости поиска, имеющие место в различных районах и в течение различного времени, так как формула (1) учитывает как размер района поиска, так и продолжительность поиска. Скорости поиска можно также сравнить с теоретическим оптимальным значением скорости поиска применяемого разведывательного средства. Скорость поиска равна удвоенному значению «эффективной боковой дальности обнаружения» разведывательного средства, умноженной на скорость перемещения этого средства. Теоретическая скорость поиска равна, следовательно,

$$Q_{th} = 2Rv \frac{\text{кв. миль}}{\text{час (день)}}, \quad (2)$$

где R — эффективная боковая дальность обнаружения в милях;
 v — средняя скорость перемещения разведывательного средства в милях в час (день).

Сравнение этой скорости поиска с действительным значением позволит вычислить тот самый критерий эффективности, определение которого мы ставим своей задачей.

Отношение Q_{op} к Q_{th} является коэффициентом, значение которого зависит как от эффективности использования разведывательных средств, имеющихся в нашем распоряжении, так и от эффективности методов и средств противника, позволяющих ему избежать обнаружения. Например, если в качестве разведывательного средства применяется самолет, оборудованный радиолокационной станцией, и если качество этой радиолокационной станции не отвечает техническим нормам, то такое отношение соответственно уменьшится. Аналогично этому, если под понятием «средства противника» подразумевается подводная лодка, то уменьшение среднего времени ее нахождения в надводном положении вызовет уменьшение указанного выше отношения, если поиск производится с помощью разведывательных самолетов, оборудованных радиолокационными станциями или применяющих визуальные методы обнаружения. Отношение Q_{op} к Q_{th} будет уменьшаться также и в тех случаях, когда район поиска просматривается разведывательными средствами неравномерно, а средства противника сосредоточиваются в тех районах зоны поиска, в которых разведка производится в меньшей степени. Соответственно, отношение (Q_{op}/Q_{th}) будет увеличиваться (и будет даже превышать единицу), если средства противника сосредоточены в том районе зоны поиска, в котором производится наиболее интенсивная разведка. Можно сказать, что сравнение реальной и теоретической скоростей поиска является весьма действительным средством контроля за изменением эффективности разведывательных операций, возникающим в процессе развития военных действий.

4. Патрулирование подводных лодок

Рассмотрим несколько примеров, иллюстрирующих целесообразность применения рассмотренных в предыдущих параграфах величин. Первый пример взят из практики обнаружения торговых судов патрулирующими подводными лодками. В табл. III.1 приведено несколько типичных примеров. Все величины округлены до одной или двух значащих цифр, так как нельзя было установить количество судов в районе патрулирования и не было необходимости в дальнейшем увеличении точности других величин. В таблице также приведена реальная скорость поиска (вычисленная на основании фактических данных).

Таблица III.1

Обнаружение торговых судов подводными лодками

Показатели	Районы		
	<i>B</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
Площадь в кв. милях, <i>A</i>	80 000	250 000	400 000
Среднее число судов в данном районе, <i>N</i>	20	20	25
Количество судов, проходящих через район поиска за день, <i>F</i>	6	3	4
Количество подводных лодок и время, проведенное ими в районе поиска (в лодко-днях), <i>T</i>	800	250	700
Количество обнаружений, <i>C</i>	400	140	200
Скорость поиска, <i>Q_{ор}</i>	2 000	7 000	4 500
Процент проходящих судов, обнаруженных подводными лодками, <i>C/FT</i>	8%	20%	7%
Число обнаружений на одну подводную лодку в день	0,5	0,6	0,3

Так как отношение величин *Q*, полученных для районов поиска *B* и *E*, меньше 1 хемибела, разница между скоростями поиска в этих двух районах обусловлена, повидимому, достаточно большими ошибками, допущенными при определении величин *N*. Однако различие в скоростях поиска в районах *B* и *D*, повидимому, достаточно существенно (оно соответствует отношению, величина которого больше хемибела, т. е. больше трех).

Анализ причин этого расхождения показывает, что контрмеры, предпринятые противником в районе *B* против действовавших там подводных лодок, были значительно более эффективными, чем в районе *D*, в связи с чем подводным лодкам, патрулировавшим в районе *B*, пришлось в подводном положении провести больший процент времени, что соответственно сократило время их активного патрулирования. Отсюда со всей очевидностью вытекает предложение (если только оно не противоречит каким-либо другим стратегическим соображениям) перевести некоторую часть подводных лодок из района *B* в район *D*, где их эффективность, определяемая количеством обнаружений, приходящихся на одну лодку в день, выше, а опасность для подводных лодок значительно меньше.

Для сравнения вычисляем теоретическую скорость поиска. Подводная лодка при патрулировании проходит в день в среднем 200 миль, а средняя дальность обнаружения торгового судна составляет от 15 до 20 миль. Таким образом, теоретическая скорость поиска составляет от 6000 до 8000 квадратных миль в день. Это весьма близко согласуется с реальной скоростью поиска в районах *D* и *E*. Такое близкое соответствие указывает на то, что подводные лодки обнаруживают почти все суда, которые они должны были бы обнаружить согласно теоретическому предположению (т. е. с аппаратурой обнаружения, имеющей дальность действия от 15 до 20 миль). Это соответствие указывает также и на то, что попытки противника избежать обнаружения патрулирующими подводными лодками вообще не имели успеха в этих районах, так как в противном случае наблюдалось бы относительное уменьшение величины Q_{op} . Уменьшение скорости поиска в районе *B* было объяснено несколькими строками выше.

Следовательно, изучение скорости поиска подводных лодок, действующих против торговых судов, показывает (применительно к примерам, приведенным в таблице), что количество судов, не обнаруженных из-за плохой тренировки наблюдателей или неисправностей аппаратуры обнаружения, является незначительным. Этот анализ также указывает на тот факт, что один из трех районов поиска является менее «продуктивным», чем два других; дальнейший анализ устанавливает причину этого. Тот факт, что каждая подводная лодка, действующая в районе *D*, обнаруживает один корабль из пяти*, проходящих через этот район, является дополнительным подтверждением исключительно высокой эффективности подводных лодок, действующих в этом районе.

5. Авиаразведка подводных лодок

Другой пример относится к поиску подводных лодок самолетами противолодочных воздушных сил. Данные, достаточно характерные для рассматриваемого нами примера, приведены в табл. III.2; они взяты из практики боевых действий, проводимых в трех смежных районах в течение трех следующих один за другим месяцев. В этом примере величина *T* обозначает суммарное время, затраченное самолетом на противолодочную разведку в данном районе в течение рассматриваемого месяца. Под величиной *C* подразумевается общее количество подтвердившихся обнаружений подводных лодок, находящихся в надводном положении; эта величина определена также для поиска во всем районе боевых действий в течение месяца.

В таблице приведены также соответствующие значения реальной скорости поиска Q_{op} . Анализируя эту таблицу, можно сделать много интересных выводов и выработать ряд полезных предположений, направленных на повышение эффективности таких разведывательных операций.

* Из отношения $C/FT = 0,2$. (Прим. редактора.)

Сравним сначала реальную скорость поиска с теоретической оптимальной скоростью. Самолеты противолодочной разведки летят обычно со скоростью около 150 узлов (150 миль в час). Средняя дальность обнаружения подводной лодки, находящейся в надводном положении, составляет в условиях видимости, соответствующей летной погоде, около 10 миль. Следовательно, если подводные лодки находятся в надводном положении все время, в течение которого самолеты ведут разведку, то теоретическая скорость поиска равняется согласно формуле (2) 3000 кв. миль в час. Это в принятой нами системе счета соответствует 7 хемибелам. Однако, если подводные лодки проводят в среднем некоторую долю времени в погруженном положении, то значение $Q_{\text{н}}$ соответственно уменьшится. Из табл. III.2 видно, что среднее значение скорости поиска в районах В и С в 10 раз (на 2 хемибела) меньше максимального теоретического значения, равного 3000 кв. миль/час. В определенной степени расхождение этих величин связано, несомненно, с погружением подводных лодок. Действительно, резкое повышение скорости поиска в районе В, отмеченное в мае месяце, было почти полностью вызвано, как это удалось позднее установить, изменением тактики действия некоторой части подводных лодок. В течение этого месяца подводные лодки вели крайне активные боевые действия, подходя ближе к прибрежным водам, чем в предыдущие и последующие месяцы, задерживаясь на поверхности большее время, с тем, чтобы обнаружить больше судов.

Такой смелый метод боевых действий привел к тому, что подводные лодки сами подверглись весьма большому числу атак и вынуждены были в июне вернуться к более осторожной тактике боевых действий. Этот эпизод послужил доказательством тому, что расхождение в 2 хемибела между реальной и теоретической максимальной скоростями поиска было обусловлено, по крайней мере наполовину, применяемой подводными лодками тактикой боевых действий, согласно которой они часть времени проводили в погруженном положении.

Т а б л и ц а III.2

Воздушная разведка подводных лодок

Район поиска	А			В			С		
Площадь района поиска в кв. милях, А	300 000			600 000			900 000		
Месяц	апрель	май	июнь	апрель	май	июнь	апрель	май	июнь
Среднее количество подводных лодок, N	7	7	6	1	4	3	3	7	5
Суммарное время патрулирования самолета, (в тыс. часов), T	20	25	24	6	7	9	5	5	6
Количество обнаружений, C .	39	37	30	2	35	14	4	11	9
Скорость поиска, Q_{op}	80	60	60	200	750	300	240	280	270
Скорость поиска в хемибелах	4	4	4	5	6	5	5	5	5

Вторая половина величины расхождения вызвана отчасти недостаточным обучением и отсутствием у экипажа самолета нужного практического навыка в напряженном выискивании подводных лодок. Противолодочная авиационная разведка является достаточно однообразным занятием. В среднем от одного обнаружения подводной лодки до другого самолет может налетать (усредняя результаты полетов в течение шести и более месяцев) сотни часов. Опыт показывает, что если для экипажей самолетов не будет постоянной практической тренировки, носящей характер соревнования, эффективность операций может резко снизиться и составлять меньше одной трети максимального значения. Более внимательное рассмотрение этого вопроса, затрагиваемое несколько дальше в настоящей главе, показывает, что выделение специального времени в количестве 10% от общего времени всей боевой операции, для проведения с экипажами самолетов правильно поставленных практических тренировок, может увеличить общую эффективность этих операций в 2—4 раза.

Так может быть частично объяснено имеющееся расхождение между реальной скоростью поиска в районах *B* и *C* и теоретической максимальной скоростью поиска; установлена также и причина внезапного увеличения в мае скорости поиска в районе *B*. Теперь следует установить причину незначительного успеха разведывательных полетов в районе *A*, несмотря на большое количество самолето-часов (или из-за них), затраченных на ведение противолодочной авиаразведки в этом районе. Эффективность разведки в районе *A* по меньшей мере на 1 хемибел (в 3 раза) ниже, чем в двух других районах. В то же время детальное изучение боевых действий подводных лодок показало, что подводные лодки, находившиеся в этом районе, действовали не более осторожно, чем подводные лодки, оперировавшие в двух других районах; поэтому множитель 3 не может быть объяснен тем, что подводные лодки, оперировавшие в районе *A*, находились в надводном положении в три раза меньше времени, чем лодки, действовавшие в других местах. Эту разницу нельзя также отнести полностью за счет недостаточной натренированности экипажей самолетов.

Несколько новых авиаэскадрилий, направленных в район *A*, и даже наиболее опытные среди них, в среднем дали такие же посредственные результаты.

6. Распределение летных усилий

Для того чтобы определить причину низкой эффективности авиаразведки в районе *A*, были рассмотрены действительные маршруты полетов самолетов в этом районе; в результате анализа требовалось проверить, не сосредоточены ли основные силы авиаразведывательных частей в тех районах, где нахождение подводных лодок маловероятно. В результате анализа было найдено, что, действительно, непропорционально большая часть всех разведывательных полетов в районе *A* производилась очень близко от береговой поло-

сы, где шансы на обнаружение находящихся в надводном положении лодок были незначительны. Для этого, разбив весь район полетов на отдельные зоны в соответствии с их удалением от берега, определили продолжительность полетов разведывательных самолетов в каждой из зон в течение апреля (а также в течение последующих месяцев). Полученные при этом результаты, приведены в табл. III.3 (для одного месяца): При анализе этих полетов не было необходимости в определении скорости поиска; достаточно было сравнить количество обнаружений, приходившихся на одну тысячу часов полета для различных зон патрулирования. Такое упрощение вполне допустимо, так как сравнение данных производится, во-первых, применительно к зонам одного и того же района и, во-вторых, за одинаковые отрезки времени; следовательно, разведываемые площади равны между собой и среднее распределение подводных лодок можно считать одинаковым. Такое упрощение является не только допустимым, но и желательным, так как при анализе хода операций не было даже приблизительно известно, как были распределены по зонам в течение отчетного месяца семь подводных лодок, находящихся в разведываемом районе.

Таблица III.3

Обнаружение подводных лодок самолетами противолодочной разведки в различных зонах

Показатели	Расстояние от берега в милях			
	От 0 до 60	От 60 до 120	От 120 до 180	От 180 до 240
Время полета в соответствующей зоне (в тысячах часов), T	15,50	3,70	0,60	0,17
Количество обнаружений подводных лодок в соответствующей зоне, C . .	21	11	5	2
Количество обнаружений подводных лодок, приходящееся на тысячу часов полета, (C/T)	1,3	3	8	12
Число обнаружений подводных лодок, приходящееся на тысячу часов полета, в хемибелах	0	1	2	2

Сравнив между собой числа случаев обнаружений, имевших место за 1000 часов полета в различных зонах, легко понять причину плохих результатов разведывательных операций в районе А. Эффективность полетов во внутренней (прибрежной) зоне, составляющих три четверти от общего числа полетов, равна только одной десятой эффективности полетов во внешней зоне, где было сделано меньше одного процента всех полетов. Из-за большого количества полетов во внутренней зоне подводные лодки, может быть, и не подходили достаточно часто к берегу, а в тех случаях, когда и подходили, старались находиться в подводном положении. Во внешней зоне, наоборот, они чувствовали себя достаточно безопасно, и

действовали так же решительно, как в районе *В* в течение мая.

Если предположить, что перераспределение маршрутов разведывательных полетов не вызвало бы соответствующего изменения тактики действия подводных лодок, то перенесение из внутренней зоны во внешнюю даже только части совершенных в течение месяца полетов, скажем, продолжительностью в 2000 часов (что практически не изменило бы плотности полетов во внутренней зоне, но увеличило бы плотность полетов во внешней зоне в 13 раз) удвоило бы число обнаружений, имевших место за рассматриваемый месяц в этом районе. В действительности, более равномерное распределение полетов по площади района конечно приведет к тому, что подводные лодки, действующие во внешней зоне, станут вскоре более осторожными и число обнаружений, приходящееся на тысячу часов полета во внешней зоне в связи с этим также понизится в 4 или 5 раз относительно первоначального значения. Таким образом, эффективность авиаразведки при перенесении части полетов из береговой зоны во внешнюю зону района увеличится в общей сложности в 3 раза. Отсюда можно сделать вывод, что расхождение на один хемибел в скорости поиска в районе *А* и в районах *В* и *С* обусловлено главным образом неправильным распределением полетов разведывательных самолетов в районе *А*, так как преобладающее количество полетов, совершенных в этом районе, сосредоточено в зонах, в которых подводных лодок не было. После того, как это было установлено и в распределение маршрутов полетов внесено соответствующее изменение (с ограничениями, обусловленными другими причинами), эффективность поиска в этом районе увеличилась.

Рассмотренный случай не является единственным и аналогичные примеры часто встречаются на практике. Однако, этот пример достаточно хорошо иллюстрирует условия и задачи, часто возникающие при исследовании операций. Офицеры, руководившие противолодочной авиаразведкой, не имели времени для проведения детального анализа, который позволил бы установить факты, наглядно иллюстрируемые табл. III.3. Они видели, что наибольшее число обнаружений приходится на подводные лодки, плавающие в прибрежной зоне, но данных, которые позволили бы им установить, что основная причина сказанного заключается в сосредоточении почти всех полетов в прибрежной зоне района, эти офицеры в своем распоряжении не имели. На число обнаружений обращают внимание, как правило, в значительно большей степени, чем на другие величины, характеризующие ход разведывательных операций. Оценка хода разведывательной операции только по количеству обнаруженных подводных лодок могла бы привести офицеров, планировавших эти операции, к неправильным выводам о целесообразности дальнейшего увеличения числа полетов в прибрежной зоне за счет сокращения полетов в других зонах района. Только подробный анализ, проведенный с учетом времени, затраченного на разведку в каждой зоне района, который был выполнен в указанной в табл. III.3 последовательности, выявил истинную картину событий и поз-

волил офицерам штаба принять единственно правильное в этих условиях решение — усилить авиаразведку во внешних зонах района. В рассматриваемом примере, как и в большинстве других, относящихся к этой области боевых действий, результаты операций не могут оцениваться только количеством собранных разведывательных данных. Польза, приносимая разведывательными самолетами, не может измеряться только числом обнаруженных ими подводных лодок, или другими положительными факторами, полученными от полетов в прибрежной зоне.

7. Полеты самолетов противолодочной обороны в Бискайском заливе

В качестве примера использования формулы скорости поиска для оценки боевых операций при несколько изменившейся тактике ведения боя рассмотрим действие корпуса береговой авиации английских ВВС против немецких подводных лодок в Бискайском заливе. После захвата немецкими войсками Франции, морские базы и порты, расположенные на побережье Бискайского залива, стали основными действующими базами немецких подводных лодок. Почти все немецкие подводные лодки, оперировавшие в Атлантическом океане, направлялись на выполнение боевых операций и возвращались с них через Бискайский залив. Примерно в начале 1942 г. на вооружение английских военно-воздушных сил начали поступать в достаточном количестве самолеты, обладающие большой дальностью полета, часть которых была направлена на выполнение задач противолодочной обороны в Бискайском заливе, с тем чтобы помешать беспрепятственному плаванию подводных лодок в этом районе. Так как прежде чем атаковать подводную лодку, необходимо сначала ее обнаружить и поскольку эти самолеты использовались только для атак против подводных лодок, оценка эффективности боевых действий в этом районе производилась по количеству подводных лодок, обнаруженных самолетами.

Интересующие нас данные о ходе этих операций в течение 1942—43 гг. приведены на рис. 1. Кривые, изображенные в верхней части рисунка, характеризуют ежемесячное число часов полетов самолетов противолодочных соединений в Бискайском заливе, число обнаруженных подводных лодок, и предполагаемое усредненное количество подводных лодок за месяц в этом районе. На основании этих данных, зная площадь разведываемой зоны Бискайского залива (130 000 кв. миль), можно вычислить значение реальной скорости поиска для различных месяцев интересующего периода времени; соответствующая кривая изменения этой скорости поиска изображена в нижней части рисунка.

График изменения Q_{op} показывает, что в течение двух рассматриваемых лет произошли два полных цикла событий. В течение первой половины 1942 г. и первой половины 1943 г. реальная скорость поиска составляла около 300 кв. миль в час, что достаточно хорошо соответствовало скорости поиска, имевшей место в районах *B* и *C*

(см. табл. III.2). Десятикратное расхождение между реальной скоростью поиска и теоретической максимальной скоростью, составляющей 3000 кв. миль в час, может быть объяснено, как и в предыдущем случае, во-первых, уже известной нам разницей между

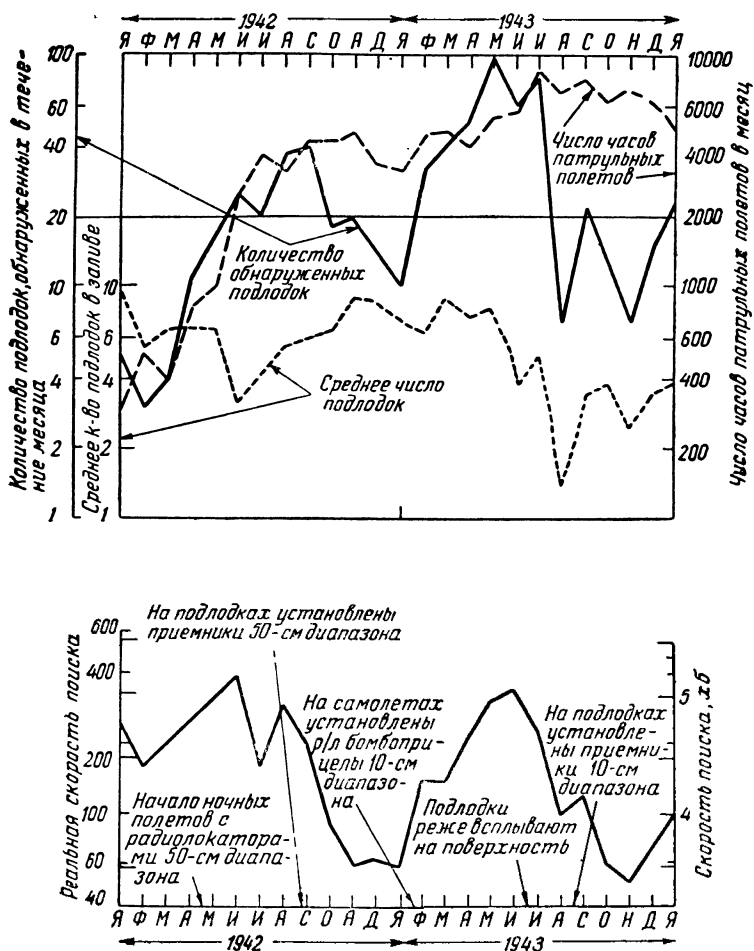


Рис. III.1. Действие самолетов по обнаружению подводных лодок в Бискайском заливе в 1942—43 гг.

способностью экипажа самолета обнаружить цель в реальной боевой обстановке и теоретической внимательностью наблюдателей и, во-вторых, контрмерами подводных лодок, стремившихся избежать обнаружения и атаки; последнее являлось основным фактором, снижающим реальную скорость поиска. В начале 1942 г. стало известно, что подводные лодки находятся на поверхности моря в течение большей части темного времени суток, а подавляющую часть

светлого времени проводят под водой. Так как самолеты противолодочных подразделений совершали большинство полетов в дневное время, то реальная скорость поиска снижалась благодаря этому предположительно в 5 раз. Остающийся множитель 2 был обусловлен, повидимому, снижением эффективности наблюдения в реальных условиях.

В начале 1942 г. размеры контролируемой самолетами зоны в Бискайском заливе возросли и подводные лодки стали подвергаться возрастающему числу атак. Весной самолеты нескольких эскадрилий радиолокационной разведки были оборудованы прожекторами, что позволило им осуществлять полеты и атаки подводных лодок ночью. Применение этого технического новшества позволило сначала увеличить реальную скорость поиска самолетов всех типов. Самолеты, оборудованные прожекторами, атаковывали ночью значительное число подводных лодок, поднявшихся на поверхность моря. Эти ночные атаки привели к тому, что подводные лодки стали проводить в ночное время больше времени под водой, чем раньше. В связи с этим, естественно, увеличилось время, в течение которого подводные лодки были вынуждены находиться на поверхности моря днем, что, в свою очередь, повысило и в дневное время процент подводных лодок, обнаруживаемых самолетами.

Возросшая опасность плавания подводных лодок потребовала от немцев применения дополнительных контрмер. Несмотря на то, что реальная эффективность ночных атак была низкой и количество подводных лодок, выведенных из строя в ночное время, составляло незначительный процент от общего количества подводных лодок, потопленных или поврежденных в результате атак с воздуха, моральный эффект этих атак был весьма ощутимым. В связи с этим немцы начали оборудовать свои подводные лодки радиолокационными разведывательными приемниками, принимавшими излучение радиолокационных станций, установленных на английских самолетах и работавших в 50-см диапазоне волн. Эти разведывательные приемники, при правильном их использовании, позволяли подводной лодке своевременно обнаружить приближение английского самолета по излучению работавшей на нем радиолокационной станции и скрыться под воду раньше, чем самолет обнаружит или атакует ее. Несмотря на известные трудности, связанные с поддержанием этих приемников в рабочем состоянии, их применение стало приносить все больше и больше пользы, в связи с чем в конце лета 1942 г. реальная скорость поиска подводных лодок резко снизилась и составляла только $1/5$ своего первоначального значения.

Эта низкая скорость поиска продолжала сохраняться в течение нескольких месяцев, и англичане вынуждены были прибегнуть к новым техническим усовершенствованиям своей аппаратуры. Они установили на самолетах противолодочных подразделений радиолокационные станции 10-см диапазона, работа которых не могла, следовательно, обнаруживаться разведывательными приемниками 50-см диапазона волн, применявшимися в то время на немецких подводных лодках. Начиная с первых месяцев 1943 г. скорость

поиска начала быстро возрастать в соответствии с увеличением числа самолетов, оборудованных радиолокационными станциями сантиметрового диапазона волн. Вновь немецкие подводные лодки оказались беззащитными против ночных атак английских самолетов, вооруженных новыми радиолокационными станциями и прожекторами. В середине 1943 г. реальная скорость поиска вновь достигла значения, которое она имела год назад.

Естественным ответом на это мероприятие со стороны немцев явилось оборудование подводных лодок разведывательными приемниками десятисантиметрового диапазона волн. Осуществление этого было связано, однако, со значительными трудностями, как с точки зрения конструирования таких приемников, так и их производства, в связи с чем приемники 10-см диапазона были установлены на немецких подводных лодках в требуемом количестве только к концу 1943 г. До поступления этих приемников немецкое командование в качестве временной меры противодействия резко сократило число подводных лодок, которые оперировали в открытом море, а тем лодкам, которые отправляясь на выполнение боевого задания, все же вынуждены были пересекать Бискайский залив, рекомендовало преодолевать его, находясь максимально возможное время в подводном положении. Эти мероприятия уменьшили в определенной степени реальную скорость поиска, а когда подводные лодки были полностью оборудованы разведывательными приемниками 10-см диапазона волн, скорость поиска стала наименьшей из всех отмеченных за рассматриваемый период времени. Следующий цикл событий, приходящийся на 1944 г., связан с другими факторами и не рассматривается здесь за неимением времени.

Приведенный пример показывает, как иногда бывает возможно проследить общий ход той или иной операции, наблюдая за колебаниями критерия эффективности. При этом можно определить действительную пользу того или иного нового мероприятия и установить степень эффективности применяемых противником контрмер. Вычерчивая ежемесячный график критерия эффективности, можно своевременно заметить и информировать командование о применении противником новых тактических приемов или нового вооружения, а также оценить их эффективность.

Несколько аналогичных примеров будет приведено в последующих параграфах этой главы.

§ 2. СООТНОШЕНИЕ ПОТЕРЬ

Удобной мерой для оценки эффективности боевых операций различных видов является «соотношение потерь» — отношение потерь противника к потерям своих войск. Знание этой величины позволяет во многих случаях более правильно оценить потери, понесенные в той или иной операции, и сравнить эти потери с полезным результатом данной операции. Определяя тенденцию изменения этого критерия, можно, как и в предыдущем случае, правильно определить ход операций; с помощью этого критерия можно, в частности,

определить, в какой мере на относительную величину потерь влияет соотношение сил противостоящих сторон.

В тех случаях, когда боевые действия происходят между однотипными боевыми единицами, скажем, между танками или между истребителями, единица измерения боевых качеств является одинаковой для обеих сторон, и задача оказывается достаточно простой. Однако для определения сравнительной величины потерь необходимы данные по большому количеству боев, включающие в себя численность сил противника и своих. Нужны также данные о соотношении сил в начале операции и о потерях с обеих сторон в результате этой операции. Эти данные могут быть подвергнуты статистическому анализу для определения зависимости потерь от условий операции.

Обозначим через m и n соответственно число своих и вражеских боевых единиц, а через k и l потери одной и другой стороны в отдельном бою. В общем случае k и l будут зависеть от m и n , причем эта зависимость будет определяться, в значительной мере, применяемой в сражении тактикой. Так, например, если сражение представляет собой последовательность боевых стычек (боев) между одиночными вражескими боевыми единицами, то тогда как k , так и l будут пропорциональны m или n (в зависимости от того, какая величина меньше) и соотношение потерь (l/k) не будет зависеть от численности противостоящих сил. С другой стороны, если каждая боевая единица одной стороны имеет почти равные шансы поразить каждую боевую единицу врага, тогда потери каждой из сторон будут пропорциональны числу боевых единиц, принимавших участие в бою со стороны противника (т. е. k будет пропорционально n и l будет пропорционально m). Более подробно и несколько с другой точки зрения эти соотношения будут рассмотрены в следующей главе.

1. Битва в воздухе

Сражения, происходившие между американскими и японскими истребителями в районе Тихого океана в 1943—44 гг., носили в большей части форму индивидуальных воздушных схваток, чем групповых боев. Произведенный анализ результатов этих воздушных боев показал, что соотношение потерь японских и американских истребителей (l/k) не зависело в первом приближении от количества участвовавших в сражениях истребителей. Процент потерь японских истребителей за одно сражение не зависел, повидимому, от числа истребителей (k было пропорционально n), тогда как процент потерь американских истребителей за одно сражение возрастал при увеличении числа участвующих в боях японских истребителей и уменьшался при увеличении числа американских истребителей (т. е. l было также пропорционально n).

Соотношение потерь американских истребителей на тихоокеанском театре военных действий оставалось в течение 1943 и 1944 гг. на исключительно высоком уровне и равнялось приблизительно 10.

Это обстоятельство способствовало в весьма высокой степени успеху американских военно-морских сил на Тихом океане. Следовало поэтому произвести возможно более точный анализ боевых действий и установить причину такого высокого соотношения потерь для того, чтобы выявить значимость различных, влияющих на исход боя, факторов (например, качество обучения, боевой опыт, боевые характеристики самолетов и т. п.). Эта задача, конечно, чрезвычайно сложна и при ее решении возможно только определить относительную значимость всех влияющих факторов.

Высокому успеху американских ВВС способствовал в значительной степени более длительный период обучения американских летчиков по сравнению с периодом обучения японских летчиков. Подробное изучение результатов тренировки и также соотношения между продолжительностью первичного обучения и обучения в условиях, приближенных к боевой обстановке, еще окончательно не сделано, так что количественную оценку эффекта тренировки вывести еще нельзя. Несколько позже в этой главе мы рассмотрим пример, из которого будет видно, что в ряде случаев бывает даже целесообразно вывести определенное количество самолетов на некоторое время из боя только для того, чтобы дать возможность летчикам пройти дополнительную тренировку. Однако решение этих проблем представляет значительные сложности и требует дополнительного внимательного и подробного изучения. Можно только предположить, что в общем случае эффективность многих родов вооруженных сил возросла бы, если бы давалось несколько больше времени для переобучения и тренировок войск в полевых условиях и несколько меньше для участия в боевых действиях.

Боевой опыт летчика также влияет на соотношение потерь. Группа по исследованию операций при командовании истребительной авиации английских ВВС изучала вопрос о взаимосвязи между количеством потерь самолетов и числом совершенных легчиком боевых вылетов. Вероятность потерь своих истребителей уменьшается примерно в три раза при возрастании числа боевых вылетов с одного до шести. Изучения, произведенные группой исследования операций американских ВВС, показывают, что вероятность сбития самолетов противника, рассматриваемая для случая, когда истребитель вступил впервые в бой, увеличивается с накоплением боевого опыта на 50 % и более.

Соотношение потерь зависит также от качества применяемой в бою материальной части и, в частности, от качества самолетов. Анализ воздушных боев между английскими и немецкими ВВС показал, что соотношение потерь для английских самолетов модели «Спитфайер-9» было примерно в два раза выше, чем у модели «Спитфайер-5». Это было обусловлено, повидимому, в основном увеличением скорости самолета новой модели примерно на 40 узлов по отношению к скорости старого самолета. Замечено, что соотношение потерь для самолета модели F6F-5 значительно выше, чем для самолета F6F-3. Так как такие факторы, как тренировка, боевой опыт и качество материальной части были на стороне амери-

канцев, то нет ничего удивительного в том, что соотношение потерь достигало десяти. Тем не менее было бы интересно провести дальнейший анализ боевых действий и определить, какой из этих факторов является наиболее важным.

2. Действие эскортирующих кораблей против подводных лодок

В том случае, когда боевые действия ведутся между разнотипными боевыми единицами, задача определения соотношения потерь становится более сложной. В некоторых случаях полное сравнение достигнутого успеха и понесенных потерь может быть выполнено только тогда, когда возможно сравнить значимость одной боевой единицы со значимостью другой единицы. Вопрос относительно боевой значимости различных боевых единиц будет рассмотрен в этой главе несколько позже. Однако для некоторых случаев «смешанных» боев возможно достаточно подробно изучить динамику боевых действий без рассмотрения вопроса относительно значимости боевой техники.

Наглядным примером «смешанного» боя является атака подводными лодками морского каравана. В этом случае дополнительным фактором, влияющим на исход боя, является количество эскортирующих кораблей. Таким образом, имеется три вида величин, влияющих на исход каждого боя: m — число торговых судов в составе каравана, s — число эскортирующих кораблей и n — число участвующих в атаке подводных лодок. В нашем примере представляет интерес определить два вида потерь от сражения; k — число торговых судов, потопленных в результате групповой атаки подводных лодок, и l — число потопленных в бою подводных лодок. Соотношение потерь определяется в данном случае величиной (l/k) — отношением числа потопленных подводных лодок к числу потопленных торговых судов.

В качестве примера рассмотрим результаты атак морских конвоев подводными лодками в Северной Атлантике в период 1941 и 1942 гг. Рассматриваемый пример относится к относительно стабильному периоду боевых действий, когда немецкие подводные лодки стали применять тактику групповых атак (тактика «волчьей стаи»), а в составе морского каравана еще не применялись эскортирующие авианосцы. Первым и, может быть наиболее важным выводом, который можно сделать на основании анализа результатов морских сражений в этот период, является то, что число торговых судов, потопленных при групповой атаке, не зависело от числа торговых судов в составе каравана.

Это легко заметить, из табл. III.4. В этой таблице результаты морских боев классифицированы по числу торговых судов в составе каравана, причем размер групп взят с точностью около одного хемибела. Несмотря на это, среднее значение k , полученное для различных значений m , не зависит от m в пределах точности имеющихся данных.

**Результаты атак подводных лодок на морские караваны
в Северной Атлантике, в 1941—42 гг.**

(число потопленных торговых судов не зависело от их общего количества в составе каравана).

m { Предельные значения Среднее значение	15—24 20	25—34 30	35—44 39	45—54 48
Количество сражений . . .	8	11	13	7
k — среднее значение . . .	5	6	6	5
c — среднее значение . . .	7	7	6	7
n — среднее значение . . .	7	5	6	5

Условные обозначения:

m — число торговых судов в караване;

c — число эскортирующих кораблей;

l — число подводных лодок, потопленных в одном сражении.

k — число торговых судов, потопленных за одно сражение;

n — число подводных лодок в группе;

Для того чтобы показать, что причина этого заключается не в изменении c или n , в таблице приведены средние значения этих величин, выведенные применительно к принятой нами классификации судов по группам в соответствии с их количеством в составе конвоя; как легко заметить, значение этих величин остается в среднем практически неизменным.

Таким образом, эта таблица показывает, что процент судов, потопленных при атаках больших караванов, меньше, чем при атаках малых караванов. Это является основным фактом, который подтверждает преимущество плавания торговых судов в составах морских караванов.

Однако количество торговых судов, потопленных в результате одного морского сражения, зависит от числа эскортирующих кораблей и участвующих в атаке подводных лодок. Зависимость k от размеров групп подводных лодок показана в табл. III.5. В этой таблице статистический материал классифицирован по группам, в соответствии со значением n , причем разброс величин в пределах группы составляет несколько больше двух хемибел. Разброс значений k в пределах группы составляет также около двух хемибел, но величина (k/n) остается неизменной в пределах точности имеющихся данных.

Зависимость величины k от числа эскортирующих кораблей в составе морского каравана показана в табл. III.6. В этой таблице данные классифицированы в соответствии со значениями c , причем разброс этих значений составляет около 2 хемибел. К сожалению, группирование по c явилось также частично и группировкой по n и по этой причине k меняется в широких пределах.

Повидимому, допустимо будет утверждать, что k обратно пропорционально c , хотя эта обратная зависимость и не сохраняется, когда значение c уменьшается до единицы.

Зависимость числа потопленных торговых судов от размеров групп подводных лодок

n { Предельные значения Среднее значение	1 1	2—5 3,6	6—9 7	10—15 14	Средневзвешенное
Количество морских сражений	29	32	22	5	88 (общее количество)
k — среднее значение . .	0,9	3	4	6	
c — среднее значение . .	6	7	7	8	6,7
(kc/n)	5,4	5,8	4,0	3,4	5,1

Однако в нашем анализе следует выявить основные соотношения между интересующими нас величинами и при первом рассмотрении не интересоваться подробностями.

Таблица III.6

Зависимость числа потопленных торговых судов от числа конвоирующих кораблей

c { Предельные значения Среднее значение	1—3 2	4—6 5	7—9 8	10—12 11	13—15 14	Средневзвешенное
Количество морских сражений	6	42	25	13	2	88 (общее количество)
k — среднее значение . .	4,5	3,4	3,0	1,1	2,0	
n — среднее значение . .	3	4	4	2	10	3,8
(kc/n)	3,0	4,2	6,0	6,0	2,8	4,9

Следовательно, мы можем считать, что в пределах требующейся нам точности и при изменении числа эскортирующих кораблей и подводных лодок в определенных пределах, количество торговых судов, потопленных в результате групповой атаки подводных лодок, прямо пропорционально числу подводных лодок, участвующих в атаке и приближенно обратно пропорционально числу эскортирующих кораблей.

3. Результирующее соотношение потерь

Подобный анализ, произведенный с целью выявления факторов, влияющих на величину l (количество потопленных подводных лодок, приходящееся на одну групповую атаку) показывает, что l пропорционально n — числу подводных лодок, участвующих в атаке, и c — числу конвойных кораблей, охраняющих морской транспорт. Учитывая допустимое при проводимом анализе приближение, можно считать, что эти потери двух противостоящих сторон могут быть определены следующим образом:

$$k \cong 5 \left(\frac{n}{c} \right), \quad l \cong \left(\frac{nc}{100} \right). \quad (3)$$

Отсюда можно определить соотношение потерь

$$\left(\frac{l}{k}\right) \cong \left(\frac{c^2}{500}\right). \quad (3a)$$

Как было указано ранее, зависимость k и l от n и c не может быть распространена на очень малые или очень большие соединения воюющих сторон. Тем не менее эти формулы, повидимому, могут представлять определенный интерес для оценки возможных результатов морских сражений при встречающихся на практике соотношениях сил атакующей и обороняющейся сторон.

Основные выводы, которые могут быть сделаны, исходя из этих формул, представляются следующими: 1) количество потопленных за одну атаку судов не зависит от размеров каравана и 2) соотношение потерь пропорционально в первом приближении квадрату числа кораблей, эскортирующих торговые суда. Эта квадратичная зависимость вызвана в основном тем, что при увеличении числа эскортирующих кораблей уменьшается число потопленных торговых судов и вместе с тем увеличиваются потери подводных лодок, участвующих в атаке; таким образом увеличение числа эскортирующих судов дважды влияет на величину соотношения потерь. Изменение количества подводных лодок в атакующей группе на соотношение потерь влияния не оказывает. Следовательно, увеличение числа торговых судов в составе каравана с любой точки зрения является целесообразным.

Рассмотренные здесь выводы были сообщены в годы второй мировой войны соответствующим инстанциям; результатом этого явилось увеличение среднего числа торговых судов в каждом караване и среднего числа эскортирующих кораблей. Как часто бывает, полученный в результате этого эффект значительно превзошел все предположения, сделанные на основе выполненного выше анализа, так как в связи с увеличением числа торговых судов в составе каравана и количества входящих в состав каравана эскортных кораблей, соотношение потерь (отношение числа потопленных подводных лодок к числу потопленных торговых судов) возросло до такой величины, при которой немцам было уже невыгодно атаковать проходящие в Северной Атлантике караваны, и немецкие подводные лодки были переведены в другие районы. Эта победа в Северной Атлантике предопределила поворотный момент в «Битве за Атлантику».

§ 3. ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ

Во многих случаях бывает необходимо определить относительную эффективность двух различных видов оружия или методов его тактического использования с тем, чтобы на основании этого сравнения выработать методы борьбы, обеспечивающие достижение наибольшего стратегического успеха. Так, например, с помощью подводных лодок или авиации возможно уничтожать вра-

жеские корабли; вести борьбу с вражеским подводным флотом путем нападения на подводные лодки в море или разрушения ремонтно-заправочных баз подводок; использовать авиацию для борьбы с войсками противника непосредственно в зоне боевых действий или для разрушения военно-промышленных объектов врага. Такие сравнения всегда трудны. Часто бывает очень трудно найти общую единицу измерения; кроме того, в ряде случаев должны приниматься в расчет политические и другие, не поддающиеся количественной оценке, факторы. Тем не менее всегда бывает важно и полезно, чтобы специалист по исследованию операций произвел возможно более объективный количественный сравнительный анализ, дающий уверенность в том, что принятые решения не сделаны на основании поспешных и субъективных выводов.

Одним из основных вопросов, связанных с решением этой задачи, является вопрос о выборе единицы измерения. Особенное внимание в этом случае должно быть обращено на то, чтобы неправильный выбор единицы измерений, не учитывающий некоторых важных факторов, не предопределил бы заранее результатов анализа. Действительно, иногда почти невозможно найти единицу измерения, которая в той или иной мере не влияла бы на результат анализа. Поэтому специалист по исследованию операций должен заранее наиболее объективно наметить цель своих исследований, определить основную задачу анализа и решить, чем при данной постановке задачи можно пренебречь.

При анализе должны быть опущены некоторые существенные, но не поддающиеся количественной оценке, факторы, так как их воздействие не может быть выражено в виде определенных математических величин. При этом влияние таких неучитываемых в процессе анализа факторов должно быть в той или иной мере оценено, с тем чтобы они могли найти свое отражение при подготовке окончательных выводов. Так, например, влияние бомбардировки с воздуха или артиллерийской стрельбы по площади на моральное состояние войск является фактором, который не может быть выражен в виде некоторого числа. В этом случае наиболее правильным будет рассматривать результаты бомбометания или стрельбы по площади путем оценки только физического воздействия этих факторов на войска противника, учитывая в то же время, что итоговые численные показатели не включают эффекта морального воздействия.

При оценке совершенно различных тактических методов ведения боевых действий нельзя ожидать, что количественное сравнение во всех случаях может привести к достаточно точным выводам. Следовательно, когда результаты сравнения двух взаимно исключающих методов отличаются не более, чем на один хемибел, можно делать вывод, что эти два метода практически эквивалентны. Можно считать, что данные, не поддающиеся при решении количественной оценке, часто могут уравнивать разницу от количественных факторов в два или менее раза, но недопустим перевес величины сравнения, достигающий трех (одного хемибела).

1. Эффективность противокорабельного оружия

При решении ряда задач, связанных с боевыми действиями военно-морских сил, бывает крайне важно иметь возможность оценить относительный ущерб, нанесенный повреждением или потоплением корабля. В этих случаях в качестве приемлемой меры сравнения может быть принято время загрузки доков, необходимое для восполнения потерь. Повреждение корабля требует определенного времени для его ремонта, а потопление — времени для постройки нового. До истечения этого срока корабль не вступит в строй боевых подразделений, и никакие деньги или обученные экипажи не могут заменить корабль и считаться его эквивалентом в этот период времени. Поэтому оценка различных методов атак против кораблей может быть произведена путем сравнения числа корабле-месяцев, потерянных противником, а оценка эффективности различных методов защиты — сравнением количества корабле-месяцев, сохраненных обороняющейся стороной при применении того или иного метода защиты.

Интересный пример сравнения такого вида может быть приведен из области изучения морской группой исследования операций относительной эффективности различных оборонительных средств английских крейсеров. Во время второй мировой войны ряд английских крейсеров был поврежден или потоплен в результате артиллерийских обстрелов кораблями противника, бомбардировочных налетов вражеской авиации, торпедирования или взрывов мин. Целью этого изучения являлось определение относительной эффективности повреждений, вызываемых этими четырьмя видами средств поражения, с тем, чтобы рекомендовать наиболее правильное соотношение между средствами обороны крейсеров.

При изучении этого вопроса эффективность повреждения определялась числом месяцев, необходимых для ремонта и введения крейсера в строй. За эквивалент потопления крейсера принималось 36 крейсеров-месяцев, так как примерно такое время требовалось для постройки нового крейсера. Кроме оценки стоимости работ, необходимых для ликвидации последствий повреждений или потоплений кораблей, при исследовании учитывалась также степень временного уменьшения подвижности военно-морских кораблей. Это уменьшение подвижности также измерялось в крейсеров-месяцах.

Ряд интересных выводов, сделанных на основании такого анализа, приведен в табл. III.7.

Первое место по числу выводов из строя крейсеров (путем их повреждения или потопления) занимают бомбардировочные удары авиации противника: количество таких выводов крейсеров из строя составляет более 50% всех случаев повреждения или потопления. Однако число потерянных крейсеров-месяцев, приходящееся на один вывод крейсера из строя, при бомбардировочных налетах значительно меньше, чем при нанесении повреждений другими средствами нападения. Если оценивать эффективность средств нападения количеством потерянных крейсеров-месяцев, то на основании данных

Повреждение крейсеров в результате действий противника

Вид нанесенного ущерба	Средства поражения				Всего	
	Снаряды	Бомбы	Мины	Торпеды		
Потоплено крейсеров	3	9	1	11	24	
Повреждено крейсеров	18	56	9	19	102	
Общее число выведенных из строя крейсеров	21	65	10	30	126	
Потери крейсеров-месяцев {	В результате потопления . .	110	320	40	400	870
	В результате повреждения . .	30	90	60	180	360
	Суммарные	140	410	100	580	1 230
	Процентное соотношение . .	11	34	8	47	100
Приходится потеранных крейсеров-месяцев на каждый случай вывода крейсера из строя	7	6	10	19	10	

табл. III.7 можно сделать вывод, что наибольшие результаты дают торпедные атаки. Повреждения, наносимые в результате торпедных атак, примерно в три раза более серьезны, чем повреждения, вызванные бомбардировкой с воздуха. Более того, детальное изучение результатов бомбардировок с воздуха показывает, что большинство потопленных таким образом крейсеров получили повреждение в подводную часть корпуса в результате разрывов бомб, упавших в непосредственной близости от корабля. Следовательно, значительно больше половины всех потеранных в результате действий противника крейсеров-месяцев связано с подводными повреждениями корпусов кораблей. Подавляющее большинство остальных потер крейсеров-месяцев, связанных с бомбардировкой кораблей, является результатом пожаров, вызванных прямым попаданием бомб.

Выводы, которые должны быть сделаны в результате анализа данных табл. III.7, напрашиваются сами собой: необходимо обратить больше внимания на работу приборов управления стрельбой и тренировку личного состава; новые крейсера должны иметь лучшую защиту подводной части корпуса, если даже это потребует некоторого ослабления надводного защитного вооружения.

2. Бомбардировка баз подводных лодок или прикрытие караванов

Аналогичное, хотя может быть и несколько более сложное, исследование проводилось с целью решения вопроса об относительной эффективности использования авиации для сопровождения караванов, для бомбардировки баз подводных лодок или для охоты за подводными лодками в Бискайском заливе. В этом случае за единицу боевой деятельности авиации был взят индивидуальный полет самолета (один самолето-вылет).

Результирующей мерой действий являлось, конечно, уменьшение числа потопленных кораблей. Рассматриваемый пример относится ко второму полугодью 1942 года; место операций — морские пространства, находящиеся в зоне действия авиации, базирующейся на английские острова.

В этот период войны караваны, идущие из Англии, подвергались атакам или находились под угрозой атаки около одной десятой всего времени плавания. Некоторые из караванов, которым угрожала атака подводных лодок, имели авиацию прикрытия, другие караваны такого прикрытия не имели. Караваны, не имевшие прикрытия, несли большие потери, чем те, которые сопровождались самолетами; таким образом, авиация реально препятствовала потоплению кораблей подводными лодками.

Анализ боевых донесений показывает, что в течение последних шести месяцев 1942 г. каждые сто полетов самолетов авиации береговой обороны, направляемых для прикрытия караванов, которым угрожала атака подводных лодок, позволяли спасти от потопления около 30 судов. Следовательно, если бы воздушные силы использовались только для защиты караванов, которым угрожала атака, то противолодочная (или «кораблезащитная») эффективность авиации была бы крайне высокой, так как они спасали бы от потопления около 30 кораблей на каждую сотню самолето-вылетов. Если же авиацию использовать для непрерывного сопровождения всех караванов с тем, чтобы иметь возможность отразить любую возможную атаку подводных лодок, тогда эффективность авиации снизится и составит только около трех спасенных от потопления судов на сто индивидуальных полетов самолетов прикрытия.

Возвращаясь теперь к вопросу использования самолетов для бомбардировки ремонтно-заправочных баз подводных лодок в Бискайском заливе, следует произвести оценку эффективности, принимая в качестве критерия степень разрушения этих баз; данные о произведенных разрушениях получают путем фотографирования объектов с самолета после каждого воздушного налета. При проведении анализа следует учитывать, что при налетах на базы подводные лодки не подвергаются повреждениям и положительные качества налетов заключаются в повреждениях самих баз, что снижает темпы ремонта подводных лодок и уменьшает тем самым их число в районе боевых действий. Было установлено, что в результате повреждений, нанесенных воздушными налетами, противник потерял около 15 лодко-месяцев. В рассматриваемый нами период времени каждая подводная лодка топила, в среднем, около 0,8 судов за один месяц патрулирования. Следовательно, потеря 15 лодко-месяцев, обусловленная повреждениями ремонтных баз противника, позволила спасти от потопления около 12 судов. Это было достигнуто в результате нескольких воздушных налетов, для выполнения которых потребовалось совершить в общем около 1100 самолето-вылетов. Следовательно, выигрыш в этом случае оценивался примерно в одно спасенное судно на сто самолето-вылетов, совершенных для бомбардировки баз подводных лодок. Этот выигрыш меньше выигры-

ша, который получался при постоянном использовании авиации для прикрытия караванов, и значительно меньше выигрыша при направлении авиации для прикрытия караванов, которым непосредственно угрожает атака подводных лодок.

Применение авиации для организации противолодочного патруля в Бискайском заливе является примером использования наступательных тактических операций в интересах стратегической задачи оборонительного характера. Непосредственный результат патрульных операций определяется числом потопленных подводных лодок и задержкой движения подводных лодок через Бискайский залив. Окончательный результат определяется, однако, числом спасенных от потопления судов. Средний срок жизни подводной лодки, несущей патрульную службу, составлял около десяти месяцев. В течение этого времени лодка, патрулировавшая в зоне пролегания маршрутов караванов в Северной Атлантике, в среднем успевала потопить восемь судов, прежде чем она сама была потоплена. Следовательно, с этой точки зрения каждое уничтожение подводной лодки в Бискайском заливе обеспечивало спасение около восьми судов.

Однако, рассматривая этот вопрос несколько иначе, может оказаться более целесообразным производить сравнительную оценку эффективности воздушных операций, взяв в качестве критерия время, которое затрачивалось немцами для восполнения нанесенных им потерь. В 1942 г. немцы обладали достаточным количеством готовых подводных лодок, в то время как подготовка экипажей для них осуществлялась в недостаточном объеме и была узким звеном в деле ввода новых подводных лодок в состав боевых единиц подводного флота. Период обучения экипажа подводной лодки (проводившегося в районе Балтийского моря) занимал около шести месяцев, в связи с чем можно было считать, что потопление одной подводной лодки было эквивалентно потере около шести лодко-месяцев. Следовательно, с этой точки зрения потопление одной подводной лодки было эквивалентно спасению примерно шести кораблей, что достаточно хорошо соответствует полученному нами ранее эквиваленту в восемь спасенных кораблей.

Во второй половине 1942 г. воздушный патруль, действующий в Бискайском заливе, обнаруживал за сто самолето-вылетов около шести подводных лодок и топил в среднем около 0,5 подводной лодки за такое же количество самолето-вылетов. В дополнение к этому было установлено, что сто самолето-вылетов патруля приводили к задержке продвижения подводных лодок в этом районе, равноценной потере около одного лодко-месяца или спасению от потопления одного корабля. Следовательно чистый выигрыш, получаемый от активных действий противолодочных воздушных патрулей в Бискайском заливе, составлял примерно от 4 до 5 спасенных судов на каждые сто самолето-вылетов. Таким образом выигрыш в этом случае получался несколько большим, чем в случае использования авиации для непрерывного сопровождения караванов, и несравненно большим, чем при осуществлении бомбардировочных

налетов на ремонтные базы подводных лодок. Однако выигрыш, получаемый при патрулировании самолетов в зоне Бискайского залива, оказался все же значительно меньше выигрыша, полученного при защите караванов, находящихся под непосредственной угрозой атак со стороны подводных лодок.

Проведенный выше сравнительный анализ не позволяет сделать окончательного вывода о наиболее целесообразном методе применения авиации. Тем не менее этот анализ позволяет получить материал, учет которого уменьшает вероятность неправильного вывода при принятии окончательного решения. Повидимому, в тех случаях, когда для противолодочной борьбы не может быть выделено достаточное количество самолетов-вылетов, было бы наиболее целесообразно использовать авиацию для защиты караванов, которым угрожает нападение подводных лодок. При несколько большем числе самолетов часть из них было бы полезно направить на организацию патрульной службы в Бискайском заливе.

При проведении этого анализа и оценки полученных выводов необходимо учитывать возможность применения и других тактических методов. Так, например, при организации противолодочной борьбы может возникнуть возможность частичного привлечения самолетов, выполняющих другие боевые задачи, для организации периодических бомбардировок ремонтных баз, причем по ряду причин может оказаться невозможным использовать эти же самолеты для сопровождения караванов или патрулирования в Бискайском заливе.

3. Подводные лодки или авиация для борьбы с кораблями противника

Сравнение подводных лодок и самолетов как средства борьбы с кораблями противника является следующим вопросом, представляющим значительный интерес. В этой задаче содержится еще больше параметров, не поддающихся количественной оценке, чем в предшествующих примерах. Однако можно попытаться вычислить ожидаемое количество кораблей противника, уничтожаемых подводной лодкой, обладающей некоторыми средними показателями, и сравнить эту величину с количеством кораблей, потопленных авиацией, ведущей интенсивную боевую деятельность в том же районе. Задача в обоих случаях подразделяется на два вопроса: определение числа судов, обнаруживаемых за один месяц боевой деятельности, и определение среднего количества потопленных судов, приходящихся на одно обнаруженное. Решение первого вопроса требует определения скорости поиска, как уже об этом говорилось в § 1 этой главы. Так, например, полностью экипированные и подготовленные к боевому плаванью подводные лодки проводят, в среднем, около одной трети времени в районе патрулирования, в связи с чем можно сказать, что в среднем ежемесячно подводные лодки несут патрульную службу в течение десяти дней. В течение этого времени каждая подводная лодка может произвести поиск в районе площадью 60000 кв. миль (принимая скорость поиска рав-

ной 6000 кв. миль в день), если только противолодочные мероприятия противника не являются слишком интенсивными. При боевых действиях американских подводных лодок против японских торговых судов одно потопленное судно приходилось на восемь обнаруженных. Следовательно, в районах, где средняя плотность судоходства равняется одному торговому судну на тысячу квадратных миль, подводная лодка способна потопить в среднем около восьми судов в месяц. Самолет, обладающий достаточно большим радиусом действия и используемый для противолодочных операций, может находиться в воздухе в среднем восемьдесят часов в месяц. Если маршруты патрульных полетов хорошо разработаны, половина этого времени может быть использована для полетов в районах движения торговых судов. Поэтому можно ожидать, что каждый самолет будет совершать поиск торговых судов противника в течение сорока часов в месяц. Согласно табл. III.2 скорость поиска торговых судов можно принять равной 500 кв. миль в час, так как торговые суда могут быть легче обнаружены, чем подводные лодки; поэтому каждый самолет за месяц боевых действий может произвести поиск в районе около 20000 кв. миль. В районах, где одно торговое судно приходится примерно на одну тысячу квадратных миль, такой самолет может обнаружить в среднем 20 судов в месяц. Данные, полученные из практики боевой деятельности береговой авиации, показывают, что при соответствующем вооружении и достаточно хорошей тренировке экипажа самолет может потопить примерно одно судно из сорока обнаруженных им (применяя бомбы или ракеты). Следовательно, в рассматриваемом нами районе боевых действий каждый самолет может потопить в среднем около 0,5 судна в месяц.

Сравнивая эффективность действия подводной лодки и самолета, можно сказать, что одна подводная лодка при выполнении боевых операций против судов противника эквивалентна эскадрилье противолодочных самолетов дальнего действия.

Как уже указывалось раньше, кроме такой количественной оценки, при анализе необходимо учесть много других привходящих факторов и только после этого решить вопрос о том, какие средства необходимо использовать для борьбы с кораблями противника в заданном районе — подводные лодки или самолеты. В частности, вопрос о стоимости боевой эксплуатации подводной лодки по сравнению со стоимостью эксплуатации эскадрильи самолетов также говорит за то, что самолеты должны использоваться в первую очередь для других целей и только в случае крайней необходимости — для борьбы с торговым флотом противника. При анализе необходимо также учитывать и величину потерь нападающей стороны при применении в качестве средства нападения подводных лодок и самолетов.

4. Бомбардировка кораблей или военно-промышленных объектов

Количественный анализ относительной эффективности применения авиации для бомбардировки военно-промышленных объектов противника и уничтожения его кораблей еще в большей степени

связан с вопросами экономики. В этом случае в качестве критерия эффективности можно взять стоимость в денежном выражении тех материальных ценностей, которые уничтожаются в результате бомбардировки. Такой подход к оценке результатов бомбардировки представляет, однако, некоторую опасность, так как денежная стоимость не всегда отражает значение того или иного военно-промышленного объекта или корабля для государства, ведущего военные действия.

Основная цель бомбардировки городов заключается в уничтожении военного имущества или заводов, производящих это имущество; разрушение жилых домов является, по всей вероятности, менее важной задачей, если только это не уменьшает производительности труда рабочих. С этой точки зрения более удачным критерием эффективности бомбардировки может служить, повидимому, число человеко-месяцев, потребных для производства нового военного имущества, восстановления разрушенных заводов, или постройки новых кораблей. Если это можно было бы определить, тогда существовала бы возможность произвести количественную оценку (в человеко-месяцах) относительной эффективности бомбардировочных налетов на вражеские корабли или морские соединения.

Такая работа, затрагивающая вопросы стратегии, может быть осуществлена только в том случае, если специалисты по исследованию операций имеют возможность использовать в своей работе значительное количество боевых донесений и сообщения разведывательной службы. На практике часто бывает невозможно получить исчерпывающие данные о всех наиболее важных событиях, сопутствующих боевой операции, при использовании только материалов боевого донесения экипажа. Поэтому, если только специалисты по исследованию операций не работают в высоких военных сферах, осуществление таких широких количественных сравнений остается, обычно, невыполнимой задачей.

§ 4. ОЦЕНКА ТАКТИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВООРУЖЕНИЯ

Часто говорят, что современная война является войной техники. Если это утверждение и содержит, вообще говоря, некоторый смысл, то только с той точки зрения, что новое, специализированное оружие и боевая техника создаются и внедряются в войска в процессе войны, что в конце войны применяется оружие, отличающееся от того, которое применялось в начале войны. Действительно, минувшая война изобилует большим количеством примеров, когда войска даже не успевали овладеть в должной мере новым оружием и научиться эффективно его использовать к моменту, когда это оружие становилось уже устаревшим и снималось с вооружения. Это, конечно, не следует понимать в том смысле, что следовало бы снизить темпы внедрения новых видов оружия. Отсюда надо сделать вывод, что изучению тактики и места применения нового оружия, а также обучению войск по его наилучшему использованию, должно

уделяться столько же внимания инженерно-техническими работниками, сколько самой разработке и производственному освоению этого вооружения и боевой техники. В этом отношении также может быть полезна количественная оценка, свойственная методу исследований операций; проведение такого анализа может сократить общее время обучения и позволит добиться эффективного использования нового вооружения раньше, чем оно устареет. Большая часть такой работы не относится непосредственно к исследованию операций, если рассматривать эту область военной науки с точки зрения ее основного назначения; однако специалисты, занимающиеся исследованием операций, должны уметь оценить боевые качества оружия и рекомендовать наиболее эффективное место и метод его использования, так как часто эти специалисты, являясь единственными инженерно-техническими работниками на том или ином участке боевых действий, должны оказывать помощь и в решении этой задачи.

1. Первое использование нового вооружения

Прежде чем новое оружие будет применено в боевых операциях, необходимо тщательно продумать и определить возможную тактику его использования. Кто-либо, обладающий определенными техническими знаниями и находящийся в боевых частях, в группе исследования операций или в лаборатории, видит тактическую потребность в применении нового оружия, возможные технические пути его осуществления и делает соответствующие предложения.

Если эти предложения признаются правильными, приступают к лабораторным исследованиям, затем разрабатывается опытный образец и, наконец, приступают к серийному производству. Таким образом, между первоначальной идеей о создании нового вооружения и ее реальным осуществлением проходит много этапов, многие из которых, к несчастью, могут иметь различного рода ошибки. Ошибки могут содержаться в первоначальном тактическом анализе, может быть неудачной предложенная конструкция или, наконец, за время создания нового образца могут подвергнуться изменению тактические принципы осуществления боевых операций. Поэтому весьма важно, чтобы специалисты по исследованию операций, которые по роду своей работы бывают постоянно информированы об изменениях в тактике использования того или иного оружия или боевой техники, принимали бы активное участие в рассмотрении и оценке каждого этапа разработки, производства и использования нового образца вооружения. Весьма существенно, в частности, тщательно изучить и проанализировать результаты первых этапов применений нового оружия, с тем чтобы подтвердить или внести необходимые коррективы в первоначально сделанные рекомендации о принципах и методе его использования.

Кроме того, необходимо провести специальный подробный анализ результатов боевых операций с тем, чтобы определить соответствующий критерий работы боевой техники, который мог бы быть

положен в основу оценки эффективности ее применения в последующих операциях. На основе этого анализа должен быть составлен специальный документ, который позволял бы войскам, ведущим боевые действия, иметь исходные данные для оценки и сравнения реальных свойств оружия с теоретическими.

Для осуществления такой оценки и сравнений, а также для выработки необходимых рекомендаций по изменению методов применения нового оружия, которые помогли бы в кратчайшие сроки повысить эффективность его применения, часто бывает необходимым посылать специалистов по исследованию операций непосредственно в районы боевых действий, где испытывается новое оружие.

2. Тренировка обслуживающего расчета

В большинстве случаев войска вначале не имеют достаточной тренировки и навыков в использовании нового оружия. Поэтому специалист по исследованию операций должен разработать методы, с помощью которых войска могли бы учиться применению нового оружия в процессе его использования в боевых операциях. Боевая практика не является обычно наиболее эффективным способом изучения методов применения новой техники. Для ускорения процесса обучения необходимо, чтобы обучающийся как можно быстрее был информирован о результатах своих действий и получил бы их количественную оценку, так как в противном случае он не будет знать совершенных им ошибок, даже если ему и сообщат, что его действия были недостаточно эффективны. Такая количественная оценка редко может быть осуществлена в процессе боевых действий, так как члены экипажа или боевого расчета обычно не видят или не могут оценить результатов своих действий. Следовательно, необходимо проводить ежедневные тренировки, оценка результатов которых должна иметь численное выражение. Такие количественные оценки являются, конечно, критериями эффективности, которые могут быть использованы как для проверки характеристик оружия, так и ускорения обучения обслуживающего его расчета.

3. Оценка вооружения

На каждом этапе разработки нового оружия, начиная с первой идеи о его создании и кончая ее практическим осуществлением, специалист по исследованию операций должен производить оценку основных качеств оружия, отвечая на следующие основные вопросы:

1. Будет ли вообще новое оружие приносить пользу при его применении? Лучше ли оно того оружия, которое уже применяется? В каком отношении оно лучше и являются ли эти преимущества заслуживающими внимания? Окупят ли себя затраты, вызванные его разработкой, производством и применением?

2. Когда и где должно быть применено новое оружие? Какая тактика его применения является наилучшей и к каким возможным

изменениям в тактике противника это может привести? Легко ли создать противодействие этому оружию и если это так, то что мы можем предпринять в свою очередь? Как сможем мы установить — применяет ли противник контрмеры или нет?

3. Насколько проста эксплуатация и техническое обслуживание нового вооружения в боевых условиях? Достаточно ли хорошо обучены обслуживающие расчеты и понятно ли составлены наставления по эксплуатации и техническому обслуживанию? Какие контрольные проверки необходимо разработать и рекомендовать для применения с тем, чтобы обеспечить проверку технического состояния материальной части оружия наиболее простыми способами?

4. Сколько времени потребуется обучать расчет для того, чтобы новое оружие стало бы более эффективным, чем старое? Можно ли непосредственно в боевых условиях выявить и произвести оценку эффективности применения нового оружия или для этого необходимо разработать и постоянно осуществлять специальные упражнения? Какая часть общего времени должна быть затрачена на выполнение этих тренировочных упражнений прежде, чем вооруженные силы смогут применять новое оружие более эффективно, чем старое, состоящее на вооружении?

Произвести такую оценку в ряде случаев бывает очень трудно, особенно если в разрабатываемом оружии используются совершенно новые принципы. Для этого исключительно ценными являются опытные данные, накапливаемые непосредственно в районе боевых действий. Во многих случаях оценка не может считаться полной без пополнения данных, полученных на основе анализа боевых действий, данными специальных тренировочных упражнений, осуществляемых по определенной программе с контролем результатов их выполнения. Эти вопросы подробно рассматриваются в гл. VII.

В настоящем параграфе приведено несколько характерных примеров, поясняющих методы оценки эффективности нового вооружения при различных боевых операциях. Эти примеры показывают возможные пути решения некоторых поставленных выше вопросов.

4. Вооружение торговых судов зенитными пушками

В начальный период войны в районе Средиземного моря в результате воздушных атак противника было серьезно повреждено большое число английских торговых судов. В связи с этим было принято решение вооружить торговые суда зенитными орудиями и ввести в состав команд судов расчеты для обслуживания этих орудий. Такое решение было реализовано и некоторое количество судов получило зенитное прикрытие. Однако вооружение судов осуществлялось за счет установки на них зенитных пушек, необходимых также и для обеспечения зенитного прикрытия других важных объектов и с этой точки зрения подобное мероприятие обходилось достаточно дорого. Более того, вскоре на основании опыта убедились, что установка на торговых судах одиночных орудий,

обслуживаемых расчетами, имеющими слабую боевую подготовку, может обеспечить уничтожение только незначительного количества атакующих самолетов. Доводы за и против установки орудий на торговых судах обсуждались примерно в течение года, однако никаких веских выводов сделано не было. Стрельба из орудий была крайне неэффективной, и многим казалось, что приносимая орудиями польза вряд ли окупала расходы по их установке; с другой стороны, при наличии на торговых судах орудий команды этих судов чувствовали себя в большей безопасности. Тем временем стали поступать сообщения о результатах плавания судов, как вооруженных, так и невооруженных зенитными пушками, в связи с чем было принято решение проанализировать получаемую информацию и на основе этого анализа решить вопрос о целесообразности вооружения торговых судов.

Вскоре было установлено, что только около 4% воздушных атак окончились уничтожением вражеских самолетов. Эти данные являлись, конечно, плохими и указывали, казалось бы, на то, что орудия даже не окупали затрат на их установку. Однако, рассматривая этот вопрос несколько глубже, можно было прийти к вполне определенному выводу, что процент сбитых самолетов не может являться основным критерием эффективности зенитных орудий. Орудия устанавливались для защиты судов; поэтому в качестве критерия их эффективности необходимо было принять величину, показывающую, на сколько меньше стало выводиться из строя судов при установке на них орудий, чем в случае отсутствия на судах орудий или неиспользования этих орудий при отражении атак с воздуха. Необходимо было установить, в какой мере зенитная стрельба влияет на успех и точность воздушных атак и уменьшает вероятность повреждения судов. Такие данные были собраны, классифицированы и изучены. Краткий результат этой работы приведен в табл. III.8.

Таблица III.8

Потери торговых судов от атак бомбардировщиков
(высота полетов небольшая)

Показатели	Зенитное прикрытие атакуемых судов	
	имелось	отсутствовало
Количество сброшенных бомб	632	304
Количество бомб, попавших в цель	50	39
Процент попаданий	8	13
Количество атакованных судов	155	71
Количество потопленных судов	16	18
Процент потопленных судов от общего числа атакованных	10	25

Из этой таблицы следует, что точность бомбометания при горизонтальном полете на небольшой высоте значительно снижается при стрельбе по самолетам из зенитных орудий. Такой же результат

был получен и при атаках пикирующих бомбардировщиков. Отсюда становится ясным, что вооружение торговых судов зенитными орудиями значительно увеличило шансы на благополучный исход морских рейсов, хотя эти зенитные орудия и не очень часто сбивали атакующие самолеты. Этот количественный анализ позволил решить поставленную задачу в пользу установки орудий на судах. Зенитные орудия с избытком окупают расходы по их установке на кораблях, если вероятность потопления судов снижается в два и более раза.

5. Применение противоторпедных сетей

В первый период борьбы с подводными лодками противника в Атлантике были предприняты попытки защиты торговых судов с помощью противоторпедных сетей. Эти сети были способны задержать около 85% немецких электроторпед G7E и только около 20% немецких парогазовых торпед G7A. При наличии на каждой подводной лодке около 60% торпед G7E и 40% торпед G7A средняя защищенность судов против торпедных атак подводных лодок составляла 59%. Сети защищали только около 75% периметра судна, в связи с чем общая «сетевая» защита равнялась 44%.

Эти цифры являлись достаточно веским аргументом для принятия решения об оборудовании торговых судов сетями. Поэтому, несмотря на высокую стоимость сетей, снижение скорости судна, дополнительную потерю времени и увеличение расхода топлива, сетями было оборудовано около 600 судов, прежде чем накопленный боевой опыт повлек за собой пересмотр взглядов на применение сетей.

В основе этой переоценки лежало рассмотрение следующих вопросов:

- 1) стоимости сетей (в денежном выражении) по сравнению со стоимостью защищаемого ими судна,
- 2) потери времени и снижения полезного водоизмещения судна,
- 3) загрузки промышленности изготовлением, текущим осмотром и ремонтом сетей.

Оценка в денежном выражении всех этих факторов показала, что выигрыш, получаемый при применении сетей, не окупает затрат, связанных с оборудованием ими судов.

Результаты торпедных атак 25 оборудованных сетями судов приведены в табл. III.9.

Из этой таблицы видно, что если бы суда, имевшие во время торпедной атаки сетевую защиту, не применили бы ее, то можно было бы ожидать потопления 7,5 судна и повреждения 2,5 судна. Таким образом, сети спасли 3,5 эквивалентных судна с грузом. Стоимость только первоначального оборудования сетями 590 судов, без учета затрат на содержание и ремонт этих сетей, превышала примерно в два раза стоимость этих 3,5 судов и перевозимого ими груза. Таким образом, оборудование судов сетями не окупалось,

Состояние сетевой защиты судов в период атаки	Число атакованных судов			
	Общее	Потоплено	Повреждено	Не повреждено
Сетевая защита применялась	12	9	3	0
Сетевая защита отсутствовала	10	4	3	3
Данные о применении сетевой защиты отсутствуют	3	3	0	0

в связи с чем последовало предложение о прекращении оснащения судов сетевой защитой.

Предыдущие два примера касались случаев, для которых ответом являлось просто «да» или «нет»; польза, приносимая зенитными пушками, окупала расходы на их установку, в то время как противоторпедные сети не окупали затрат на оборудование ими судов. Однако во многих случаях ответ не является таким простым. Может оказаться, что новое оружие не будет обладать такой эффективностью во всех случаях его применения, как это предполагалось сначала, однако в некоторых специфических условиях оно может принести чрезвычайно большую пользу.

В этом случае применение критерия эффективности оружия может принести двойную пользу: с одной стороны, возрастает общая эффективность нового оружия, так как оно не будет использоваться там, где его применение малоэффективно и, с другой стороны, значительно увеличится успех специфических боевых операций за счет применения в них этого оружия.

6. Применение самолетного магнитного обнаружителя

Характерный пример того, насколько важно использовать вооружение в соответствии с особенностями его тактико-технических параметров, может быть взят из опыта применения в период второй мировой войны самолетного магнитного обнаружителя, разработанного для поиска с самолетов погруженных подводных лодок. Самолетный магнитный обнаружитель, являясь в то время единственным самолетным прибором, позволяющим обнаруживать погруженные подводные лодки, обладал еще одним положительным свойством — его работа не демаскировала самолет и не позволяла противнику обнаружить приближение последнего. На первый взгляд эти качества магнитного обнаружителя делали его идеальным средством для поиска подводных лодок; однако более детальное знакомство с тактико-техническими характеристиками аппаратуры обнаружителя указывало на наличие некоторых характерных особенностей, снижающих эффективность ее применения.

Преимущество самолетного визуального или радиолокационного обнаружения подводных лодок заключается в первую очередь в высокой скорости и широкой полосе поиска подводных лодок, находя-

щихся на поверхности (равной, грубо говоря, удвоенной дальности обнаружения и составляющей несколько миль). Дальность же действия магнитного обнаружителя очень мала и составляет примерно 100 м при полете самолета на высоте 75 м и погружении лодки на глубину 75 м. Поэтому при поиске подводных лодок с помощью самолетного магнитного обнаружителя скорость поиска настолько уменьшается, что вероятность обнаружения погруженных подводных лодок становится фактически равной нулю, по крайней мере при свободном поиске в открытом океане. Эту задачу можно сравнить с усилиями слепого, пытающегося прочертить карандашом по полу большой комнаты линию, проходящую через некоторую заданную точку.

Однако эти недостатки магнитного обнаружителя, накладывая определенные ограничения, все же не исключают возможности его использования в качестве прибора для поиска подводных лодок. Тщательная работа по определению критерия эффективности самолетного магнитного обнаружителя и его специфических свойств позволила установить круг задач, решение которых с помощью магнитного обнаружителя осуществляется наиболее эффективно.

Один из примеров, когда условия операции были весьма благоприятны для использования магнитного обнаружителя, относится к блокированию Гибралтарского пролива в период высадки американо-английских войск в Италии с тем, чтобы не допустить проникновения немецких подводных лодок в Средиземное море.

Подводные лодки проходили Гибралтарский пролив в погруженном состоянии, используя подводное течение для уменьшения шума. В то же время оборудованные магнитными обнаружителями самолеты совершали в Северной Атлантике многочасовые бесплодные полеты, а в районе Гибралтара патрулировали самолеты с радиолокационными станциями. Естественно, что радиолокационный патруль в этом районе был неэффективен, так как лодки шли под водой. Наконец, было установлено, что поиск подводных лодок в узком проливе более целесообразно организовать с помощью магнитного обнаружителя, так как в этом случае его положительные качества используются наиболее полно. В соответствии с этим в Гибралтарском проливе было организовано патрулирование самолетов с магнитными обнаружителями; в основу системы патрулирования были положены принципы, разработанные в соответствии с теорией поиска. В течение двух первых месяцев патрулирования в зоне этого пролива были обнаружены и потоплены две подводные лодки; спустя некоторое время была обнаружена третья подводная лодка. Это произвело на противника значительный психологический эффект и подводные лодки в течение более чем шести месяцев не предпринимали попыток прорваться в Средиземное море. Таким образом, хотя скорость поиска магнитного обнаружителя и составляет всего от 1/50 до 1/100 скорости поиска радиолокационной станции, его применение позволяет организовать весьма эффективное блокирование ограниченных водных пространств. Кроме того, следует иметь в виду и другое положительное свойство магнитного

обнаружителя: не демаскировать самолет, на котором он установлен.

Это только один из примеров того, как условия, в которых применяется новое оружие, могут влиять на его эффективность.

7. Оценка качества торпед, применяемых подводными лодками

Во время второй мировой войны на вооружение американских подводных лодок были приняты электроторпеды типа 18. До этого в подводном флоте применялись парогазовые торпеды типа 14 и 23. Парогазовые торпеды, имея мощную силовую установку, имели скорость до 46 узлов. Таким образом, основным преимуществом этих торпед являлась их высокая скорость; недостаток их конструкции заключался в том, что они при движении оставляли хорошо различимый след. Электроторпеда имела меньший запас хода и значительно меньшую скорость, составляющую всего 29 узлов; преимуществом этой торпеды являлось отсутствие следа при ее движении. Предполагалось, что электроторпеды, несмотря на меньшую скорость хода, будут иметь преимущества перед парогазовыми торпедами, так как отсутствие следа при движении таких торпед предотвращало своевременное обнаружение их атакуемыми кораблями и не позволяло эскортирующим кораблям противника по траектории движения торпеды определить местоположение подводной лодки и контратаковать ее. Спустя несколько месяцев после начала применения электроторпед, было решено проанализировать результаты боевых операций с тем, чтобы решить, не следует ли вообще отказаться от парогазовых торпед.

Для того, чтобы получить достоверный ответ на этот вопрос, были изучены результаты атак, проводимых примерно в одинаковых условиях: рассматривался четырехмесячный период боевых операций подводных лодок, входящих в состав одного подразделения. Атаки, совершавшиеся с дальностей свыше 3 600 м, не учитывались. Это позволило избежать неправильных выводов о преимуществе торпеды типа 18, обусловленных не фактическими положительными качествами этой торпеды, а тем, что подводные лодки, имея электроторпеды, совершали атаки с меньшей дальности, чем в том случае, когда они были вооружены парогазовыми торпедами типов 14 и 23. Внося эти ограничения в опытные данные, в результате анализа было установлено следующее:

1. Процент успешных залпов, произведенных в равных условиях по кораблям всех типов (за исключением больших боевых кораблей) при применении парогазовых торпед типов 14 и 23 выше, чем при применении электроторпед типа 18.

2. При атаках, совершаемых против торговых судов, количество успешных залпов при применении парогазовых торпед в 1,14 раза больше, чем при использовании электроторпед.

3. При атаках против больших боевых кораблей количество

успешных залпов примерно в 1,2 раза больше при использовании электроторпед.

4. При атаках против эскадренных миноносцев, конвойных и патрульных кораблей количество успешных залпов больше в случае применения парогазовых торпед: в 1,4 раза для эсминцев и в 2,5 раза для конвойных и патрульных кораблей.

5. Количество и точность ответных контратак со стороны конвойных кораблей противника не зависит от типа торпед, применяемых против торговых судов. Это в равной мере справедливо как для дневных, так и ночных атак.

6. В случае атак против военных кораблей, количество контратак при применении электроторпед несколько меньше. (Было сделано предположение, что причина этого заключается в несколько лучшей системе наблюдения на больших боевых кораблях).

7. Было подсчитано, что, если бы все американские подводные лодки были в 1944 году вооружены только одними электроторпедами типа 18, противник потерял бы примерно на 100 торговых судов меньше, чем если бы все лодки имели только парогазовые торпеды типа 14 и 23. В то же время было установлено, что применение электроторпед типа 18 не уменьшает, повидимому, потерь одиночно действующих подводных лодок, имевших на вооружении указанные торпеды. В связи с этим было предложено применять при атаках против торговых судов парогазовые торпеды типа 14 и 23 и при атаках против больших боевых кораблей — электроторпеды типа 18.

Из этого примера можно сделать вывод, что та опасность, из-за которой были разработаны и стали применяться электроторпеды (возможность того, что противник сможет увидеть след от парогазовой торпеды и предпринять контрмеры), в действительности не является столь существенной, как предполагалось раньше. Этого заранее, конечно, нельзя было предвидеть и можно было установить только после применения в боевых операциях торпед, не оставляющих при своем движении следа на поверхности моря. В большинстве случаев оказывалось, что при применении электроторпед опасность подвергнуться контратаке снижалась незначительно, в то время как точность стрельбы в связи с небольшой скоростью электроторпед значительно ухудшалась. К счастью, те преимущества, которыми обладали электроторпеды типа 18 при атаках против больших морских кораблей, были достаточно существенными, чтобы окупить все затраты на разработку и производство этих торпед.

8. Применение самолетных противолодочных глубинных бомб

В ряде случаев, в результате анализа материалов о первых итогах применения нового вооружения, можно легко установить, что небольшое видоизменение такого оружия или тактики применения приведет к значительному увеличению его эффективности. Доста-

точное количество примеров, подтверждающих это положение, может быть взято из истории разработки вопросов использования самолетов как средства борьбы с подводными лодками. Немцы недооценивали роль самолетов в организации противолодочной войны; однако в действительности самолеты играли очень большую роль в уничтожении подводных лодок в Атлантике.

В начале второй мировой войны английская береговая авиация использовала для борьбы с подводными лодками обычные бомбы. Их применение было, конечно, мало эффективно, так как они взрывались на поверхности воды и, если только взрывы не происходили на палубе подводной лодки, они редко приводили к существенным ее повреждениям. Поэтому самолеты стали снабжать глубинными бомбами, что позволило получать подводные взрывы, которые оказывали значительно большее разрушительное действие на корпус подводной лодки. С этого момента перед специалистами встал вопрос о том, на какой глубине необходимо производить взрыв глубинной бомбы. Изменять установку взрывателя непосредственно перед выходом самолета в атаку не представлялось возможным, в связи с чем необходимо было определить наилучшую среднюю установку взрывателя и использовать ее в процессе всех атак.

В нескольких эскадрильях, где считалось, что подводные лодки в большинстве случаев будут находиться в погруженном состоянии, установка взрывателя производилась для взрыва бомбы на глубине около 50 м. Однако абсурдность такого решения стала очевидной очень скоро, так как подводные лодки на глубине порядка 50 м не видны (и поэтому не могут быть атакованы). Все обнаруживаемые с самолета подводные лодки находятся ближе к поверхности моря, вследствие чего взрыв на глубине порядка 50 м вызывает лишь легкое сотрясение корпуса. Затем стали устанавливать взрыватель для срабатывания на глубине 15 м, что являлось своего рода компромиссом между установкой на глубинный и поверхностный взрывы. После годовой дискуссии по этому вопросу был произведен численный анализ, который позволил найти правильное решение.

Основным вопросом, от решения которого зависело разрешение всей проблемы в целом, являлся вопрос о глубине погружения подводной лодки в момент ее атаки самолетом, сбрасывающим глубинные бомбы. Если подавляющее большинство подводных лодок находится в этот момент на поверхности моря, взрыв на глубине 15 м является слишком глубоким, так как создаваемая им ударная волна при достижении корпуса подводной лодки, находящейся на поверхности, в большинстве случаев не будет обладать достаточной силой для того, чтобы произвести серьезные повреждения. С другой стороны, если в момент атаки подводная лодка находилась в стадии погружения или только что скрылась под водой, установка взрывателя на глубину 15 м является, повидимому, удовлетворительной.

Однако точность атак и вероятность поражения подводных лодок резко уменьшается, если они к моменту атаки находятся не в надводном положении, а успевают погрузиться. Следовательно, если даже подавляющее количество атак производится по подводным

лодкам, погружившимся за минуту или раньше до сбрасывания глубинных бомб, установку взрывателя все же не следует определять исходя из этих случаев атаки, так как вероятность поражения при таких атаках бывает очень низкой.

Выбор глубины взрыва и соответствующая установка взрывателя должны производиться применительно к таким атакам, при которых имеется наибольшая вероятность успеха. К атакам этого вида надо отнести атаки против подводных лодок, находящихся на поверхности моря (несмотря на то, что такие атаки составляют незначительный процент от общего числа атак).

Анализ боевых операций показывает, что в 40% случаев атаки производились по подводным лодкам, находящимся на поверхности, и в 10% случаев — по лодкам, которые успевали погрузиться, но в момент сбрасывания глубинных бомб были еще видны. Следовательно, для половины всех атак (причем для той их половины, когда бомбы сбрасывались наиболее точно), установка взрывателя на глубину 15 м оказывалась слишком глубокой. Для другой половины атак (когда точность сбрасывания бомб была значительно меньше) глубина взрыва, равная 15 м, могла считаться достаточно приемлемой. Численный анализ вероятности поражения, как функции погружения подводной лодки, показал, что изменение глубины взрыва с 15 м до 7,5 м должно по крайней мере утроить вероятность поражения.

На основании этого анализа было дано распоряжение устанавливать во всех глубинных бомбах, сбрасываемых с самолетов, взрыватель для срабатывания на глубине 7,5 м; кроме того, летчики получили указание не сбрасывать глубинные бомбы, если с момента погружения подводной лодки прошло больше половины минуты. Через несколько месяцев после этого эффективность самолетных противолодочных атак увеличилась больше чем в два раза.

9. Значение профилактического осмотра и технического обслуживания боевой техники

Профилактический осмотр и техническое обслуживание современного вооружения и боевой техники занимают значительное место в комплексе мероприятий по повышению эффективности боевых операций. Технические параметры даже обычного оружия должны периодически проверяться, чтобы была уверенность в том, что боевые качества этого оружия не претерпели серьезных ухудшений в связи с неправильным уходом за ним или по каким-либо другим причинам. В качестве простого примера, подтверждающего это положение, можно указать на результаты бомбометаний, совершенных 17-й авиаэскадрилей в зоне Тихого океана в течение некоторого периода времени (табл. III.10).

Из этой таблицы можно сделать вывод, что механизм бомбового взрывателя действовал удовлетворительно, так как не взорвалась только одна бомба. Механизм бомбосбрасывателя, однако, работал плохо, так как на каждые 16 атак приходилась одна атака, когда

Отказы в срабатывании бомбосбрасывателя

Типы самолетов	Количество обследованных случаев	Количество случаев, когда бомбосбрасыватель отказал в работе и бомбы не были сброшены	Количество нерасорвавшихся бомб
PV-1	40	4 (10%)	1
PBY-5A	9	1 (11%)	0
PBM	33	3 (9%)	0
PB4Y	177	8 (4,5%)	0
Всего . . .	259	16 (6,2%)	1 (0,4%)

бомбосбрасыватель не срабатывал и бомбы не сбрасывались. Вскоре было найдено, что причина этого заключалась в несоблюдении инструкции по проверке замков бомбодержателей. Сразу же были приняты необходимые меры и процент отказов механизма бомбосбрасывателя заметно снизился.

10. Радиолокационные высотомеры

В течение последнего года войны на Тихом океане было чрезвычайно важно не допускать вражеские бомбардировщики, управляемые летчиками-смертниками, в районы дислокации отдельных боевых соединений. Зенитное вооружение кораблей было весьма эффективным, но его надо было применять, конечно, только в качестве последнего средства обороны. Основным средством обороны против бомбардировщиков, управляемых летчиками-смертниками, являлись истребители, которые высылались для перехвата бомбардировщиков, как только последние обнаруживались радиолокационными станциями. Перехват бомбардировщиков является весьма трудной задачей, если только самолеты-перехватчики не будут достаточно точно знать высоту полета вражеских самолетов. Таким образом, точное определение корабельными радиолокационными станциями высоты полета самолетов составляло важное звено в деле организации противовоздушной обороны боевых соединений кораблей.

Подробный анализ хода боевых операций показал, что определение высоты являлось наиболее слабым звеном всей системы обороны. Вражеские самолеты, как правило, обнаруживались на дальностях, превышающих 120 км (75 миль). Соединения истребителей почти всегда направлялись на перехват бомбардировщиков, но в значительном числе случаев истребители их не перехватывали. Предположение, что неудачи с перехватом вызывались низкой точностью определения высоты полета вражеских самолетов, подтверждалось сообщениями, что при использовании в том же самом боевом соединении кораблей различных радиолокационных высотомеров получались результаты, значительно разнящиеся между со-

бой. На несколько кораблей, оборудованных радиолокационными высотомерами, были посланы специалисты, которые установили, что показания этих высотомеров имеют значительные ошибки. Причина ошибок заключалась в основном либо в неправильной регулировке и выверке антенных систем высотомеров, либо в недостаточной тренировке операторов. В ряде случаев ошибки в определении высоты превышали 300 м, что и могло быть причиной неудач с перехватом вражеских бомбардировщиков.

Низкая эффективность аппаратуры обуславливалась в этом случае плохим техническим обслуживанием и слабой подготовкой расчета. Основную ошибку в определении высоты можно было бы своевременно устранить при условии проведения через определенные небольшие промежутки времени простых проверочных испытаний, которые в то же время позволяли бы получать количественную оценку технического состояния аппаратуры и судить об обученности операторов.

По предложению специалистов и офицеров флота для всех кораблей соединения были введены трехчасовые поверочные полеты контрольных самолетов, что позволило периодически проверять техническое состояние радиолокационных высотомеров и осуществлять тренировку операторов.

11. Радиолокационный бомбоприцел

Иногда новое вооружение поступает в войска прежде, чем туда будет направлено соответствующее руководство службы или подготовленный для обслуживания этого вооружения расчет. В таких случаях специалисты по исследованию операций должны быть в состоянии оказать необходимую помощь войскам. Такое положение имело место в первый период поступления радиолокационных бомбоприцелов в авиасоединения военно-морских сил, действовавших в зоне Тихого океана. Первые атаки по кораблям с применением радиолокационных бомбоприцелов АРQ-5, предпринятые пагрульной авиацией ВМС на Тихоокеанском театре военных действий, не были столь успешными, как атаки нескольких бомбардировочных эскадрилий, входящих в состав сухопутных войск (например 1 июня 1945 г.). Это было установлено путем статистического исследования результатов атак против вражеских кораблей.

Была проведена специальная работа по определению причин низких результатов бомбометания, в процессе которой были проверены: техническое состояние аппаратуры, программа обучения и принципы тактического применения бомбоприцелов в боевых операциях. Были также получены дополнительные данные, которые облегчили решение задачи.

При рассмотрении вопросов, касающихся технического состояния аппаратуры, было установлено в частности, что экипажи самолетов и их командиры не уделяли должного внимания и не понимали важности калибровки аппаратуры бомбоприцелов. Кроме того, имела значительная разница применения бомбоприцелов само-

летами, оборудованными автопилотами (которые были непосредственно связаны с радиолокационными бомбоприцелами), и самолетами, в которых имелся автомат курса. Таким образом, достаточно хорошие результаты, получаемые в ВВС сухопутной армии (и в ВВС ВМС) при применении бомбардировщиков типа Либерейтор (РВ4У-1) и неудовлетворительные результаты, получаемые при применении в ВВС ВМС самолетов типа РВМ объясняется в том и другом случае в известной мере техническим состоянием аппаратуры.

В области вопросов, касающихся боевой подготовки личного состава, была изучена степень обученности экипажей самолетов. Каждый экипаж проходил четырехчасовую тренировку на наземном тренажере и затем совершал полет на учебном самолете. В процессе полета курсанты наблюдали за выполняемым инструкторами бомбометанием, после чего проводили 3 или 4 бомбометания самостоятельно. Эти инструкторы, являющиеся членами рядовых экипажей патрульных самолетов, отобранными для работы в школе, совершив около 100 вылетов на бомбометание, обеспечивали поражение цели в среднем в 70% случаев, в то время как курсанты после 3—4 бомбометаний обеспечивали поражение цели в среднем только в 35% случаев.

Это без всякого сомнения говорило о том, что курс обучения был слишком коротким и курсанты к моменту выпуска фактически только начинали тренировку. Лучший результат был бы получен в том случае, если бы несколько экипажей были хорошо подготовлены в школе и затем направлены в район боевых действий в качестве специалистов.

Наконец были рассмотрены тактические вопросы. К 1 июля 1945 г. японские корабли передвигались в открытых водных пространствах только ночью, а днем отставались в защищенных гаванях вблизи от берега. Американские подводные лодки, также действовавшие во вражеских водах, всплывали на поверхность ночью, в связи с чем американские самолеты имели указание проверять, не является ли атакуемая цель подводной лодкой. Имелись, кроме того, районы (используемые как убежище для подводных лодок), где самолетам полностью запрещалось производить бомбометание, а также районы, в которых любая обнаруженная цель могла быть атакована. Наличие таких ограничений позволяло предположить, что бомбометание с помощью радиолокационных прицелов производилось только ночью и только в районах, на которые не распространялись вышеуказанные ограничения.

12. Значение практических тренировок

Замечательный пример того, как правильно организованная и регулярно проводимая тренировка влияет на эффективность боевых операций, можно взять из боевой практики сверхдальних стратегических бомбардировщиков, совершавших налеты на Японию. Задача стратегических бомбардировщиков заключалась в разрушении промышленных предприятий противника, занятых производством воен-

ной продукции и, особенно, заводов, где изготовлялось оружие и боевая техника, которая представляла для противника большое значение и не могла быть заменена боевой техникой другого типа. Многие из таких заводов представляли собой небольшие цели и поражение их требовало обычно высокой точности бомбометания. Следовательно, эффективность каждой боевой единицы стратегических военно-воздушных сил определялась тем количеством целей, которое она может разрушить за некоторый интервал времени. Значение этой величины зависит от многих факторов: количества находящихся в строю самолетов, качества технического ухода за ними, бомбовой нагрузки каждого самолета, точности бомбометания и т. д.

Степень обученности экипажей бомбардировщиков влияет в значительной степени почти на все эти факторы. Большое значение играет, конечно, начальная подготовка экипажей; однако не менее важна и регулярная практическая тренировка, проводимая непосредственно в полевых условиях операций. Многие считают, что экипажи самолетов могут иметь достаточную тренировку при бомбардировке объектов противника и бомбометание по учебным целям не даст экипажам ничего нового. В связи с этим такие командиры не считают необходимым для повышения качества подготовки экипажей сокращать число боевых самолетовылетов в течение длительного времени с тем, чтобы дать экипажам возможность проводить регулярные тренировки. Для того, чтобы убедиться в неправомерности этого положения, достаточно вспомнить неоспоримый факт, что оценка результатов учебного бомбометания производится более детально и в меньшие сроки, чем проверка результатов боевых вылетов. Это приводит к тому, что экипажи при учебном бомбометании могут значительно быстрее выявить и устранить свои ошибки. Также не может вызвать возражения и утверждение, что за десять часов, затраченных на бомбометание по учебной цели, летчики могут приобрести больше навыков, чем за десятичасовой боевой вылет.

Для того, чтобы показать, какое значение может иметь тренировка, рассмотрим результаты шести месяцев боевой деятельности одного соединения стратегических бомбардировщиков. На протяжении первой половины этого периода тренировки в соединении не проводились. В течение последних трех месяцев на тренировку отводилось несколько больше 10% времени, которое соединение затрачивало на боевые вылеты. На четырех графиках рис. 2 приведены кривые, показывающие результаты этих тренировок. Кривая верхнего графика указывает среднее количество часов, проводимых каждым самолетом соединения в воздухе в течение месяца. Пунктирная линия относится к среднему значению всех проведенных в воздухе часов, а сплошная линия — к числу часов, затраченных на боевые вылеты для бомбардировки объектов в Японии. Разность координат этих кривых указывает количество часов, затрачиваемых каждым самолетом в течение месяца на тренировку. Общий ход кривых указывает на непрерывное увеличение летных часов,

приходящихся на каждый самолет в месяц: в ноябре каждый экипаж налетал примерно на 70% больше, чем в июне. Такое явление очень мало связано с тренировкой экипажей самолетов. Основными причинами этого были повышение опытности инженерно-технического персонала, готовящего самолеты к полетам, модернизация

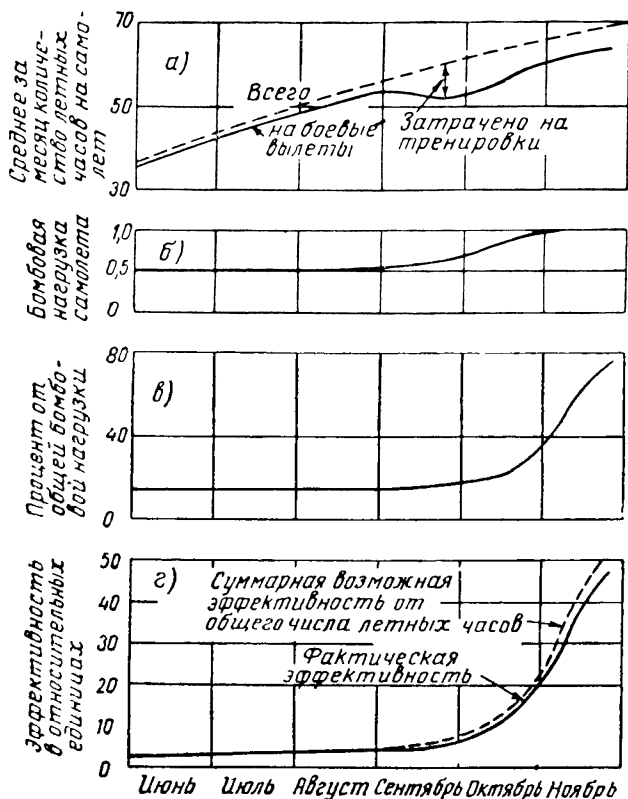


Рис. III.2. Критерий эффективности бомбардировщиков дальнего действия при прицельном бомбометании как функция качества тренировки экипажей. (Данные взяты по опыту боевой работы одного авиасоединения):

а) количество летных часов, приходящееся на один стратегический бомбардировщик в месяц; б) среднее значение бомбовой нагрузки одного самолета; в) средний процент бомб, сброшенных не дальше 300 м от объекта бомбометания; г) критерий эффективности бомбардировщиков дальнего действия при прицельном бомбометании. (Кривая фактической эффективности получена применительно к числу летных часов, затраченных на боевые вылеты).

самолетов и более прохладная погода. Кривые показывают также, что в течение сентября и последующих месяцев на тренировки отводилось значительно больше времени.

Второй график характеризует изменение бомбовой нагрузки самолетов. Основная причина исключительно большого увеличения бомбовой нагрузки в период сентября и октября лежит в упорядочении работ по определению действительного полетного веса самолетов и освобождении их от ненужного оборудования. Вторым

важным фактором являлось повышение опытности ряда летчиков, бортинженеров и штурманов, что позволило более точно соблюдать заданный маршрут полета и сократить тем самым резервный запас горючего. Подробный анализ показал, что увеличение бомбовой нагрузки самолетов связано также с дополнительными тренировками, так как более опытный экипаж может в общем случае взять больший груз.

Третий график характеризует точность бомбардировок, которая определялась путем фотографирования подвергшихся бомбардировке объектов и изучения степени их повреждения. Кривая показывает средний процент бомб, упавших не далее 300 м от объекта бомбардировки. Легко заметить, что увеличение точности бомбометания началось вскоре после того, как экипажи стали проводить тренировочные полеты (см. верхний график). Другой причиной, способствовавшей увеличению точности, явилось изменение состава боевых групп, позволившее осуществлять бомбардировки с меньшим числом ведущих самолетов, команды которых имели в связи с этим возможность проводить дополнительные тренировки. Улучшение погоды и связанное с этим облегчение условий работы экипажей имело также, повидимому, некоторое влияние на увеличение точности бомбометания; однако этот фактор не может считаться решающим, так как в противном случае увеличение точности началось бы в сентябре или начале октября, а не позже, как это имело место в действительности. Анализируя кривые, можно легко убедиться в том, что увеличение тренировки играло немаловажную роль в повышении точности бомбометания.

Произведение этих трех величин (число летных часов, приходящихся на каждый самолет в месяц, бомбовая нагрузка и точность бомбометания) может быть взято в качестве общего критерия эффективности отдельного бомбардировщика дальнего действия при осуществлении стратегических бомбардировок небольших целей. Динамика этого произведения показана на нижнем графике. Под числом летных часов понимается в этом случае, конечно, число летных часов, затраченных на выполнение боевого задания (т. е. общее число летных часов в месяц минус число летных часов, затраченных на учебное бомбометание). Такая эффективность, изображенная на графике сплошной линией, носит название «истинной эффективности». Из графика видно, что в течение первых трех месяцев значение этой эффективности изменяется весьма незначительно. Однако с момента введения дополнительных тренировок, начатых в конце первой половины рассматриваемого периода, наблюдается исключительно резкое возрастание этой величины. В конце ноября каждый самолет стал примерно в десять раз эффективнее, чем в начале сентября.

Как было указано выше, повышение эффективности обусловлено отчасти изменением погоды и другими причинами. Однако основная причина этого заключается, повидимому, в проведении дополнительных тренировок. Для некоторой оценки затрат времени и средств, связанных с проведением тренировок, можно при опреде-

лении критерия эффективности, вместо числа часов, затрачиваемых в течение месяца на выполнение боевых заданий, ввести в формулу общее число летных часов, приходящихся на один самолет в месяц. Эта величина изображена на нижнем графике рис. 2 в виде пунктирной кривой. Эта кривая определяет величину критерия эффективности, которым обладал бы самолет, если бы все время нахождения его в воздухе затрачивалось на выполнение боевых заданий, и все другие характеристики (бомбовая нагрузка и точность) при отсутствии тренировок не изменились бы. Из сравнения двух кривых видно, что снижение эффективности, связанное с затратой некоторой доли времени на тренировки, является весьма незначительным по сравнению с экстраординарным увеличением бомбовой нагрузки и точности, объясняемых в известной степени этими тренировками.

Такое большое увеличение эффективности, имевшее место в действительности и отображенное на четырех графиках рис. 2, представляет исключительный интерес. На практике это приводило к тому, что каждый стратегический бомбардировщик был способен уничтожить в ноябре в десять раз больше объектов, чем в августе. Другими словами, это значило, что эскадрилья таких самолетов обладала в ноябре большей эффективностью, чем три авиагруппы этих же самых самолетов в августе. Приведенные кривые показывают, что количественное увеличение состава соединения также не способствует получению результатов, которые могут быть достигнуты при качественном улучшении характеристик. Эффект повышения «боевой производительности» за счет дальнейших тренировок значительно превышает тот результат, который может быть получен путем простого увеличения количества самолетов, количества боевых вылетов или введением некоторых усовершенствований материальной части. Это часто забывают и пытаются добиться успеха числом, увеличивая для достижения нужного результата количество самолетов, количество боевых вылетов и вес сброшенных бомб. Изображенные на графике кривые показывают, как мало можно добиться только повышением количества по сравнению с улучшением качества. Кроме того, улучшение таких основных характеристик, как бомбовая нагрузка самолета и точность бомбометания, зависит от тренировки и регулярной практики.

В других областях применения боевой техники влияние практики и тренировки может и не быть столь решающим; однако во всех проанализированных до настоящего момента случаях практика и тренировка играли чрезвычайно большую роль. Подробный анализ условий боевого применения оружия может позволить заблаговременно определить, что в данном конкретном случае является наиболее выгодным — вводить ли на вооружение новую боевую технику или продолжать дальнейшее совершенствование навыков личного состава в использовании имеющейся техники.

13. Оценка контрмер, предпринимаемых противником

В некоторых случаях оружие используется не в полной мере или от его применения совсем отказываются только потому, что войска преувеличивают опасность применяемых противником контрмер, основанных на отрицательных свойствах этого оружия. Возможность таких контрмер всегда необходимо предвидеть; однако американские вооруженные силы в ходе второй мировой войны всегда старались приписать врагу применение контрмер задолго до того момента, когда эти ответные действия фактически начинали применяться противником. Об этом уже упоминалось раньше, а в пятой главе этот вопрос будет рассмотрен более подробно. Ниже приводится пример того, каким образом по величине средней эффективности оружия можно получить ответ на вопросы о применении противником контрмер и наметить пути наиболее целесообразного использования оружия. Этот пример касается применения американскими подводными лодками радиолокационных станций обнаружения самолетов противника. Положительное свойство этой аппаратуры заключалось в том, что она позволяла обнаруживать самолеты на большей дальности, чем это можно сделать с помощью средств оптического наблюдения. В связи с этим подводные лодки, оборудованные радиолокационными станциями, имели больше шансов избежать атаки вражеских самолетов. Первые радиолокационные станции обнаружения, установленные на американских подводных лодках, обеспечивали в среднем обнаружение японских самолетов на дальностях, превышающих дальность оптического наблюдения только в 1,4 раза; тем не менее даже это незначительное увеличение дальности обнаружения имело в ряде случаев большое значение. Действительно, только 5 % от общего числа американских подводных лодок, атакованных японскими самолетами, находились в момент атаки в надводном положении; в то же время, как уже указывалось ранее, вероятность, что вражеские подводные лодки в момент атаки американских самолетов находились в надводном положении, равнялась 50 %.

Однако в дальнейшем, в процессе развития радиолокационной техники, американцы и англичане разработали и изготовили разведывательные приемники, которые позволяли обнаруживать работу радиолокационных станций, установленных на подводных лодках. В связи с этим возникла мысль, что японские самолеты также могут иметь аналогичные разведывательные приемники, что позволит им обнаруживать подводные лодки, на которых работают радиолокационные станции, на значительном удалении. В этом случае радиолокационные станции вместо пользы приносили бы вред. Значительное число командиров подводных лодок стало утверждать, что на японских самолетах появились разведывательные приемники, так как по их убеждению при включенной радиолокационной станции они наблюдали больше вражеских самолетов, чем при выключенной станции. Для проверки правильности этих сообщений был произведен анализ результатов боевых операций. Результат этого анализа приведен в табл. III.11.

Количество самолетов, обнаруженных подводными лодками за 100 дней нахождения подводной лодки в районе боевых действий

Условия обнаружения	Район А	Район В
Радиолокационная станция обнаружения включена	86	67
Радиолокационная станция обнаружения выключена	61	51
Отношение радиусов зон обнаружения	1,4	1,3

Эти данные показывают, что подводные лодки при включении радиолокационных станций наблюдали в течение 100 дней большее число самолетов, чем те подводные лодки, на которых радиолокационные станции включены не были.

С первого взгляда может показаться поэтому, что работа радиолокационных станций привлекала внимание самолетов. Однако при более тщательном анализе приводимых данных легко было убедиться, что это не так. Дело заключалось в том, что подводные лодки с работающими радиолокационными станциями имели возможность наблюдать больше самолетов, так как дальность обнаружения самолетов в этом случае была больше, чем при применении средств оптического наблюдения. Действительно, отношение числа обнаруженных в том и другом случае самолетов должно равняться отношению радиусов зон обнаружения, которое, как было указано выше, составляло 1,4. Таким образом, проведенный анализ показал, что подводные лодки с работающими радиолокационными станциями наблюдали не больше самолетов, чем они должны были наблюдать по сравнению с подводными лодками, на которых использовались оптические средства наблюдения. Таким образом, плотность японских самолетов вокруг подводных лодок с работающими станциями не превышала плотности самолетов вокруг лодок, на которых станции не работали. Отсюда можно было сделать вывод, что если вражеские самолеты и использовали разведывательные приемники, то они не приносили им пользы. Этот анализ помог преодолеть возражение командиров подводных лодок против применения радиолокационных станций. По окончании войны было установлено, что в японской армии вопрос об установке на самолетах разведывательных приемников рассматривался, но это предложение было отвергнуто верховным командованием.

ГЛАВА IV

СТРАТЕГИЧЕСКАЯ КИНЕМАТИКА

В главе III было показано, что в значительном числе случаев приближенные числовые характеристики проводимых операций могут быть использованы без дальнейшего математического анализа, если они были получены теоретическим или статистическим путем.

В § 1 гл. III был приведен пример из практики противолодочных операций в Бискайском заливе, из которого следует, что в ряде случаев сравнение значений характеристик, полученных путем оценки хода боевых действий и теоретически вычисленных величин, может показать даже без дальнейшего анализа, что для достижения большего успеха необходимо изменение тактики. Подобно этому в § 1 гл. V будет показано, что простой статистический анализ характеристик, определяющих эффективность действия бомбардировщиков против маневрирующего подводного корабля, является вполне достаточным для того, чтобы указать наилучшие тактические приемы борьбы с этими бомбардировщиками. В некоторых случаях простое сравнение двух критериев эффективности позволяет получить ответ на вопросы, касающиеся стратегии, как это показано, например, в § 3 гл. III. В этом параграфе рассматривался вопрос относительно преимущества самолетов и подводных лодок при использовании их для борьбы с кораблями противника. Критерии эффективности, определенные статистическим или аналитическим путем, могут оказать значительную помощь штабам, занимающимся вопросами стратегии, при определении потребности в различных родах войск для выполнения той или иной операции. В этой главе будут приведены примеры использования некоторых из этих характеристик для решения ряда стратегических задач, а также рассмотрена математическая теория, на которой основан метод использования некоторых данных для решения вопросов стратегии.

§ 1. ПОТРЕБНОСТЬ В ВООРУЖЕННЫХ СИЛАХ

Ниже приводятся два примера, взятые из практики противолодочных операций в Атлантике. Эти примеры показывают, каким образом могут быть использованы критерии эффективности при расчете потребного количества боевой техники, вооружения, войсковых частей и подразделений.

Первый пример поясняет метод определения потребного количества противолодочных патрульных самолетов при организации воздушного сопровождения кораблей в некотором районе боевых действий.

В период второй мировой войны в одной из морских военных операций имела место нижеследующая интенсивность движения военных, торговых и вспомогательных судов:

Т а б л и ц а IV.1

Номер зоны	Расстояние от базы (в милях)	Наименование и среднее число морских единиц			
		Карава- нов	Отдельных торговых судов	Боевых кораблей	Буксиров
1	0—100	4,3	17,4	2,0	1,4
2	100—200	2,1	2,3	0,9	0,3
3	200—300	0,6	1,7	0,7	0,1
4	300—400	0,3	0,3	0,2	0
5	400—500	0,1	0,1	0,1	0

Для решения рассматриваемой задачи весь район боевых действий был разбит на зоны, находящиеся на различном удалении от военно-воздушной базы. Затем были определены графики движения и найдено среднее число кораблей, караванов, торговых судов и буксиров, которые ежедневно находились в каждой из этих зон. Так, например, в зоне, границы которой отстояли от воздушной базы на 200 и 300 миль (зона 3), находилось в среднем около 1,7 самостоятельно плавающих торговых судов; в зоне 5 находилось в среднем 0,1 каравана (или, другими словами, караваны в этой зоне находились одну десятую часть всего рассматриваемого периода времени).

Описываемый метод деления всего прикрываемого района на зоны был применен потому, что для патрулирования самолетов на больших расстояниях от базы требуется больше средств, чем при патрулировании на малых расстояниях. Иначе говоря, чем дальше находится караван от военно-морской базы, тем больше требуется самолетов для его прикрытия.

Следующая часть задачи заключается, следовательно, в определении количества самолетов того или иного типа, которое необходимо для создания непрерывного воздушного прикрытия «морской единицы» *. Каждый самолет может налетать в течение месяца определенное количество часов; остальное время самолет должен находиться на базе, чтобы дать отдых экипажу и выполнить необходимые регламентные и ремонтные работы. Предположим, что каждый самолет определенного типа может налетать в среднем N часов. Самолет каждого типа может находиться непрерывно в воздухе T часов; назовем эту величину продолжительностью боевого вылета.

* Под «морской единицей» понимается как отдельное судно или военный корабль, так и группа движущихся вместе судов (караван). (Прим. редактора)

Однако несение противолодочной обороны, которое будем называть прикрытием судов, совершается только в течение некоторой части времени боевого вылета самолета, который должен пролететь от базы до охраняемой морской единицы и после выполнения боевого задания вернуться обратно на свою базу. Время, которое самолет затрачивает на полет к нужной зоне и на возвращение обратно, равно удвоенному расстоянию до центра этой зоны, деленному на скорость самолета:

$$L = \frac{1}{V} (100 + 2D),$$

где V — скорость самолета в узлах, а D — расстояние от базы до ближней границы зоны, в которой находится охраняемая единица.

1. Расчет сил, потребных для воздушного эскорта

Продолжительность времени, которое самолет может затратить на прикрытие (несение противолодочной обороны) судна в течение каждого боевого вылета, равна, таким образом, $T - L$. Следовательно, дробь $(T - L)/T$ определяет относительную часть времени каждого боевого вылета, которая фактически тратится на прикрытие судна, а величина $N(T - L)/T$ показывает общее число часов в месяц, в течение которого один самолет осуществляет прикрытие морской единицы в той или иной зоне. Тогда для создания непрерывного воздушного сопровождения каждой морской единицы потребуется иметь на базе следующее количество самолетов определенного типа (считая в месяце 30 дней):

$$\text{Число самолетов на базе} = \frac{720 \cdot T}{N(T - L)},$$

где величина L как и прежде зависит от расстояния до зоны, в которой находится прикрываемая морская единица.

В нижеследующей таблице (IV.2) указаны основные тактико-технические характеристики патрульных самолетов двух различных типов и морского дирижабля; в этой же таблице приведены данные о количестве дирижаблей и самолетов каждого типа, которое требовалось для организации непрерывного воздушного сопровождения морских единиц, находящихся на различном удалении от базы.

Из этой таблицы видно, что самолеты типа Кингфишер (OS2U) могли использоваться только для сопровождения судов, находящихся в первой зоне. Самолет типа Либереитор являлся фактически единственным средством (из рассматриваемых в этой таблице), осуществлявшим прикрытие судов, находящихся во внешней зоне.

Из этой таблицы следует также, что для сопровождения судов во внешней зоне требовалось почти в два раза больше самолетов типа Либереитор, чем для сопровождения этими самолетами такого же количества судов в первой внутренней зоне. Имея данные табл. IV.1 и IV.2, можно было определить общее количество средств, потребных для организации непрерывного воздушного прикрытия всех судов, находящихся в охраняемом районе. Результаты такого расчета приведены в табл. IV.3. Как легко заметить, приво-

Таблица IV.2

Основные показатели и количество единиц воздушного прикрытия	Расстояние от базы в милях	Дирижабль ZP	Самолет Кингфишер OS2U	Самолет Либейтор PB4Y
<i>N</i> —число летных часов на самолет в месяц		360	80	100
<i>V</i> —скорость в узлах		50	90	130
<i>T</i> —продолжительность боевого вылета, в часах		18	4	15
Количество, необходимое для обеспечения непрерывного воздушного прикрытия одной морской единицы	0—100	2,25	12,46	7,58
	100—200	3,00	—	8,49
	200—300	4,50	—	9,66
	300—400	9,00	—	11,22
	400—500	—	—	13,38

димые данные были получены умножением числа самолетов или дирижаблей, потребных для прикрытия одной морской единицы, находящейся в данной зоне, на число морских единиц в этой же зоне. Это произведение определяет количество самолетов или дирижаблей, которые необходимо иметь на базе, для прикрытия с воздуха всех морских единиц, находящихся в данном районе.

Таблица IV.3

Количество средств, потребных для организации противолодочного воздушного прикрытия

Зоны района	Среднее число сопровождаемых единиц	Дирижаблей ZP	Самолетов Кингфишер OS2U	Самолетов Либейтор PB4Y
-------------	-------------------------------------	---------------	--------------------------	-------------------------

Круглосуточноекрытие караванов

0—100	4,3	9,7	53,6	32,6
100—200	2,1	6,3	} патрулирование в этих зонах не может быть обеспечено }	17,8
200—300	0,6	2,7		5,8
300—400	0,3	2,7		3,3
400—500	0,1	—		1,3

Круглосуточноекрытие боевых кораблей

0—100	2,0	4,5	25	15
100—200	0,9	2,7	} патрулирование в этих зонах не может быть обеспечено }	7,6
200—300	0,7	3,1		6,8
300—400	0,2	1,8		2,2
400—500	0,1	—		1,3

Круглосуточноекрытие одиночных торговых судов и буксиров

0—100	18,8	42	234	142
100—200	2,6	7,8	} патрулирование в этих зонах не может быть обеспечено }	22
200—300	1,8	8,1		17
300—400	0,3	2,7		3,3
400—500	0,1	—		1,3

Используя данные табл. IV.3, можно определить потребное число самолетов и дирижаблей. Для этого необходимо только знать, какой тип патрульного средства выделен для организации сопровождения в данной зоне и какой процент времени должна быть прикрыта морская единица того или иного типа. Предположим, например, что все караваны должны обеспечиваться непрерывным (круглосуточным) прикрытием, боевые корабли — прикрываться в течение 50% времени, а отдельно плывущие суда и буксиры — в течение 10% времени. Условимся, кроме того, что для организации патрулирования в двух внешних зонах выделяются самолеты Либереитор, в двух следующих зонах — дирижабли, а во внутренней зоне — самолеты Кингфишер и дирижабли в равных количествах. В этом случае, как легко убедиться, для организации противолодочного воздушного сопровождения заданной плотности потребовалось бы иметь на базе около 6 самолетов типа Либереитор, около 22 дирижаблей и около 45 самолетов типа Кингфишер. На практике наличное количество средств необходимо будет увеличить с тем, чтобы иметь резерв на случай неожиданных аварий; однако эти соображения касаются уже другой области вопросов и здесь не рассматриваются, так как были уже подробно разобраны в § 2 гл. II.

Аналогичные расчеты потребных боевых средств могут быть проведены применительно и к другим противолодочным мероприятиям, таким как, например, общее патрулирование заданных районов или атаки против подводных лодок после их обнаружения.

Необходимо заметить, что наличие в течение некоторой доли времени нелетной погоды может несколько уменьшить количество летных часов, приходящихся на один самолет в месяц. Однако это не потребует проведения каких-либо перерасчетов и внесения поправок в таблицу потребного количества средств. Плохая погода препятствует полетам самолетов, только в течение какого-то определенного периода времени, и с наступлением хорошей погоды полеты вновь возобновляются с прежней интенсивностью. Поэтому расчет потребного количества средств должен производиться применительно к загрузке самолетного парка в период летной погоды.

2. Расход глубинных бомб

Другой пример расчета потребного количества средств касается определения количества глубинных бомб и бомб для бомбометов, расходовавшихся при осуществлении в 1944 г. в Атлантике противолодочных операций. В тот период времени в Атлантике находилось около 30 немецких подводных лодок. Против них действовало около 500 противолодочных кораблей, которые топили в среднем 1,25 подводной лодки в месяц, расходуя при этом 614 глубинных бомб и 700 бомб для бомбометов. Казалось бы, что месячный расход глубинных бомб и бомб для бомбометов пропорционален количеству вражеских подводных лодок, находившихся в то время в этом районе. Следовательно, в 1944 г. на каждую подводную лодку, действующую в этом районе, затрачивалось около 20 глубинных и 23

бомбометных бомбы. Эти цифры использовались для определения нужного количества боеприпасов в последующие периоды времени. Общее потребное количество боеприпасов рассчитывалось путем умножения этих цифр на предполагаемое число вражеских подводных лодок в этом районе. Те же исходные данные принимались и для определения программы производства глубинных бомб и бомб для бомбометов в следующем году.

Подходя к рассмотрению этого вопроса с другой стороны, можно предположить, что расходуемое количество глубинных бомб было пропорционально количеству потопленных подводных лодок; эта цифра применительно к 1944 году составляла примерно 490 глубинных бомб и 560 бомб для бомбометов на каждую потопленную немецкую подводную лодку.

Определяя по данным разведывательных органов количество подводных лодок, которые могли бы находиться в Атлантике в тот или другой период времени, можно найти предполагаемое число подводных лодок, могущих быть потопленными. По этим данным можно установить необходимое количество боеприпасов, которое достаточно хорошо согласуется с величинами, установленными другим путем.

§ 2. УРАВНЕНИЯ ЛАНЧЕСТЕРА

В предыдущем параграфе было приведено несколько простых примеров, поясняющих метод применения критерия эффективности для определения потребного количества средств. Обычно числовые характеристики ведущихся операций не являются вполне постоянными величинами, в связи с чем исход военных действий может быть подсказан только приближенно. Во многих случаях эти характеристики вообще не могут быть установлены с достаточной степенью точности и их использование в математических уравнениях любой сложности не может быть рекомендовано.

Однако в некоторых случаях бывает полезно ввести эти характеристики в дифференциальные уравнения, что позволит определить, как шло развитие боевых действий, если бы условия ведения этих боевых действий, определяемые принятыми характеристиками, оставались неизменными.

Для того, чтобы такие дифференциальные уравнения могли быть решены, они должны отражать исключительно простые виды боевых действий; в связи с этим область их применения является небольшой. Несколько позже в этой главе будут указаны и другие серьезные ограничения области применения подобных уравнений. Тем не менее изучение дифференциальных уравнений позволяет в ряде случаев установить весьма интересную и чрезвычайно полезную взаимосвязь между критериями эффективности, входящими в эти уравнения. Большинство из уравнений касается вопросов определения потерь двух воюющих сторон и в значительной степени напоминают аналогичные дифференциальные уравнения, определяющие ход химических реакций или касающиеся биологических законов (например, увеличения или уменьшения биологического вида).

Может быть составлено много дифференциальных уравнений общего вида, каждое из которых будет соответствовать различной тактической или стратегической обстановке, и только небольшое количество этих уравнений окажется действительно интересным. В настоящей главе рассматривается несколько примеров составления и анализа таких дифференциальных уравнений. С помощью этих примеров авторы стремились в основном показать направления дальнейших исследований, и только отчасти — методы конкретного применения этих уравнений.

1. Описание боевых действий

Несколько наиболее простых и интересных дифференциальных уравнений, устанавливающих математическую зависимость в действиях противостоящих вооруженных сил, было составлено и изучено Ланчестером еще в период первой мировой войны. Следующий материал взят из его трудов, посвященных этому вопросу.

Одним из основных вопросов, на которых базируется вся стратегия, является вопрос концентрации: концентрации всех ресурсов воюющей стороны на решении одной задачи и соответствующей концентрации основных вооруженных сил страны как морских, так и сухопутных, на одном участке боевых действий. Однако принцип концентрации не является сам по себе принципом стратегии; он в равной мере может быть применен и к чисто тактическим операциям; этот принцип в своей материальной основе базируется на фактах чисто научного характера.

Между методами обороны, существовавшими в первобытные времена и применяемыми в настоящее время, имеется большая разница, которая может быть использована для иллюстрации рассматриваемого вопроса. В давно прошедшие времена, когда оружие непосредственно отвечало оружию, оборонительное действие было прямым, удар меча или алебарды парировался мечом или щитом; в современных условиях орудие отвечает орудью, защитой от винтовочного огня является винтовочный огонь и защитой от артиллерии — артиллерия.

Но защита от современного оружия не является прямой: говоря кратко, для того, чтобы помешать врагу убить вас, вы должны убить его первым; вместе с тем битва становится в значительной степени коллективной. Как следствие этой разницы, значимость концентрации в ходе истории не является постоянной величиной. В старых условиях никакой стратегический план или тактический маневр не позволял ввести в непосредственный боевой контакт неравное количество людей — всегда с той и другой стороны в бою участвовало примерно одинаковое число бойцов; каждый солдат мог обычно найти себе одного врага. Если и были случаи такой концентрации сил, когда на одного солдата приходилось на некоторых участках битвы по два солдата другой враждующей стороны, то и в этом случае число солдат, действительно принимавших участие в бою в определенный момент времени (до тех пор, пока фронт не был прорван) было, грубо говоря, одинаковым с обеих сторон. В современных условиях все эти положения недействительны. При наличии современного дальнобойного огнестрельного оружия концентрация превосходящего количества сил обеспечивает прямое превосходство в бою и численно более слабая сторона оказывается под более сильным огневым воздействием, чем то, которое она может применить против своего врага.

Значимость этой разницы на самом деле больше, чем можно ожидать при предварительном ознакомлении с этим вопросом. Влияние этой разницы является краеугольным камнем всей проблемы в целом, и в связи с этим будет рассмотрено подробно. Противопоставляя античные условия битв современным войнам, не следует, однако, думать, что преимущества концентрации сил не

имели в какой-то степени места и при старом порядке вещей. Например, когда армия разбита и бежит, численное превосходство победителя, несомненно, сможет быть использовано в полном объеме и с тем же эффектом, как и в современных войнах; больше того, и до момента нанесения противнику решающего поражения нажим более сильной стороны также будет оказывать определенное влияние.

Таким же образом луки, метательные копья и арбалеты, являясь оружием, которое обладает в небольшой степени свойствами стрелкового оружия, позволяли увеличивать (в определенных пределах) усилия своих атак против слабой стороны.

Как было указано, резкое подчеркивание разницы в условиях ведения войны имеет целью акцентировать внимание читателя и используется авторами как метод изложения материала.

Рассмотрим сначала условия древних боев, когда человек противостоял человеку. Если предположить, что все участники этих боев равноценны и все прочие условия равны, то можно считать, что в среднем половина схваток один на один («дуэлей»), из которых состоит вся битва, кончится для данной стороны благоприятно, а другая половина — неблагоприятно и обе стороны понесут одинаковые потери. При этом, если 1000 воинов одной стороны противостоят 1000 воинов другой стороны, не будет никакой или почти никакой разницы от того, встретятся ли 1000 воинов синей стороны с таким же количеством воинов красной стороны в одном решительном сражении или все силы синей стороны обратятся сначала против 500 воинов красной стороны и уничтожив их, вступят в бой с остальной половиной воинов красной стороны; в последнем случае, если только считать, что воины красной стороны, защищая свою землю, будут стоять насмерть, половина сил синей стороны будет выведена из строя* при уничтожении сил красной стороны в первой битве и вторая битва начнется при равных условиях, т. е. 500 воинов синей стороны против 500 воинов красной стороны.

2. Линейный закон

Для того, чтобы представить рассматриваемый нами вопрос в виде математического уравнения, обозначим через m количество бойцов красной стороны в некоторый момент времени и через n — соответствующее число бойцов синей стороны. Временная переменная длительности битвы, входящая в уравнение, требует некоторого объяснения, так как случаи, когда битва продолжается непрерывно, бывают очень редко. Для упрощения картины прежних битв каждое столкновение (или атаку, сражение) можно разбить на большое количество отдельных боев (или дуэлей). Каждое сражение можно представить как проходящее последовательно и использовать индексы, указывающие порядковый номер члена последовательности в виде временной переменной t . Такой прием является обычным переходом от дискретной к непрерывной переменной. Или, подходя к этому вопросу несколько иначе, мы можем представить отдельные бои в виде перенумерованной последовательности и использовать номер в качестве временной переменной T .

Будем рассматривать только те бои, в результате которых происходит уничтожение одного или другого «дуэлянта» (бойца). Для того, чтобы придать обсуждаемому вопросу более общий характер,

* Вообще говоря, это не совсем правильно, так как к концу битвы оставшиеся в меньшем числе воины будут атакованы численно превосходящей группой воинов. Основной принцип, однако, остается без изменений.

предположим, что одна или другая из воюющих сторон имеет определенное превосходство в вооружении или боевой подготовке. Это превосходство может быть выражено при помощи введенного нами раньше понятия «соотношения потерь». Как указывалось раньше, эта величина E является отношением среднего числа потерь бойцов синей стороны к среднему числу потерь бойцов красной стороны. Потери вооруженных сил красной стороны, понесенные в одном бою, равны, в среднем, отношению общего числа потерь красной стороны к общему числу боев; аналогичное соотношение справедливо и для потерь синей стороны. Следовательно, дифференциальные уравнения, определяющие изменения m и n в течение боя, будут иметь вид

$$\frac{dm}{dT} = -\frac{1}{1+E}, \quad \frac{dn}{dT} = -\frac{E}{1+E};$$

$$m = m_0 - \frac{T}{1+E}, \quad n = n_0 - \frac{TE}{1+E};$$

где

$$\frac{dn}{dm} = E, \quad n_0 - n = E(m_0 - m). \quad (1)$$

Так как решения линейны относительно T и так как соотношение между m и n также линейно, эта группа уравнений называется иногда линейным законом Ланчестера.

Чтобы выразить уравнения в зависимости от t , мы можем предположить, что t -ое сражение состояло из $F(m, n, t)$ битв. Уравнения, составленные применительно к «переменной сражения» t , будут иметь, следовательно, вид

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{1}{1+E} F(m, n, t),$$

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{E}{1+E} F(m, n, t). \quad (2)$$

Деля эти уравнения одно на другое, мы снова, как и прежде, получим $(dn/dm) = E$.

Решения этих двух уравнений представляют с точки зрения теории вероятностей средние или ожидаемые величины. Действительные результаты ряда сражений будут отличаться от такого среднего значения в соответствии с анализом этих решений на базе теории вероятностей, который будет рассмотрен в следующем параграфе.

Мы видим, что решения этих уравнений соответствуют ранее приведенным положениям, высказанным Ланчестером.

Вооруженные силы двух воюющих сторон являются равноценными, если отношение начального количества их боевых единиц равно соотношению потерь E , как было указано выше. Отсюда следует, что концентрация сил не приносит дополнительных преимуществ.

3. Квадратичный закон

Если мы теперь обратимся к современной войне, характерной применением дальнобойного огнестрельного оружия, то найдем, что делить отдельные сражения на единичные бои нельзя, так как каждый участник сражения может вести огонь (по крайней мере в идеализированном случае) по любому противнику. Следовательно, в качестве временной переменной необходимо использовать в этом случае порядковый номер всего сражения. Предположим, что в t -ом сражении один боец красной стороны может вывести из строя в среднем $(E/1 + E)G(t)$ бойцов синей стороны, а один боец синей стороны может вывести из строя в среднем $(1/1 + E)G(t)$ бойцов красной стороны, где G определяет «интенсивность боя» в момент времени t . Соответствующие дифференциальные уравнения для этого случая будут иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= -\frac{n}{1+E}G(t), \quad \frac{dn}{dt} = -\frac{mE}{1+E}G(t); \\ \frac{dm}{dn} &= \frac{n}{mE}; \quad n_0^2 - n^2 = E(m_0^2 - m^2); \end{aligned} \quad (3)$$

где через E также обозначается соотношение потерь. Так как решение этого уравнения представляется в виде соотношения между возведенными в квадрат количествами бойцов, это уравнение называется иногда **к в а д р а т и ч н ы м з а к о н о м Л а н ч е с т е р а**.

Из решения уравнений (3) видны преимущества концентрации сил, так как эффективная сила каждой из воюющих сторон пропорциональна эффективности оружия, взятой в первой степени, и квадрату количества бойцов, участвующих в сражении. Следовательно, две противостоящие стороны имеют равные силы в том случае, когда соотношение потерь равно квадрату отношения количества бойцов. Отсюда можно сделать вывод, что более выгодно увеличивать количество участников сражения, чем повышать (на ту же величину) соотношение потерь (увеличением эффективности индивидуального оружия). Этот вывод, конечно, не следует понимать так, что эффективность оружия улучшать не надо; это говорит только о том, что тактическая или стратегическая концентрация сил может уравновесить небольшое преимущество в эффективности оружия противника.

Поясним этот вывод на примере. Примем, как и прежде, что красная и синяя стороны имеют по тысяче бойцов и что войска обеих сторон применяют оружие с равной огневой мощностью ($E = 1$).

Если при этом воюющие стороны введут в каждое из сражений все свои наличные силы, то битвы закончатся вничью. Предположим теперь, что командование красной стороны ввело в сражение, в котором участвуют только половина бойцов синей стороны, всю 1 000 своих бойцов. Тогда, согласно уравнению (3), красная сторона, уничтожив в сражении 500 бойцов синей стороны, потеряет только 134 своих бойца и может начать следующее сражение против оставшихся 500 бойцов синей стороны, имея в строю 866 бойцов. Второе сражение между 866 бойцами красной стороны и 500 бойца-

ми синей стороны окончится победой красной стороны и уничтожением всего оставшегося личного состава синей стороны. При этом красные потеряют около 159 бойцов, и в строю останется 707 бойцов.

4. Боевая сила

Эти уравнения и их решения могут быть применены с некоторым приближением во многих случаях; они указывают несколько полезных направлений для исследования боевых операций. Действительно одной из важнейших проблем в области исследования операций при любом виде боевых действий является как теоретическое, так и статистическое исследование вопросов о том, насколько справедливы законы Ланчестера в тех или других конкретных условиях боя. Если только выявляется применимость квадратичного закона Ланчестера, то необходимо сразу же приступить к изучению возможности концентрации сил. Этот закон применим, в частности, для воздушных сражений. Как уже указывалось раньше, один из основных факторов, определивший значительное преимущество истребителей американских ВВС по отношению к японским истребителям, был обусловлен тем, что американские истребители патрулировали группами по два или три самолета, в то время как японские самолеты летали обычно в одиночку.

Ниже приводится относящаяся к рассматриваемому нами вопросу выдержка из трудов Ланчестера [9]:

Легко показать, что толкование этого решения может быть произведено в более общей форме; понятие «боевая сила» может быть расширено и под ним можно понимать величину, пропорциональную квадрату числа боевых единиц, составляющих войсковое подразделение или соединение, умноженному на боевую значимость каждой боевой единицы.

Для пояснения этого положения предположим, что одна армия численностью в 50 000 солдат ведет бой с двумя вражескими армиями численностью в 40 000 и 30 000 солдат соответственно и что все эти армии имеют одинаковое вооружение. Тогда, если бой будет происходить с этими армиями по очереди, т. е. сначала армия в 50 000 солдат встретится с армией в 40 000 солдат, а затем с армией в 30 000 солдат, то силы двух противостоящих сторон будут одинаковы, так как $(50000)^2 = (40000)^2 + (30000)^2$. Если же две небольших армии успеют соединиться и вступят в бой как одно соединение, то армия в 50 000 солдат будет разбита, так как сила противостоящей ей армии, состоящей из 70 000 солдат, будет превосходить ее примерно в два раза: соотношение сил составит 49 : 25.

Превосходство морально-боевых качеств солдат, лучшая тактика и множество других дополнительных причин, которые могут иметь место в реальных условиях, будут в известной мере влиять на исход сражения; однако эти причины не обесценивают рассматриваемые здесь математические соотношения.

Рассмотрим теперь пример, в котором необходимо учитывать разницу в боевой значимости боевых единиц. Предположим, что один боец, вооруженный пулеметом, может поразить цель за тот же период времени и в той же мере, как и шестнадцать бойцов, вооруженных винтовками. Требуется определить, какое количество бойцов с пулеметами заменит в бою батальон, состоящий из тысячи бойцов, имеющих винтовки.

Принимая боевую силу стрелка за единицу, определим n — требуемое число пулеметчиков. Боевая сила батальона стрелков равна $(1000)^2$, откуда

$$n = \sqrt{\frac{1\,000\,000}{16}} = \frac{1\,000}{4} = 250.$$

Таким образом, пулеметчиков должно быть в четыре раза меньше, чем стрелков.

Этот пример является поучительным. Он показывает одновременно и пользу и слабость рассматриваемого метода.

Основным предположением, положенным в основу нашего рассуждения, является то, что огонь каждой стороны «сконцентрирован» на войсках вражеской стороны. Таким образом, противник концентрирует на одном пулеметчике такое количество огня, которое в другом случае было бы распределено на четырех стрелков, в связи с чем пулеметчик будет в строю в среднем в четыре раза меньше времени и при шестнадцатикратном превышении эффективности своего оружия будет в состоянии выполнить задачу только четырех стрелков вместо шестнадцати, как и следовало ожидать. Это соответствует уравнению. Примерно подобные условия существовали во время англо-бурской войны, когда основным видом огня был индивидуальный или снайперский огонь.

Если, с другой стороны, обстоятельства не дают возможности такой концентрации огня, что происходит, скажем, при стрельбе на большие дистанции с рассеиванием по площади, при залповой стрельбе или «стрельбе по дыму», основное условие оказывается нарушенным и значимость отдельного пулеметчика приближается к значимости шестнадцати стрелков, что находится в соответствии с мощностью его оружия. Аналогичные рассуждения применимы, когда против пулеметчика применяется артиллерия, ведущая шрапнельный огонь или другое оружие, огонь которого направляется скорее по площади, чем по отдельному бойцу. Здесь уместно обратить внимание на изменение условий и природу соответствующих отклонений от выводов теории; такие отклонения встречаются гораздо реже в военных действиях на море, чем на суше, так как отдельные боевые единицы — корабли всегда являются целью для артиллерии и на них концентрируется огонь.

Несколько уклоняясь от основного предмета, отметим, что ход рассуждений приводит к несколько неожиданным, хотя, повидимому, и правильным результатам. Если мы изменим первоначальную гипотезу так, чтобы привести ее в соответствие с условиями стрельбы на большие дистанции, и примем, что огонь сосредоточен на некоторой площади, занятой противником, причем величина площади не зависит от численности сил противника, то мы получим условия уравнения (1) и величина потерь не будет зависеть от числа участников сражения, а окажется прямо пропорциональной эффективности оружия.

В этих условиях боевая сила войск прямо пропорциональна их численности. Концентрация сил, как таковая, в этом случае не сказывается и, наоборот, весьма сильно влияет преимущество в темпе стрельбы. Таким образом, рассмотренные условия весьма близко подходят к условиям древних войн.

5. Математическое решение

Подробное решение квадратичного закона Ланчестера было изучено Купманом [10]. Для того чтобы упростить уравнение (3), можно привести преобразование временной переменной так, чтобы

$$\tau = \frac{\sqrt{E}}{1+E} \int G(t) dt. \quad (4)$$

Так как шкала времени является достаточно произвольной, новая переменная будет столь же удовлетворительной, как и любая другая. При применении новой переменной уравнения и их решения упростятся и примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dm}{d\tau} &= -\frac{n}{\sqrt{E}}; & \frac{dn}{d\tau} &= -m\sqrt{E}; \\ m &= m_0 \operatorname{ch} \tau - (n_0/\sqrt{E}) \operatorname{sh} \tau; \\ n &= n_0 \operatorname{ch} \tau - (m_0\sqrt{E}) \operatorname{sh} \tau. \end{aligned} \quad (5)$$

Интересным свойством этих гиперболических решений является ускорение действий при приближении события к концу. Оставшаяся половина более слабой из воюющих сторон будет уничтожена за более короткий период времени, чем первая половина. Это, конечно, происходит из-за того, что оставшиеся боевые единицы более сильной из воюющих сторон имеют возможность, концентрировать огонь на уцелевших боевых единицах более слабой стороны, ускоряя тем самым их уничтожение. Такое ускорение событий часто наблюдается в ходе реальных боевых действий. Примером может служить ход боевых действий против немецких войск в Тунисе и воздушное наступление США и Англии на Германию в 1943—44 гг.

Следующие два параграфа посвящены вопросам подробного анализа уравнений Ланчестера; такой анализ указывает в большей степени возможные направления дальнейших исследований, чем итоги работ в этой области, которые могли бы быть практически использованы уже сейчас. Оба параграфа могут быть пропущены без ущерба для понимания последующего материала.

§ 3. АНАЛИЗ УРАВНЕНИЙ ЛАНЧЕСТЕРА С ПОМОЩЬЮ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

В уравнениях Ланчестера имеют дело со средней или ожидаемой численностью сражающихся каждой из противостоящих сторон. Вероятность входит в уравнение Ланчестера и результат решения последнего есть просто наиболее ожидаемый результат. Для первых этапов сражения существует, конечно, некоторая конечная вероятность того, что число оставшихся в строю сражающихся будет другим, но для последних этапов сражения решения уравнений Ланчестера могут достаточно широко отклоняться от возможных результатов. Это связано с тем, что по истечении некоторого интервала времени появится определенная вероятность того, что все силы одной из воюющих сторон будут уничтожены и сражение закончится в действительности раньше, чем это предполагается средним значением при решении уравнений Ланчестера.

Другими словами, уравнения Ланчестера предполагают, что в момент времени, когда силы одной из сторон будут полностью уничтожены, другая сторона будет всегда иметь определенное число сражающихся. Однако в действительности существует некоторая небольшая, но отличающаяся от нуля вероятность того, что все силы одной из сторон будут уничтожены вообще без каких-либо потерь сражающихся другой воюющей стороны или эти потери будут составлять только некоторую определенную долю потерь, определяемых уравнением Ланчестера. Вероятность различных исходов сражения может быть высчитана, если предположить, что результаты битв подчиняются законам теории вероятностей.

1. Линейный закон

Рассматривая уравнения, относящиеся к линейному закону, можно сказать, что в результате каждого боя красная сторона

теряет в среднем $(E/E + 1)$ единиц, а синяя сторона — в среднем $(1/E + 1)$ единиц. Тогда мультиномиальное распределение показывает, что вероятность того, что после T боев (если T меньше n_0 или m_0) красная сторона потеряет α единиц, а синяя сторона $\beta = (T - \alpha)$ единиц, будет равна

$$P(\alpha, \beta) = \frac{T!}{\alpha! \beta!} \frac{E^\alpha}{(1 + E)^T}; \quad T = \alpha + \beta \leq m_0, n_0. \quad (6)$$

Отсюда следует, что результаты боев могут быть крайне несходными, причем отдельные из них будут значительно отличаться от тех значений, которые следуют из решений уравнений (1). Однако для данного времени T (меньшего чем m_0 или n_0) среднее число потерь красной и синей сторон точно соответствует величине потерь, определяемой решением уравнения (1). Следовательно, для первого этапа сражения решение уравнения Ланчестера является в среднем правильным. Однако, когда индекс T приобретает достаточно большие значения, возникает вероятность того, что все силы одной из сторон будут уничтожены. Например, в случае, когда $T = n_0$, имеется определенная вероятность $P(0, n_0) = (1 + E)^{-n_0}$, что все боевые единицы синей стороны будут уничтожены, а красная сторона совсем не будет иметь потерь. Если это произойдет, бой тотчас же окончится. Имеется также вероятность того, что конец боя наступит тогда, когда синяя сторона потеряет все свои единицы, а красная сторона — одну единицу.

Вероятность этого события обозначается через $P(1, n_0)$.

Нетрудно заметить, что вероятности $P(\alpha, n_0)$ и $P(m_0, \beta)$ из формулы (6) не получаются. Последующий подробный анализ показывает, что для этих особых случаев правильными формулами будут

$$P(\alpha, n_0) = \frac{(\alpha + n_0 - 1)!}{\alpha! (n_0 - 1)!} \frac{E^\alpha}{(1 + E)^{\alpha + n_0}};$$

$$P(m_0, \beta) = \frac{(\beta + m_0 - 1)!}{\beta! (m_0 - 1)!} \frac{E^{\beta}}{(1 + E)^{\beta + m_0}}; \quad P(m_0, n_0) = 0. \quad (7)$$

Все эти вероятности могут быть представлены в графической форме, как это показано на графике рис. 1. Жирные пунктирные линии a , b и c характеризуют положение, которое имеет место в различное «время» T . Например, линия a соответствует $T = 2$; а линия b соответствует $T = n_0 + 1$. Ячейки, пересекаемые горизонтальной и вертикальной ветвями пунктирной кривой, обозначают для случая b окончание боев; ячейки, пересекаемые наклонной частью кривой, показывают на то, что бои еще продолжаются. Линия c соответствует $T > m_0 + n_0$ и относится к моменту, когда все возможные бои закончены. Сумма всех P , взятых вдоль любой из пунктирных кривых, равна единице (как и должно быть, конечно).

Несомненно, что для моментов времени, соответствующих линиям b или c , среднее число потерь участников битвы не будет

соответствовать уравнениям (1) закона Ланчестера. В частности, изучение случая, представленного линией c , показывает, что при приближении боя к концу в строю останется либо некоторое число единиц синей стороны, либо некоторое число единиц красной стороны. Для каждого данного значения m_0 , n_0 или E может быть вычислено среднее число оставшихся в строю единиц для этих взаимно исключающих возможностей.

В качестве примера можно рассчитать таблицу IV.4 значений величин m и n для случая, когда в начале боя красная сторона имела 5 единиц, а синяя сторона — 3 единицы; соотношение потерь

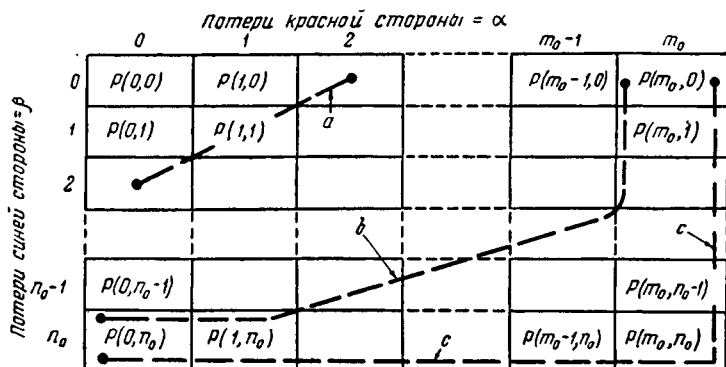


Рис. 1. Иллюстрация вероятностей ф-лы (IV.7).

взято равным 1. На основании этого расчета можно затем определить среднее число участников боя, оставшихся в строю каждой из воюющих сторон после T боев. Результат этих вычислений, обозначенный словом «вероятное», приведен в нижеследующей таблице:

Таблица IV.4

$$m_0 = 5; n_0 = 3; E = 1$$

Средние значения	При значениях T							
	0	1	2	3	4	5	6	7
m , вероятное	5,0	4,5	4,0	3,5	3,06	2,72	2,48	2,367
m , Ланчестера	5,0	4,5	4,0	3,5	3,0	2,5	2,0	2,0
n , вероятное	3,0	2,5	2,0	1,5	1,06	0,72	0,48	0,367
n , Ланчестера	3,0	2,5	2,0	1,5	1,0	0,5	0	0

Вероятность того, что будут уничтожены силы красной стороны = $(29/128) = 0,2266$
 Если победит синяя сторона, то ожидаемое количество оставшихся в строю единиц синей стороны = 1,621.
 Вероятность того, что будут уничтожены силы синей стороны = $(99/128) = 0,7734$.
 Если победит красная сторона, то ожидаемое количество оставшихся в строю единиц красной стороны = 3,061.

Вычисленные таким образом значения m и n можно сравнить со значениями этих величин, определенными согласно решениям уравнений Ланчестера (эти величины обозначены в таблице словом «Ланчестера»). Мы видим, что в этом случае существует примерно один шанс из четырех, что в результате битвы силы красной стороны будут уничтожены, а у синей стороны останется в строю в среднем около 1,6 единицы. Другие три шанса из четырех (приблизительно) говорят за то, что будут уничтожены силы синей стороны, а в строю красной стороны останется в среднем около трех единиц. Ограниченность применения уравнений Ланчестера при оценке результатов последнего этапа сражения очевидна. Конечно, делая такой вывод, следует заметить, что при больших величинах относительные отклонения от законов Ланчестера (выраженные, например, в процентах) были бы меньше.

2. Квадратичный закон

Для того, чтобы осуществить с помощью теории вероятности оценку квадратичного закона Ланчестера, примем, что сражение представляет собой обмен между воюющими сторонами орудийными залпами или простую атаку достаточно короткой продолжительности, так, что потери каждой стороны не приводят в течение боя к заметному уменьшению огневой мощи сторон. Предположим, что в начале сражения силы красной стороны состояли из m_0 единиц, а силы синей стороны — из n_0 единиц. Предположим также, что во время сражения каждая единица красной стороны выводит из строя определенную часть сил синей стороны и наоборот. Для того, чтобы нашим дальнейшим рассуждениям соответствовали обозначения, принятые в уравнении (5), примем, что часть сил синей стороны, выводимая из строя одной единицей сил красной стороны, равна в среднем $\tau\sqrt{E}/n$, часть сил красной стороны, выводимая из строя одной единицей сил синей стороны, равна в среднем $\tau/m\sqrt{E}$, где τ — продолжительность боя в новых единицах времени, определенных уравнением (4).

Отметим, что определенное число единиц будет поражаться больше, чем один раз. Однако нас интересуют те единицы каждой из воюющих сторон, которые не будут поражены в ходе боя и после его окончания останутся в строю. Вероятность того, что данная единица красной стороны не будет поражена, определяется выражением $[1 - (\tau/m\sqrt{E})]^n$. Применяя снова мультиномиальное распределение, найдем вероятность поражения во время боя α единиц красной стороны (из общего числа m единиц этой воюющей стороны) и β единиц синей стороны. Эти вероятности определяются уравнениями (8)

$$\begin{aligned} P_{\text{кр}}(\alpha) &= \frac{m!}{\alpha!(m-\alpha)!} \left(1 - \frac{\tau}{m\sqrt{E}}\right)^{n(m-\alpha)} \left[1 - \left(1 - \frac{\tau}{m\sqrt{E}}\right)^n\right]^\alpha, \\ P_{\text{син}}(\beta) &= \frac{n!}{\beta!(n-\beta)!} \left(1 - \frac{\tau\sqrt{E}}{n}\right)^{m(n-\beta)} \left[1 - \left(1 - \frac{\tau\sqrt{E}}{n}\right)^m\right]^\beta. \end{aligned} \quad (8)$$

Из этих выражений можно найти среднее количество единиц красной и синей сторон, выведенных из строя в течение боя:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{ср}} &= m \left[1 - \left(1 - \frac{\tau}{m\sqrt{E}} \right)^n \right], \\ \beta_{\text{ср}} &= n \left[1 - \left(1 - \frac{\tau\sqrt{E}}{n} \right)^m \right].\end{aligned}\quad (9)$$

Эти выражения, кроме случаев, когда τ имеет предельно малые значения, не соответствуют решениям уравнения Ланчестера.

Если τ не очень мало, а количество боевых единиц, принимающих участие в бою с одной и другой стороны, весьма велико, уравнение может быть приведено к несколько более простой форме

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{ср}} &= m [1 - e^{-(n/m)\sqrt{E}\tau}], \\ \beta_{\text{ср}} &= n [1 - e^{-(m\tau\sqrt{E}/n)}].\end{aligned}\quad (10)$$

Это уравнение также не соответствует решению уравнений Ланчестера. Если, однако, величины, стоящие в показателе, весьма малы, что справедливо для случая, когда рассматривается результат сражений, продолжающихся в течение очень короткого периода $d\tau$, то количество вышедших из строя единиц красной стороны (которое равно $-dm$) равняется $-(n\sqrt{E})d\tau$, что полностью соответствует уравнению (5).

Однако возвратимся обратно к уравнению (8) и попытаемся применить дифференциальное исчисление для вывода уравнений, определяющих вероятность интересующих нас событий. Например, если мы определим величину $P(m, n, t)$ как вероятность того, что в момент t времени m единиц красной стороны и n единиц синей стороны будет еще находиться в строю, то производя подробный анализ элементарного боя, продолжающегося в течение интервала времени dt , можно будет найти, что функции вероятности удовлетворяют следующим рекурсивным соотношениям:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} P(m, n, t) &= (m\sqrt{E}) [P(m, n+1, t) - P(m, n, t)] + \\ &+ \left(\frac{n}{\sqrt{E}} \right) [P(m+1, n, t) - P(m, n, t)], \\ \frac{d}{dt} P(m, 0, t) &= (m\sqrt{E}) P(m, 1, t), \\ \frac{d}{dt} P(0, n, t) &= \left(\frac{n}{\sqrt{E}} \right) P(1, n, t).\end{aligned}\quad (11)$$

Эти уравнения можно решить, приняв в качестве начальных условий (при $t = 0$), что $P(m_0, n_0, t)$ равно единице и все другие P — нулю.

В тех случаях, когда m и n имеют большие значения, вычисления достаточно просты, хотя и являются несколько утомительными.

3. Пример

Детальное рассмотрение решений уравнения (11) показывает, что средние значения величин m и n , рассматриваемых как функции времени, достаточно точно соответствуют значениям, вычисляемым с помощью решения уравнений Ланчестера (5) для начальных периодов боя. Однако для более поздних этапов боя появляются отклонения от решения Ланчестера; отклонения эти аналогичны тем, которые приведены в табл. IV.4. Для пояснения характера этого явления рассмотрим пример.

Для того, чтобы сравнить порядок вычисления вероятностей событий при линейном и квадратичном законах, выберем в этом примере те же начальные значения величин m_0 и n_0 , что и в примере, приведенном в табл. IV.4. Функции вероятности, за исключением случаев, когда $m = 0$ или $n = 0$, приведены в табл. IV.5.

Таблица IV.5

Выражения $P(m, n, t)$ для начальных условий $m_0 = 5$, $n_0 = 3$, $E = 1$

Количество оставшихся в строю единиц красной стороны = m	Количество оставшихся в строю единиц синей стороны = n		
	3	2	1
5	e^{-8t}	$5 e^{-7t} (1 - e^{-t})$	$\frac{25}{2} e^{-6t} (1 - e^{-t})^2$
4	$3 e^{-7t} (1 - e^{-t})$	$11 e^{-6t} (1 - e^{-t})^2$	$\frac{113}{6} e^{-5t} (1 - e^{-t})^3$
3	$\frac{9}{2} e^{-6t} (1 - e^{-t})^2$	$\frac{71}{6} e^{-5t} (1 - e^{-t})^3$	$\frac{163}{12} e^{-4t} (1 - e^{-t})^4$
2	$\frac{9}{2} e^{-5t} (1 - e^{-t})^3$	$\frac{49}{6} e^{-4t} (1 - e^{-t})^4$	$\frac{359}{60} e^{-3t} (1 - e^{-t})^5$
1	$\frac{27}{8} e^{-4t} (1 - e^{-t})^4$	$\frac{473}{120} e^{-3t} (1 - e^{-t})^5$	$\frac{1191}{720} e^{-2t} (1 - e^{-t})^6$

Функции $P(m, 0, t)$ и $P(0, n, t)$ могут быть вычислены на основании двух последних уравнений (11) путем простого интегрирования.

Табл. IV.5 отличается от графика на рис. 1 тем, что в каждое приводимое в табл. IV.5 выражение входит параметр, характеризующий время, тогда как в предыдущем случае каждая пунктирная линия относилась к определенному моменту времени.

В рассматриваемом примере сумма всех P равна единице во все моменты времени, в то время как в предыдущем случае единице равнялась сумма всех значений, взятых вдоль каждой пунктирной линии. В настоящем примере конечный результат получается при стремлении t к бесконечности. При этом величины нижнего ряда (для $m = 0$) и правого столбца (для $n = 0$) будут отличаться от

нуля, что указывает на наличие после окончания битвы некоторого количества единиц в строю одной или другой стороны. Предельные значения отличных от нуля вероятностей дают вероятности различных результатов сражения. Для случая, приведенного в табл. IV.5, вероятности появления различных конечных результатов сражения приведены в табл. IV.6.

Таблица IV.6

Предельные значения $P(m, 0, t)$ и $P(0, n, t)$ для начальных условий $m_0 = 5$, $n_0 = 3$, $E = 1$

m	$P(m, 0, \infty)$	
5	0,3721	Вероятность победы красной стороны = 0,8874 Ожидаемое число оставшихся в строю красных единиц составит, если красные выиграют, — 3,994
4	0,2690	
3	0,1456	
2	0,0712	
1	0,0295	
n	$P(0, n, \infty)$	
3	0,0362	Вероятность победы синей стороны = 0,1126 Ожидаемое число оставшихся в строю синих единиц составит, если синие выиграют, — 2,059
2	0,0469	
1	0,0295	

Следовательно, шансы одержать победу составляют для красной стороны в общем около 9 : 1. Если красная сторона выиграет, то у нее останется в строю приблизительно четыре единицы. Возможность победы для синей стороны составляет один шанс из девяти и если силы этой стороны выиграют бой, то у них в строю останется приблизительно две единицы.

Разница между этими результатами и результатами, приведенными в табл. IV.5 для линейного закона, представляет значительный интерес. Для линейного закона шанс одержать победу равнялся для синей стороны приблизительно одному из четырех; для квадратичного закона шанс на победу уменьшается и равняется примерно одному из девяти. Это говорит о том, что при квадратичном законе значение превосходства сил возрастает. Вторая разница заключается в количестве оставшихся в строю боевых единиц. При линейном законе в том случае, если победит красная сторона, ожидаемым числом оставшихся в строю будет 3 единицы, в то время как при квадратичном законе можно ожидать, что в строю останется 4 единицы. Ожидаемыми количествами для синей стороны будут соответственно 1,6 и 2. Отсюда следует сделать вывод, что в общем случае при квадратичном законе можно ожидать, что победившая сторона сохранит в строю больше боевых единиц, чем при ведении боя в условиях, для которых справедлив линейный закон. Это снова подтверждает преимущество увеличения числа бое-

вых единиц, характерное для квадратичного закона. Если даже более слабая из воюющих сторон окажется удачливой и случайно выиграет бой (в данном случае это событие может иметь один шанс из девяти), эта счастливая случайность скорее всего окажется на раннем этапе боя за счет случайно появившегося численного преимущества.

Если только это изменение произошло, силы синей стороны могут разбить оставшиеся силы красной стороны без больших дополнительных потерь и закончить сражение уничтожением сил красных, потеряв при этом в среднем только одну боевую единицу.

На этих двух примерах было показано, что все дифференциальные уравнения, с помощью которых отображаются условия военных действий (такие, как уравнения Ланчестера), имеют определенные ограничения; эти ограничения вызваны тем, что действительные сражения имеют элемент случайности, наличие которого не позволяет точно предсказать исход сражения. Однако, если от этих уравнений не требовать слишком многого (что имеет место при применении их для вычисления исходов сражения, результатом которого является уничтожение сил одной из воюющих сторон), то решения уравнений будут весьма точно соответствовать «ожидаемой величине», получаемой на основании анализа при помощи теории вероятностей. Следует ожидать отклонения действительных результатов от ожидаемой величины, причем средняя величина отклонения увеличивается по мере того, как решения приближаются к окончательному уничтожению одной из воюющих сторон.

§ 4. ОБОБЩЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ЛАНЧЕСТЕРА

Предыдущий раздел был посвящен вопросам применения уравнений Ланчестера к более или менее однородным операциям — скорее к боям и сражениям, чем к войнам в целом. Иногда бывает интересно применить ту же методику к изучению всего хода войны, хотя, конечно, попытка сведения хода войны к системе дифференциальных уравнений является настолько грубым упрощением, что от нее нельзя ожидать всегда точного совпадения с действительностью. Однако обсуждение такой методики и рассмотрение характера полученных решений представляют несомненный интерес хотя бы ради сравнения с действительностью.

Прежде всего возникает вопрос о единицах измерений величин m и n — боевых сил сражающихся сторон. Каждая сторона обладает в данный момент некоторым количеством подготовленных бойцов, боевых кораблей, самолетов, танков и т. д., которые могут быть введены в бой так скоро, как могут позволить средства транспорта подвезти их к полю боя. Общая мощь этих сил определяется эффективностью каждой составной части (как определено в § 3 гл. III). На каждой стадии войны можно приблизительно указать, что боевой корабль равноценен стольким-то армиям, подводная лодка — стольким-то эскадрильям самолетов и т. д. В очень грубом приближении каждое подразделение может быть оценено по его эффективности в некоторых эквивалентных единицах, например,

числом стандартных пехотных дивизий. Разумеется, различие между подводными лодками и танками не только количественное, но и качественное и пренебрежение качественной стороной дела является весьма грубым упрощением. Однако, когда силы очень многочисленны, количественная сторона начинает превалировать над качественной и мы можем позволить себе оперировать числами, измеряющими общую военную мощь государства в некоторый момент времени.

Эти силы непрерывно меняются во времени. Прежде всего обе стороны непрерывно готовят пополнения: проводят подготовку личного состава, строят самолеты и т. д. Обозначим скорость производства (в тех же единицах, что и числа m и n) для красной стороны через P , для синей через Q . Эти числа, вообще говоря, меняются во времени, но в первом приближении мы будем полагать их постоянными.

1. Число потерь

В дополнение к сказанному боевые силы уменьшаются в ходе войны вследствие потерь. Размеры потерь зависят от сил обеих сторон и трудно установить, каков вид функции, описывающей ход изменения потерь на протяжении войны. Член уравнения Ланчестера вида $(-an)$, описывающий скорость изменения величины m , имеет смысл, т. е. потери красных растут с возрастанием сил синих. Однако следует добавить также слагаемое, пропорциональное m , чтобы отобразить естественную убыль. Результирующее выражение для потерь в единицу времени красной стороны будет тогда $(-an - cm)$; это и будет простейшим выражением, представляющим общий ход событий на войне. Если силы красных значительно превышают силы синих, то красная сторона будет определять ход сражений и вырабатывать свою программу пополнения сил так, что процент потерь красных, повидимому, останется постоянным (т. е. величины потерь будут пропорциональны m), и величина потерь синих будет также пропорциональна m . Если силы противников примерно равны, можно ожидать, что величины потерь с обеих сторон окажутся пропорциональны силам противоположной стороны. В соответствии с этим можно ограничиться только линейными членами от m и n , что и учтено в выражении $(-an - cm)$.

Обобщенные уравнения Ланчестера запишутся тогда в виде:

$$\frac{dm}{dt} = P - an - cm; \quad \frac{dn}{dt} = Q - bm - dn. \quad (12)$$

Коэффициенты a и b , вообще говоря, больше, чем c или d . В первом приближении будем считать скорости пополнения P и Q постоянными. Дифференциальные уравнения этого типа получают также при изучении борьбы за существование двух биологических видов, а также хода химических реакций*.

* Уравнения биологии включают еще нелинейный член, пропорциональный произведению (nm) , введение которого в наш случай, повидимому, себя не оправдывает.

Единицей времени может служить год. Тогда P представит собой число эквивалентных армий (или эквивалентных кораблей), которые красная сторона может мобилизовать и подготовить в течение года и т. д.

Решение уравнений (12) представится в виде:

$$\begin{aligned} m &= A + Ee^{(\mu-\lambda)t} + \frac{\mu+k}{b} Fe^{-(\mu+\lambda)t}; \\ n &= B - \frac{\mu+k}{a} Ee^{(\mu-\lambda)t} + Fe^{-(\mu+\lambda)t}; \\ \lambda &= \frac{1}{2}(c+d); \quad k = \frac{1}{2}(c-d); \quad \mu = \sqrt{k^2+ab}; \\ A &= \frac{Qa-Pd}{ab-cd}; \quad B = \frac{Pb-Qc}{ab-cd}; \quad ab-cd = \mu^2 - \lambda^2; \\ E &= \frac{ab}{2\mu(\mu+k)} \left\{ \left[m_0 + \frac{d+\mu+k}{ab-cd} P \right] - \frac{\mu+k}{b} \left[n_0 + \frac{c+\mu-k}{ab-cd} Q \right] \right\}; \\ F &= \frac{ab}{2\mu(\mu+k)} \left\{ \frac{\mu+k}{a} \left[m_0 + \frac{d-\mu+k}{ab-cd} P \right] + \left[n_0 + \frac{c-\mu-k}{ab-cd} Q \right] \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

Поскольку ab вообще больше, чем cd , мы будем иметь μ больше, чем λ . Поэтому экспоненциальный член во втором слагаемом уравнений для m и n будет непрерывно возрастать, в то время как такой же член в третьем слагаемом будет непрерывно убывать. В соответствии с этим, если постоянная E , определяемая начальными условиями, окажется положительной, силы синей стороны n будут в конечном счете уничтожены, а если E будет отрицательно, то исчезнут силы красных m .

Если вооруженные силы обеих сторон одинаково сильны, то $a = b$, $c = d$ и уравнения упрощаются:

$$\begin{aligned} a &= b = \mu; \quad c = d = \lambda; \quad k = 0; \\ m &= A + Ee^{(a-c)t} + Fe^{-(a+c)t}; \\ n &= B - Ee^{(a-c)t} + Fe^{-(a+c)t}; \\ A &= \frac{Qa-Pc}{a^2-c^2}; \quad B = \frac{Pa-Qc}{a^2-c^2}; \\ E &= \frac{1}{2} \left[\left(m_0 + \frac{P}{a-c} \right) - \left(n_0 + \frac{Q}{a-c} \right) \right]; \\ F &= \frac{1}{2} \left[\left(m_0 - \frac{P}{a+c} \right) + \left(n_0 - \frac{Q}{a+c} \right) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

В этом случае знак постоянной E попрежнему определяет, силы какой стороны окажутся уничтоженными. Рассматривая этот член, мы видим, что общие силы одной из сторон равны начальным силам плюс пополнение, деленное на величину $(a-c)$. Знак E зависит от того, силы какой из сторон оказываются больше.

2. Типичные решения

На рис. 2 приведены типичные случаи решений обобщенных уравнений Ланчестера для восьми случаев начальных условий. Коэффициенты потерь были выбраны равными $a=2$, $c=1$. Верхние четыре диаграммы соответствуют случаям равенства начальных сил обеих сторон ($m_0 = n_0$); нижние четыре диаграммы соответствуют случаям, когда начальные силы красной стороны вдвое больше, чем синей. Первые две кривые верхнего ряда представляют случаи, когда начальные силы и скорости пополнения

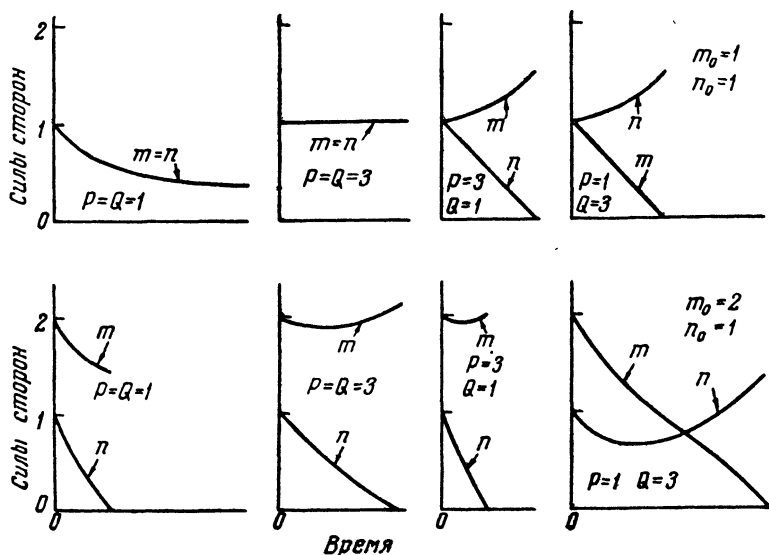


Рис. IV.2. Решения обобщенных уравнений Ланчестера для различных соотношений начальных сил m_0 и n_0 и различных соотношений скоростей производства P и Q . Везде принято $a=b=2$; $c=d=1$;

$$\frac{dm}{dt} = P - am - cm; \quad \frac{dn}{dt} = Q - bn - dn.$$

в точности равны и борьба заканчивается вничью. В прочих случаях либо начальные силы, либо скорости пополнения, либо и то и другое отличны так, что в результате одна из сторон выходит победительницей.

Последняя кривая в нижнем ряду представляет особый интерес. Она отражает случай, когда война была начата победившей, в конце концов, стороной со вдвое меньшими силами, чем у ее противника. Это начальное невыгодное условие оказалось затем возмещено с лихвой преимуществом в скорости возмещения потерь. В первой трети борьбы меньшие силы синей стороны еще больше уменьшились и в продолжении более чем половины войны оставались меньше силы красной стороны. Как только за счет большей продуктивности преимущество в силах красных было преодолено

синей стороной, преимущество синих вскоре стало решающим и силы красных быстро истощились. Характерной чертой решений уравнений Ланчестера является нарастание скорости уменьшения сил побежденной стороны к концу войны, что в некоторой степени соответствует действительности.

3. Уничтожение промышленности

Обсуждавшиеся выше обобщенные уравнения Ланчестера могут использоваться в более сложной интерпретации, чем приведенная. Выше мы предполагали, что каждая сторона поддерживает неизменный уровень производства пополнений. Это предположение обычно не вполне соответствует действительности, а с момента введения на вооружение стратегической авиации такое предположение становится вовсе недопустимым. Уровень производства страны зависит от сил стратегической авиации противника, а также от собственных сил противовоздушной обороны. Уровень производства падает по мере возрастания нападающих стратегических сил и возрастает по мере укрепления обороны. Каждая сторона так распределяет свои силы между обороной и стратегическим нападением, чтобы одновременно снизить уровень производства противника и по возможности быстро уничтожить силы его обороны.

Интересно представить себе такой процесс хотя бы в грубом приближении. Примем, что обе стороны делят свои силы на две части:

$$m = m_t + m_s; \quad n = n_t + n_s;$$

где m_t , n_t — тактические силы и m_s , n_s — стратегические силы.

Действия стратегических сил направлены только против промышленных объектов противника, в то время как тактические силы действуют против стратегических и тактических сил противника. Тактические силы в качестве «боевых единиц» несут потери в соответствии с полученными выше решениями обобщенных уравнений Ланчестера (по крайней мере в принятом нами грубом приближении).

Действия стратегических сил находят свое отражение в изменении уровня производства противника. Для того чтобы регулярно держать некоторое количество оборонных заводов противника выведенными из строя, требуется применить определенные стратегические силы. Можно таким образом положить в первом приближении, что сокращение уровня производства противника пропорционально брошенным на него стратегическим силам. Однако эффективность стратегических сил зависит от размеров тактических сил противника, определенная часть которых стоит на обороне промышленных объектов. В очень грубом приближении можно ожидать, что эффективность действий стратегических сил по снижению уровня производства противника будет пропорциональна отношению между размерами стратегических сил и противостоящих тактических сил. Дру-

гими словами, простейшие возможные соотношения для данного случая запишутся в виде:

$$\text{Уровень производства красной стороны} = P \left(1 - \beta \frac{n_s}{m_t} n_s \right);$$

$$\text{Уровень производства синей стороны} = Q \left(1 - \beta \frac{m_s}{n_t} m_s \right).$$

Формулы приводят к нелепости, если отношения между стратегическими и тактическими силами принять слишком большими. Тем не менее нетрудно видеть, что в разумных пределах эти формулы дают грубое приближение к той картине, которую мы рассматривали. Мы сделали еще одно упрощающее предположение, положив равными оба коэффициента β в скобках. Следовательно, рассматривается только случай, когда эффективность действий стратегических сил для обеих сторон одинакова. Введение различных коэффициентов эффективности усложнило бы понимание результатов вычислений. Более сложные случаи читатель при желании сможет вычислить самостоятельно.

Наши уравнения, касающиеся вопросов увеличения и уменьшения противостоящих вооруженных сил, могут быть поэтому преобразованы к следующему виду:

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= P - P\beta \frac{n_s^2}{m_t} - \alpha (n_t + m_t); \\ \frac{dn}{dt} &= Q - Q\beta \frac{m_s^2}{n_t} - \alpha (m_t + n_t). \end{aligned} \quad (15)$$

В этом случае мы снова упрощаем задачу, приравнявая все коэффициенты, стоящие перед членами уравнения Ланчестера, одной величине α . Допустимость этого приближения обусловлена тем, что оно не влияет на общие направления решений, значительно упрощая, в то же время, формулы. При обсуждении основных свойств упрощенной формулы можно при желании ввести некоторые дополнения.

4. Тактические и стратегические силы

Уравнения (15) не могут быть решены сразу, так как мы еще не имеем данных об относительном соотношении тактических и стратегических сил. Это распределение должно произвести командование двух воюющих сторон. Конечно, их решения будут зависеть от многих факторов: политической ситуации, состояния промышленности, осведомленности разведывательной службы и т. д. Повидимому, каждая из противостоящих сторон попыталась бы так распределить свои силы на тактические и стратегические подразделения, чтобы свести к возможному минимуму свои собственные потери и нанести максимальные потери противнику. Прибегая к весьма грубым математическим соотношениям, которые мы здесь исполь-

узем, командование красной стороны стремилось бы к достижению условий, при которых выражение:

$$\frac{dm}{dt} - \frac{dn}{dt} = P - Q - \beta \left[P \frac{(n - n_t)^2}{m_t} - Q \frac{(m - m_t)^2}{n_t} \right] = L(m_t, n_t)$$

имело бы наибольшее значение; командование синей стороны стремилось бы иметь эту величину возможно меньшей. В каждый момент времени значения (m, n) определяются предыдущим ходом событий, определившим сложившуюся ситуацию. Командование красной стороны всегда должно стремиться так регулировать m , чтобы величина L имела максимально возможное значение. Эти рассуждения можно рассматривать как пример, поясняющий «принцип минимаксума», который более подробно будет описан в главе V. В реальных условиях командование каждой стороны должно будет принять решение, не располагая достаточными данными о мероприятиях, разработанных командованием другой стороны. Наиболее «верным» решением для командования каждой стороны будет предположить, что командование другой стороны приняло наилучшее для своей стороны решение из всех возможных. Это значит, что командование красной стороны должно предположить, что синяя сторона пытается свести L к минимуму, а командование синей стороны — считать, что красная сторона пытается свести L к максимуму. Эти одновременные стремления могут быть представлены в виде следующих уравнений:

$$\frac{\partial L}{\partial m_t} = 0; \quad \frac{\partial^2 L}{\partial m_t^2} < 0; \quad \frac{\partial L}{\partial n_t} = 0; \quad \frac{\partial^2 L}{\partial n_t^2} > 0; \quad (16)$$

которые выражают минимаксимальный принцип в одном из его математических выражений. Если командование красной стороны примет решение в соответствии с этими уравнениями, тогда условия для красной стороны будут наиболее благоприятными, если только командование синей стороны сделает соответствующий выбор. Если командование синей стороны не сделает такого выбора для относительного распределения сил между тактическим и стратегическим подразделениями, тогда командование красной стороны всегда сможет улучшить свое положение, изменив надлежащим образом соотношение между тактическими и стратегическими силами. Следовательно, приведенное выше распределение обеспечивает наиболее правильное решение задачи для определенного наличия сил и будет называться «основным решением». Это является наилучшим из всех возможных решений для случая, когда две противостоящие стороны имеют одинаковую осведомленность; если одна сторона отклоняется от этого решения, другая сторона может достичь еще лучших результатов.

5. Принцип минимаксима

Применяя принцип минимаксима к приближенному выражению для L , находим:

$$P \cdot n_t (n - n_t)^2 = 2Q \cdot m_t^2 (m - m_t);$$

$$2Pn_t^2 (n - n_t) = Qm_t (m - m_t)^2;$$

$$m_t = \frac{\rho}{2} (n - n_t); \quad n_t = \frac{1}{2\rho} (m - m_t);$$

где $\rho^3 = (P/Q)$. Следовательно

$$m_t = \left(\frac{2}{3} \rho n - \frac{1}{3} m \right); \quad n_t = \left(\frac{2}{3} \frac{1}{\rho} m - \frac{1}{3} n \right);$$

$$m_s = \frac{2}{3} (2m - \rho n) = 2\rho n_t; \quad n_s = \frac{2}{3} \left(2n - \frac{m}{\rho} \right) = \left(\frac{2m_t}{\rho} \right)$$

является основным решением, если только $m < 2\rho n$ и $n < 2m/\rho$.

Эти решения представляют значительный интерес. Они показывают, что при наличии определенных условий тактические силы одной стороны должны быть увеличены, если увеличиваются вооруженные силы противника в целом (т. е. та доля вооруженных сил красной стороны, которая должна использоваться в качестве тактического подразделения, имеет линейную зависимость относительно соотношения между суммарными вооруженными силами красной и синей сторон). Величина потребных тактических сил зависит также от соотношения между первоначальными величинами военной промышленности обеих сторон, что видно по наличию в формуле величины ρ . Следует заметить, однако, что эта зависимость выражается через корень третьей степени. Можно заметить, что в некоторых случаях, когда расхождение между силами обеих сторон становится весьма значительным, величина m_t в этих формулах может принять отрицательное значение. Это обусловлено, конечно, теми допущениями, которые были сделаны при составлении первичных уравнений, и при вычислениях надо наблюдать за тем, чтобы таких абсурдных выводов не получалось. За исключением тех случаев, когда принятые допущения приводят к ошибочным решениям, формулы позволяют проанализировать основные интересующие нас вопросы и подтверждают наши предположения. Если силы врага возрастают, мы должны увеличивать тактические подразделения за счет общего состава вооруженных сил. Если наша промышленность увеличивается, нам необходимо иметь несколько больше оборонительных (тактических) сил. С другой стороны, если наши собственные вооруженные силы превышают силы противника, мы можем позволить себе перевести больше сил в стратегическое подразделение и т. д.

Если теперь предположить, что командование обеих сторон продолжает распределять свои вооруженные силы в соответствии со

сложившейся обстановкой с тем, чтобы достигнуть максимального соответствия с «основным решением», то оказывается, что уравнения (17), введенные в уравнения (15), соответствуют обобщенным уравнениям Ланчестера (12) при следующих значениях постоянных:

$$a = \frac{\alpha}{3} \left[\frac{8P\beta}{\rho\alpha} + 2\rho - 1 \right]; \quad b = \frac{\alpha}{3} \left[\frac{8Q\rho\beta}{\alpha} + \frac{2}{\rho} - 1 \right];$$

$$c = b - 4Q\rho\beta; \quad d = a - 4 \left(\frac{P\beta}{\rho} \right); \quad \rho = \left(\frac{P}{Q} \right)^{1/3}. \quad (18)$$

Графическое представление этих аргументов позволит, повидимому, несколько нагляднее показать взаимосвязь приводимых величин. Эти графики позволяют получить до некоторой степени более

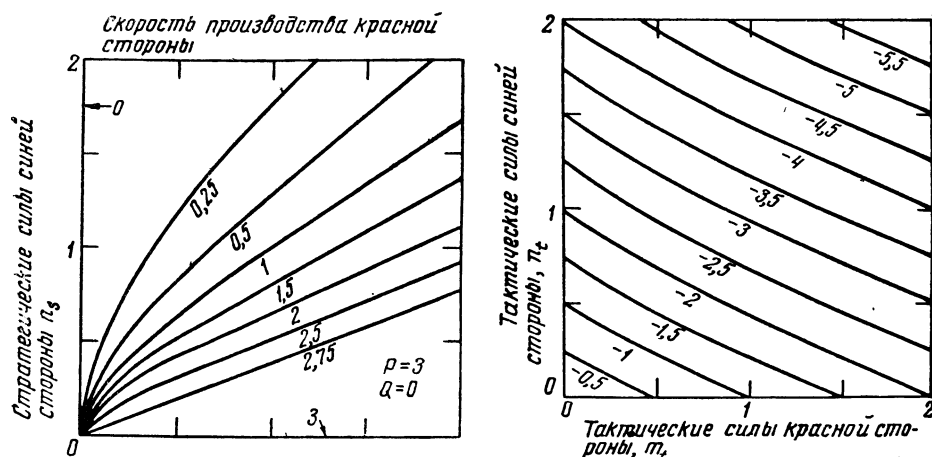


Рис. IV.3. Графики возможных значений скоростей производства и общих потерь как функций действий тактических сил обороняющейся красной стороны и тактических и стратегических сил нападающей синей стороны.

точные значения скорости производства и величины потерь, вызванных боевыми действиями. На рис. 3 изображены возможные контурные графики этих величин как функций стратегических и тактических сил. Левый график характеризует скорость производства красной стороны. Если стратегические силы синей стороны n незначительны, а тактические силы красной стороны m_r велики, скорость производства красной стороны достигает своей полной величины. Если соотношение сил изменится на обратное, скорость производства упадет почти до нуля. Правый график характеризует общую величину потерь красной стороны, вызванных боевыми действиями. Эти потери равны нулю, если равны нулю тактические силы обеих сторон, и линейно увеличиваются с возрастанием сил любой из противостоящих сторон в соответствии с основным членом уравнения Ланчестера. Потери красной стороны в большей степени зависят от величины тактических сил синей стороны n_r , чем от m_r , как это указывалось раньше.

Рассмотренные кривые можно объединить различными методами с тем, чтобы получить графики чистого выигрыша красной или синей стороны как функции (m_t , n_t) для различных значений m и n . Такие кривые, вычерченные для нескольких различных соотношений общих вооруженных сил, приведены на рис. 4. Три верхних графика иллюстрируют значения результирующего увеличения сил красной стороны, а средний ряд показывает значения

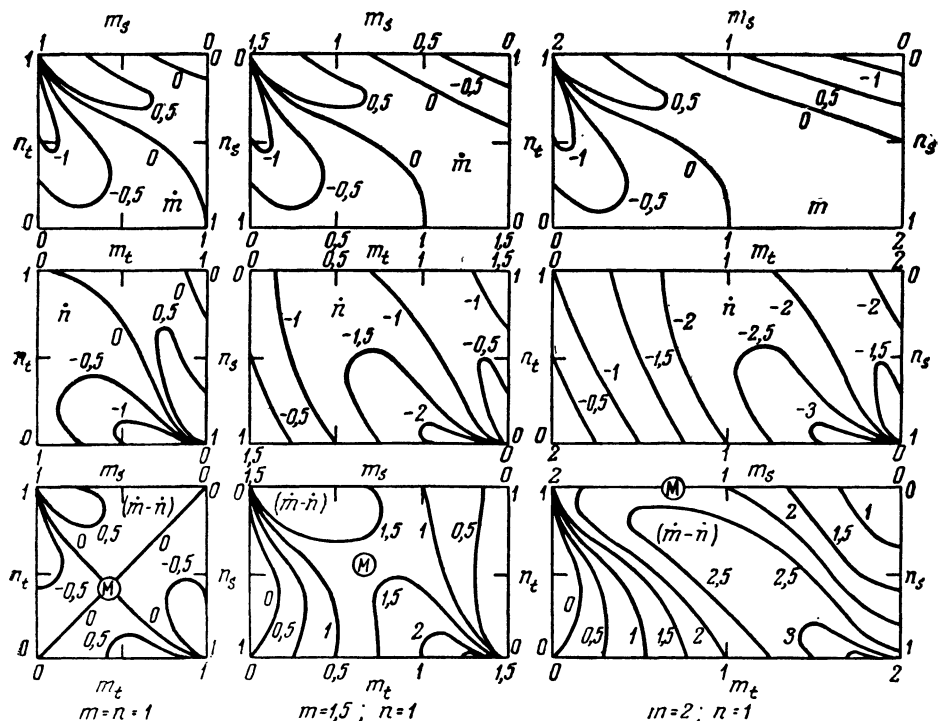


Рис. IV.4. Графики общих потерь красной и синей сторон, а также графики разности потерь противостоящих сторон, рассчитанные для различных значений общих вооруженных сил и скорости производства и потерь, приведенных на рис. IV.3. Точки, обозначенные на графиках разности потерь буквой М, являются минимаксимальными точками.

соответствующего увеличения для сил синей стороны. Отрицательные величины показывают чистые потери, а положительные — чистый выигрыш в единицу времени. Нижний ряд графиков показывает значения функции L , разности между выигрышем красной и синей сторон. На этих графиках найдена в соответствии с уравнением (16) минимаксимальная точка.

Минимаксимальные точки обозначены на графиках буквой М. Анализируя средний график нижнего ряда, рассчитанный для $m = 1,5$ и $n = 1,0$, находим, что минимаксимальная точка соответствует примерно $m_t = 0,65$ и $n_t = 0,55$. Если командование крас-

ной стороны изменит относительное распределение своих тактических и стратегических сил, сделав m , равным, например, 1,0, тогда командование синей стороны, увеличив соответственно свои тактические силы, может уменьшить результирующие потери синей стороны и увеличить результирующие потери красной стороны. Следовательно, наиболее правильным решением для командования красной стороны явится перераспределение своих сил соответственно минимаксимальной точке, по крайней мере, до того момента, когда оно сможет определить, не предпринимает ли командование синей стороны аналогичные меры. Если командование синей стороны этого не делает, то командование красной стороны может изменять m , чтобы улучшить положение, как это можно видеть на графике.

Дифференциальные уравнения, соответствующие этим величинам потерь, могут быть решены численным интегрированием. Контурный график для L должен быть вычерчен для каждого периода войны; затем может быть определено соответствующее распределение тактических и стратегических сил и вычислены соответствующие величины потерь для каждой из сторон. Эти данные для получения окончательного решения должны быть подставлены затем обратно в уравнения для скорости изменения (m, n).

§ 5. СКОРОСТЬ ДОСТИЖЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ

Многие проблемы, связанные с вопросами увеличения и ослабления вооруженных сил, могут анализироваться с помощью уравнений, весьма сходных с уравнениями, используемыми в химии для изучения скоростей химических реакций. Для подтверждения этого утверждения рассмотрим пример, взятый из материалов специально проведенного анализа боевых действий против подводных лодок противника в Атлантике. Это исследование касалось основной проблемы наступательных действий авиации против немецких подводных лодок. Предположим, что для борьбы с подводными лодками может быть использовано определенное количество самолетов и экипажей сверх тех самолетов и экипажей, которые требуются и выделены для охраны караванов.

Рассмотрим вопрос, как следовало бы спланировать эту наступательную операцию для того, чтобы наиболее эффективно уменьшить к некоторому моменту времени общее число подводных лодок, действующих в Атлантике.

Против вражеских подводных лодок могут быть предприняты наступательные действия трех различных видов:

1. Борьба с подводными лодками, осуществляемая в зоне их боевых действий — в Атлантике.

2. Бомбардировка ремонтных баз подводных лодок на побережье Франции, что должно уменьшить темпы ремонта и сократить, соответственно, количество подводных лодок, направляемых в зону боевых действий.

3. Бомбардировка заводов в Германии, изготавливающих подводные лодки, что приведет к уменьшению скорости производства. Эти

наступательные действия будут производить определенный эффект и уменьшать количество подводных лодок, действующих в Атлантике; результат каждого из трех перечисленных видов борьбы будет сказываться через разные промежутки времени, либо немедленно, либо спустя некоторое время. Важным вопросом стратегии, решение которого должно периодически пересматриваться, является вопрос о том, какую часть военно-воздушных сил, выделенных для наступательных действий, необходимо направить на решение каждой из этих задач с тем, чтобы получить наибольшее уменьшение числа подводных лодок в районе Атлантики в тот момент времени, когда это наиболее необходимо. Перед тем, как решить вопрос об относительном распределении сил, необходимо рассмотреть большое число различных факторов. Среди других факторов заслуживает внимания чисто теоретическое изучение вопросов влияния изменения темпов производства, величины потерь и хода восстановительных работ на распределение подводных лодок.

Вполне понятно, конечно, что излагаемый ниже анализ проведен слишком упрощенно и не может претендовать на полный учет всех факторов, влияющих в той или иной мере на окончательные выводы. Тем не менее описываемый здесь ход простых теоретических исследований и их результат позволяет понять основные положения, которые могут быть решены таким способом.

1. Цикличность применения подводных лодок

Для того чтобы теоретически изучить относительный эффект разрушения заводов и ремонтных баз или непосредственных атак против подводных лодок в Атлантике, мы должны определить активность «средней» подводной лодки. Обозначим через P средний темп производства и через S — среднюю величину потерь подводных лодок в месяц. Тогда результирующее увеличение количества подводных лодок за месяц составит $P - S = I$.

Известно, что средняя продолжительность пребывания подводной лодки в Атлантике при несении патрульной службы составляла около двух месяцев. Через этот промежуток времени подводная лодка возвращалась на одну из баз, расположенных на побережье Франции, для проведения ремонтных работ, пополнения запасов горючего и предоставления отдыха команде. Таким образом, каждый месяц на свои базы возвращалось в среднем около половины подводных лодок, действующих в Атлантике.

Продолжительность пребывания подводной лодки на базе зависела от объема ремонтных работ, которые должны были быть выполнены, и производственной возможности самой ремонтной базы. Средний объем потребных ремонтных работ определялся числом подводных лодок, поврежденных в течение месяца, а производительность базы — степенью ее разрушения, произведенного за месяц. Детали этой взаимосвязи будут рассмотрены более подробно несколько позже. Необходимо только заметить, что в то время объем работ по восстановлению и подготовке подводных лодок к ново-

му выходу на боевые операции вынуждал ремонтные базы работать с полной нагрузкой, в связи с чем разрушение баз или увеличение числа повреждаемых подводных лодок приводило к тому, что производственные возможности баз не могли обеспечить выполнения требуемого количества работ. Таким образом, обратный поток подводных лодок со своих ремонтных баз в район боевых действий представлял то слабое звено, размеры которого в значительной мере определяли общее число подводных лодок, находящихся в Атлантическом океане в каждый данный момент времени.

Действительно, можно заметить, что значительное уменьшение величины L — обратного потока подводных лодок с баз в Атлантику повлияло бы на число подводных лодок, находящихся в Атлантике, в течение относительно короткого периода времени. Это обусловлено тем, что подводные лодки оставались в районе Атлантического океана не более двух месяцев, и через два месяца все подводные лодки, которые находились в рассматриваемый момент времени в Атлантике, должны были быть заменены подводными лодками, находящимися на ремонтных базах.

Для вывода математических уравнений, позволяющих установить количественное соотношение различных величин, необходимо сделать некоторые допустимые упрощения о взаимосвязи между этими величинами.

Введем следующие обозначения:

A — среднее число подводных лодок в Атлантике;

B — среднее число подводных лодок на базах;

P — количество подводных лодок, изготавливаемых в течение месяца (постоянная величина);

S — количество подводных лодок, уничтожаемых в течение месяца;

$P - S = I$ — чистый прирост числа подводных лодок за месяц;

t — время (за единицу времени взят месяц);

L — количество подводных лодок, выходящих с ремонтных баз в месяц;

$$L = M(1 - e^{-CB/M});$$

M — максимальная скорость восстановления подводных лодок и возвращения их в Атлантику;

CB — скорость восстановления подводных лодок в слабо загруженных базах; C обычно равно 1;

$1/K$ — средняя продолжительность пребывания подводных лодок в Атлантике, составляющая примерно два месяца ($1/K \cong 2$ мес.).

Уравнение, выведенное для L , представляет упрощенное математическое выражение, характеризующее возможности ремонтных баз. Предположим, что средняя скорость возвращения подводных лодок с баз в Атлантику связана с количеством лодок, находящихся на базах в каждый момент времени, указанным выше соотношением. Это соотношение показывает, что в том случае, когда на базах находится небольшое число подводных лодок, ремонтные работы могут проводиться с достаточно большой эффективностью и под-

водные лодки могут направляться в новый рейс примерно через месяц после того, как они вернулись с предыдущего задания. Действительно, при малых величинах B , скорость возвращения L приблизительно равна числу B , т. е. количеству лодок на базах. Однако в тех случаях, когда на базах скапливается значительное количество подводных лодок, начинают сказываться пропускная способность ремонтных баз и средняя интенсивность повреждения подводных лодок.

Можно предположить, что в течение некоторого определенного времени существует постоянная максимальная скорость ремонта подводных лодок; эта величина обозначена на графике буквой M . Отсюда следует, что в течение рассматриваемого периода времени скорость ремонта, вне зависимости от количества находящихся на базах и ожидающих ремонта подводных лодок, не может превысить M лодок в месяц. Поэтому кривая, характеризующая L , никогда не может иметь ординату, превышающую величину M .

Для решения стоящей перед нами задачи рассмотрим динамику изменения величин M , которая характеризует пропускную способность базы. Любое увеличение степени разрушения ремонтных баз, вызванное бомбардировкой их, или увеличение среднего числа поврежденных в Атлантике подводных лодок будет уменьшать на некоторый промежуток времени величину M . Таким образом, определение относительного эффекта повреждения заводов и ремонтных баз сводится по существу к сравнению изменения $I = P - S$ и изменения M .

2. Уравнения движения

Сделав такие допущения, можно составить уравнение движения подводных лодок. Основные уравнения, определяющие закон изменения A и B , могут быть написаны в безразмерной форме, если произвести замену переменных следующим образом:

$$x = \frac{CA}{M}; \quad y = \frac{CB}{M}; \quad p = \frac{I}{M}; \quad k = \frac{K}{C}; \quad u = Ct.$$

Тогда уравнения принимают следующий вид:

$$\frac{dx}{du} = p - kx + (1 - e^{-y}); \quad \frac{dy}{du} = kx - (1 - e^{-y}). \quad (19)$$

Решения этих уравнений для условий $0 < u < 10$ и значений величин $p=0, 1/4, 1/2, 1$ и $k=0, 1/2, 1$ были получены с помощью дифференциального анализатора для начальных условий $x_0=0, 1, 2$ и $y_0=0, 1, 2$.

Затем на базе полученных данных были построены соответствующие графики.

При малых значениях u имеет место разложение в ряд вида:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + (p - kx_0 + 1 - e^{y_0})u + \dots \\ y &= y_0 + (kx_0 - 1 + e^{y_0})u + \dots \end{aligned}$$

Для больших значений y (за исключением случаев, когда $k=0$ или $p=0$):

$$x \rightarrow \frac{(p-1)}{k}; \quad y \rightarrow x_0 + y_0 - \left[\frac{(p-1)}{k} \right] + pi.$$

3. Типичные решения

Несколько типичных решений приведено на рис. 5. Семейства кривых показывают среднее число подводных лодок на базе и в Северной Атлантике для различных периодов времени с мо-

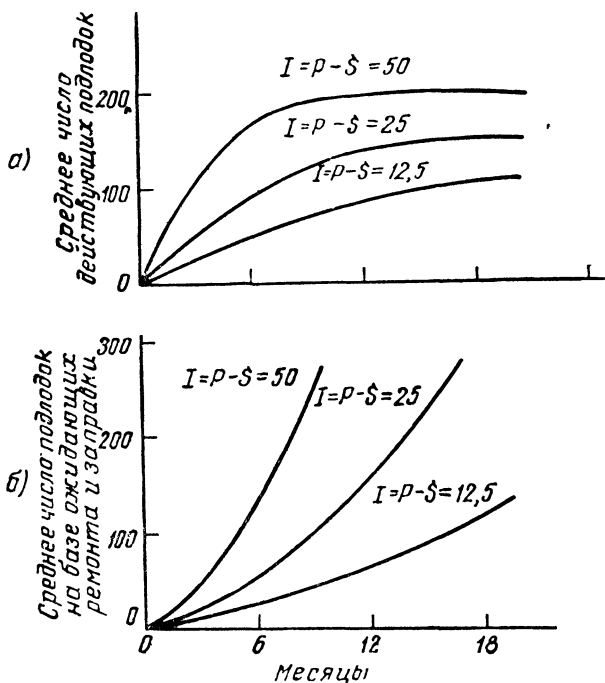


Рис. IV.5. Типичные решения задачи „круговорота“ подводных лодок.

Кривые показывают количества подводных лодок, находящихся на базе и в районе боевых действий, как функцию времени для различных значений чистого прироста числа подводных лодок I . Принято: средняя продолжительность плавания подводной лодки — 2 месяца, средняя длительность нахождения на базе — 1 месяц, максимальная пропускная способность базы M (равная максимальному количеству лодок, посылаемых на боевые операции) составляет 50 подлодок в месяц. Кривые отражают прирост подводных лодок за месяц, где P — скорость производства новых подлодок, S — скорость уничтожения подлодок.

мента начала боевых действий и различных значений чистого прироста числа подводных лодок в месяц. Можно заметить, что сначала количество подводных лодок, находящихся на базах, было меньше количества лодок, патрулировавших в Северной Атлантике. Однако, спустя шесть месяцев (для выбранного нами значения M) началась сказываться перегрузка ремонтных баз. Увеличение числа подводных лодок в Северной Атлантике происходило уже не так

быстро как раньше, и на базах начали скапливаться подводные лодки, так как их ремонт не мог быть осуществлен в сжатые сроки.

Однако эти кривые, характеризующие динамику событий с самого начала боевых действий, не представляют большого интереса с точки зрения стоящей перед нами задачи. Мы в большей мере заинтересованы в определении вида кривой при внезапном изменении M — максимальной скорости возвращения подводных лодок в Северную Атлантику, или при таком же изменении I — чистого

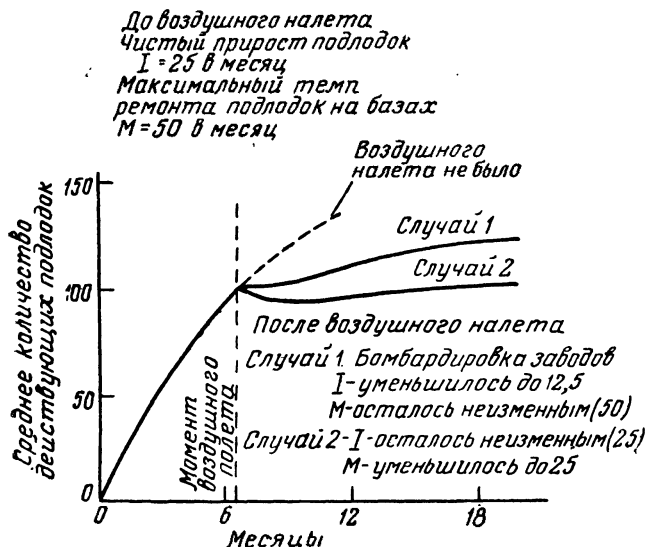


Рис. IV.6. Решение задачи „круговорота“ подводных лодок. Влияние бомбардировки заводов, производящих подводные лодки, и ремонтных баз.

прироста количества подводных лодок. Такое внезапное изменение соответствовало бы организации серьезных налетов на ремонтные базы или заводы или резкому увеличению интенсивности наступательных действий против подводных лодок в Атлантике. Этот случай показан на рис. 6; кривая, вычерченная на этом графике, показывает значение величины A — количества подводных лодок в Атлантике до и после единичного воздушного налета. Вначале эта кривая соответствует начальному участку одной из кривых, вычерченных на рис. 5. Если бы воздушный налет не проводился, значение величины A возрастало бы в соответствии с пунктирной кривой. Однако, согласно сделанным нами предположениям, через шесть с половиной месяцев производится воздушный налет на заводы или ремонтные базы. Кривая, обозначенная «случай 1», предполагает уменьшение чистого прироста числа подводных лодок на 50% по отношению к первоначальному уровню (за счет уменьшения темпов производства). Кривая, обозначенная «случай 2», характеризует число подводных лодок в Северной Атлантике в случае,

если в результате налета на базы темп ремонта сократится на 50% по отношению к первоначальной величине. Из чертежа следует, что для рассматриваемого в данном случае примера уменьшение производственной мощности ремонтных баз действует более эффективно, чем уменьшение производственной мощности заводов.

Однако это соотношение справедливо не всегда. Кривые, изображенные на рис. 6, приближая к решению стоящей перед нами

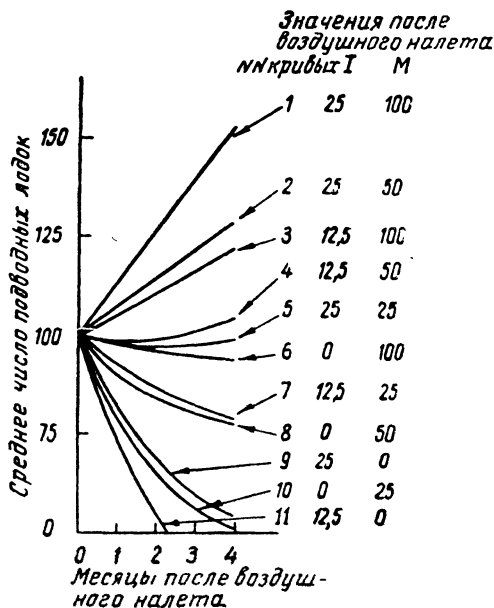


Рис. IV.7. Решение задачи «круговорота» подводных лодок. Влияние бомбардировки заводов, изготовляющих подводные лодки, и ремонтных баз. В момент бомбардировки баз 50 подлодок требовало ремонта и заправки.

I — чистый прирост числа подлодок в месяц, M — максимальный темп ремонта подлодок в месяц. Кривые отражают различные состояния производства подлодок и их ремонта: 1 — темпы производства и ремонта неизменны; 2 — темп ремонта снизился наполовину; 3 — темп производства снизился наполовину; 4 — темпы производства и ремонта понизились вдвое; 5 — темп производства снизился в четыре раза; 6 — производство полностью прекратилось; 7 — темп производства снизился наполовину, а темп ремонта в четыре раза; 8 — производство полностью прекратилось, темп ремонта понизился наполовину; 9 — ремонт прекратился полностью; 10 — производство полностью прекратилось, темп ремонта понизился в четыре раза; 11 — ремонт полностью прекратился, темп производства снизился наполовину.

задачи, все же не дают полного ответа. Для более подробного анализа обратимся к рис. 7, на котором изображены кривые, характеризующие ход изменения числа подводных лодок в Атлантике в течение нескольких месяцев после атаки. Исходными данными, определяющими ход этих кривых, послужило количество подводных лодок, находившихся к моменту атаки в Северной Атлантике (100) и на ремонтных базах (50). Эти данные примерно соответствуют реальным условиям, имевшим однажды место в период второй мировой войны.

Вычерченные кривые показывают изменение после атаки числа подводных лодок в Северной Атлантике для различных значе-

ний I — чистого прироста числа подводных лодок в месяц (за счет производства новых) и M — максимальной скорости ремонта подводных лодок на всех базах. Эти кривые показывают влияние уменьшения производительной мощности заводов и ремонтных баз.

В течение одного из периодов войны среднее значение I лежало между 12,5 и 25, а среднее значение M — между 50 и 100. Следовательно, мы могли бы ожидать, что число подводных лодок в Атлантике характеризовалось бы кривой, лежащей где-то между кривыми 2 и 3 рис. 7 (кривая 3 более вероятна), если бы на базы и заводы не производилось больше атак.

Кривая 6 показывает, что если даже совершались настолько сильные налеты на заводы, что чистый прирост производства падал до нуля, это еще не давало значительного уменьшения за короткий период времени числа подводных лодок, действующих в Атлантике. Ход кривой 4 указывает, что воздушный налет на базы, который только на 50% сокращал максимальную скорость ремонта, также не приводил к существенному уменьшению числа подводных лодок в Атлантике.

Кривая 5 показывает, что если даже воздушные налеты и не затрагивали заводов в результате удара по ремонтным базам, но уменьшали в четыре раза максимальную скорость ремонта, число подводных лодок в Атлантике в течение нескольких месяцев сокращалось в значительной степени. Ход кривой 8 указывает, что даже при полном разрушении заводов для достижения в сравнительно короткие сроки заметного сокращения числа подводных лодок в Атлантике требовалось в два раза уменьшить производственную мощность ремонтных баз.

Таким образом эти кривые показывают, что для достижения в сравнительно короткие сроки существенных результатов налет на ремонтные базы приносил больший эффект, чем налет на заводы. Однако этим заключением необходимо пользоваться очень осторожно, так как сделанные здесь выводы относятся к случаю, когда все разрушения были результатом одного массированного налета, совершенного в момент времени, являющийся началом всех кривых, после чего скорость производства и ремонта не изменялась. Оценка возможного влияния других факторов показывает, однако, что реальные кривые должны лечь несколько выше вычерченных нами кривых. Таким образом, если данные не указывают на достаточную эффективность тех или иных атак, то в реальном случае атаки такого рода тем более не принесут должного эффекта.

Для других начальных условий может быть вычерчено другое семейство кривых. Однако их отличие от кривых, изображенных на рис. 7, не будет слишком большим и не приведет к существенно отличным результатам.

ГЛАВА V

АНАЛИЗ ТАКТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

Методы исследования операций дали ряд ценных результатов в области анализа тактических действий. В ходе второй мировой войны возникло много новых вопросов, обязанных либо появлению новых видов вооружения, либо новым тактическим приемам со стороны противника, для которых нужно было найти решения. Немедленный ответ, разумеется, должны были найти войска, столкнувшиеся сами с этими вопросами в бою, однако часто оказывалось, что подобные непосредственные решения можно было улучшить после дальнейшего изучения. Работники группы исследования операций обычно подходили к подобным вопросам с двух сторон — со стороны наблюдения и со стороны теоретического анализа. Сразу же при возникновении новой обстановки войска должны были пробовать различные методы изменения тактики; если бы можно было собрать подробные данные о таких пробах в боевых условиях, их можно было бы изучить статистически и решить, какой из тактических приемов обещает наибольший успех.

Подобного рода начальные данные, если они достаточно полны, могут позволить выработать приближенную меру эффективности и представить общую картину возможных действий войск. Как только составлено общее представление о ходе операции и выработана приближенная мера ее эффективности, становится возможным подвергнуть операцию теоретическому анализу. Для того чтобы такая теоретическая работа имела практический смысл, необходимо, чтобы были определены численные значения постоянных, входящих в формулы, либо из имеющихся данных об операциях, либо из данных, полученных в результате тщательного анализа точно поставленных экспериментов.

В § I гл. VI приведены примеры того, как выбор наилучших тактических приемов становился очевидным после статистической обработки данных об операциях. В этих случаях, как только были подсчитаны средние величины по различным операциям, становилось ясным, как следует действовать наилучшим образом в определенных условиях. В следующем параграфе описываются различные методы аналитического подхода к выбору лучших теоретических приемов и обсуждаются некоторые общие положения, которые бывают

полезны при анализе такого рода. Методы изучения опытных тактических приемов, используемых для определения меры эффективности, будут обсуждаться в главе VII.

§ 1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ

Одним из примеров, когда непосредственные сведения об операциях сразу делают ясным выбор подходящей тактики, является задача о наилучшем маневре судна для уклонения от нападающего самолета с летчиком-смертником*.

Несмотря на наличие патрульных истребителей и огонь зенитных орудий, некоторое число таких японских самолетов успевало спикировать на военные суда. Как только становилось ясно, что самолет пошел в пики на данное судно, последнее могло либо предпринять резкий маневр, чтобы избежать столкновения, либо оставаться на курсе и довериться защите своих зенитных орудий.

1. Потери от самолетов с летчиками-смертниками

Для ответа на этот вопрос был собран материал о 477 случаях, когда нападающий самолет был несомненно самолетом с летчиком-смертником, атакующим определенный корабль. 36% этих самолетов (172 самолета) попали в цель; остальные промахнулись. В результате 172-х попаданий 27 судов было потоплено. Это показано на следующей таблице:

Таблица VI.

Типы судов	Число атак	Процент попаданий
Крупные суда		
Линкор, тяжелый крейсер, легкий крейсер . .	48	44
Авианосец	44	41
Эскортирующий авианосец, легкий авианосец	37	48
Малые суда		
Эскадренный миноносец, быстроходный десантный транспорт, легкий минный заградитель, быстроходный транспорт	241	36
Войсковой транспорт, десантный транспорт, грузовой десантный транспорт, транспорт сетей заграждения	21	43
Танкодесантный корабль, средний танкодесантный корабль, десантный корабль для танков и амфибий	49	22
Мелкие суда	37	22
Общее число	477	36

* Самолеты, пилотируемые летчиками-смертниками («камикадзе»), применялись с японской стороны против боевых кораблей США. Самолет с грузом взрывчатого вещества шел на сближение с судном, затем пикировал на него до столкновения. Такие самолеты причинили морским силам США заметные потери. (Прим. переводчика).

Из общего числа 477 случаев только в 365 случаях можно было надежно установить состояние самолета (т. е. был ли он сильно поврежден или разрушен огнем зенитной артиллерии или нет). Эти случаи были распределены на группы и определен процент попаданий в большие и малые суда для случаев применения маневра и без маневра.

Таблица V.2

Атаки самолетов с летчиками-смертниками	Крупные суда	Малые суда	Общее число
При маневре:			
Число атак	36	144	180
% попаданий в корабль . .	22	36	33
Без маневра:			
Число атак	61	124	185
% попаданий в корабль . .	49	26	34

2. Результаты маневра

Результаты простых подсчетов, приведенных в таблице V.2, показывают, что крупные корабли — крейсера и авианосцы — должны применять решительное маневрирование при атаке со стороны самолета. Процент попаданий в эти суда заметно снижается, если они применяют маневр. Таблица ничего не говорит о том, какой маневр следует применить, однако остается несомненным, что крупные суда заметно выигрывают, маневрируя при атаке самолетов с летчиками-смертниками.

Миноносцы и мелкие суда не должны выполнять маневров с крутыми изменениями курса, исходя из данных таблицы, поскольку они несут бóльший процент потерь при маневре, чем без маневра. Из табл. V.2 неясно, выгоден ли для малых судов плавный маневр, однако несомненно, что крутой поворот на большой скорости приносит вред.

Причина, почему крупные суда должны маневрировать, а мелкие — нет, лежит, повидимому, частично в характере влияния маневра на эффективность огня зенитной артиллерии.

Таблица V.3

Действия зенитной артиллерии	Крупные суда	Малые суда	Общее число
При маневре:			
Число атак	36	144	180
% попадания в самолет . .	77	59	63
Без маневра:			
Число атак	61	124	185
% попадания в самолет . .	74	66	69

Это видно из табл. V.3, где приведен % самолетов серьезно поврежденных во время атаки огнем зенитной артиллерии.

Приведенные в табл. V.3 данные не особенно точны, поскольку сведения о серьезности повреждения самолета взяты из боевых донесений. Эти сведения не всегда точны и не всегда ясно изложены в донесениях. Тем не менее из данных явствует, что для крупных кораблей огонь зенитной артиллерии примерно одинаково эффективен как при маневре, так и без него, в то время как для малых судов огонь, повидимому, менее эффективен при маневре судна. Принимая во внимание количество учтенных случаев, разницу между числами 66% и 59%, повидимому, следует считать существенной. Килевая и бортовая качка малых судов при выполнении маневра, вероятно, настолько нарушает положение платформы орудия, что вызывает серьезные ошибки в точности огня зенитной артиллерии, в то время как для больших судов подобное явление не имеет места.

Разделение случаев при дальнейшем исследовании на случаи крутого и пологого пикирования не меняет, повидимому, основного вывода. Из детального разбора также следует, что независимо от угла пикирования миноносцы и малые суда не должны резко маневрировать для ухода из под атаки самолета с летчиком-смертником.

3. Влияние угла атаки

Приведенные выше три таблицы показывают, что резкий маневр является полезным или вредным в зависимости от типа судна. Ничего не было сказано, однако, о том, какие виды маневра оказались при этом особенно хороши или плохи. Рассматривая влияние угла атаки при подходе к цели, можно получить представление о том, какой вид маневра следует применять судну, подвергнутому атаке, если ему вообще полагается маневрировать.

Из-за трудности определения угла атаки при маневре судна, а также вследствие влияния маневра на эффективность огня зенитной артиллерии рассмотрим только случай неманеврирующих судов. Кроме того, вследствие малого количества данных не будем подразделять их по типам судов. В данном случае допустимо совместное рассмотрение всех типов судов, так как все они имеют сходную общую форму и примерно одинаковое распределение мощности огня вокруг судна. Другими словами, нет причин полагать, что влияние угла атаки будет не одинаковым для различных типов судов.

Таблица V.4

Атаки самолетов с летчиками-смертниками	% попа- даний в судно	Число случаев	Атаки самолетов с летчиками-смертниками	% попа- даний в судно	Число случаев
Крутое пики:			Пологое пики:		
Прямо с носа . . .	100	1	Прямо с носа . . .	36	11
Вкось с носа . . .	50	6	Вкось с носа . . .	41	17
Прямо с борта . .	20	10	Прямо с борта . .	57	23
Вкось с кормы . .	38	13	Вкось с кормы . .	23	13
Прямо с кормы . .	80	5	Прямо с кормы . .	39	23

Из табл. V.4 следуют два факта. Во-первых, самолет, идущий в крутое пикирование, чаще достигает цели, если атакует не с борта, а самолет, пикирующий полого, имеет преимущество, атакуя с борта. Во-вторых, судно находится в большей безопасности, подставляя борт самолету, пикирующему круто, и когда отворачивает борт, от пологого пикирования. Последний факт противоречит мнению многих и, конечно, нуждается в пояснениях.

4. Объяснение результатов

Рассмотрение вопроса о безопасности той или иной позиции атакующего судна относительно курса атакующего самолета должно основываться на двух независимых факторах: во-первых, следует учитывать мощность огня зенитной артиллерии, который может быть направлен против атакующего самолета, и, во-вторых, необходимо рассмотреть размеры силуэта цели, которые видны самолету, атакующему цель под данным углом. Решить правильно вопрос можно, приписав определенный вес каждому из двух факторов, а не основываясь только на каком-нибудь одном из них.

Вопрос, касающийся огня зенитной артиллерии, очень прост. Огонь с борта всегда мощнее, чем с носа или с кормы. Это справедливо вне зависимости от угла пикирования самолета. С такой точки зрения может показаться, что для корабля всегда безопаснее, если самолет атакует с борта, независимо от угла пикирования.

Вопрос о размерах силуэта цели несколько сложнее. Прежде всего мы должны принять во внимание относительную величину ошибок, допускаемых летчиком-смертником по дальности и по боковому отклонению. В случае крутого пикирования, когда промах 500 м и более исключается, средние ошибки в расположении точек попадания самолетом примерно равны 50 м по дальности и 15 м по боковому отклонению. Ошибки по дальности измеряются вдоль горизонтальной проекции курса самолета, а ошибки по боковым отклонениям — в направлении, перпендикулярном проекции курса, принимая за точку прицеливания мостик корабля. Хотя эти цифры являются приближенными вследствие малой точности имеющихся данных, они достаточно надежны для того, чтобы утверждать, что ошибки по дальности примерно втрое больше боковых ошибок. Повидимому, для того чтобы использовать это обстоятельство, следует поставить судно так, чтобы его малый размер располагался вдоль курса самолета; проще говоря, самолет с крутого пикирования следует принимать бортом. Таким образом, это соображение и рассуждение, касающееся мощности огня зенитной артиллерии, оказываются в согласии.

В случае пологого пикирования вопрос стоит несколько иначе. Если боковые ошибки малы и если самолет летит на высоте нескольких футов над водой, ясно, что ошибки по дальности не имеют значения. Самолет просто летит вперед, пока не натолкнется на судно. Иначе говоря, для низко летящего самолета значительные эффективные размеры цели по дальности не играют роли незави-

симо от угла сближения. Поскольку в этом случае нельзя рассчитывать на ошибку по дальности, следует использовать боксовые ошибки, поместив на пути самолета наименьший из возможных силуэтов судна, т. е., другими словами, отвернуть от самолета борт. Таким образом для пологого пикирования с точки зрения мощности огня зенитной артиллерии выгоднее принимать самолет бортом, а с точки зрения размеров цели — принимать бортом наиболее опасно. Числа предыдущей таблицы указывают на то, что второе соображение более важно. Очевидно различие мощности огня не настолько велико, чтобы перевесить влияние размеров цели.

Дальнейшее подтверждение этих выводов дается независимо произведенной обработкой данных о маневре эсминцев. В табл. V.5 представлены цифры, разбитые по углам пикирования и по тому признаку, стоит ли эсминец бортом к самолету или борт отвернут.

Таблица V.5

Атаки самолетов с летчиками- смертниками	% попада- ния в суд- но	Число случаев	Атаки самолетов с летчиками- смертниками	% попада- ния в суд- но	Число случаев
Крутое пики: Подставлен борт . Борт отвернут .	17 73	6 11	Пологое пики: Подставлен борт . Борт отвернут .	67 45	9 11

Числа ясно говорят о том, что маневрирующий эсминец должен подставить борт самолету, идущему в крутое пикирование. Они также указывают, правда не так ясно, что эсминец не должен пытаться стать бортом к полого пикирующему самолету.

Хотя количество случаев здесь невелико, однако числа табл. V.5 согласуются с тем, что мы получили для неманеврирующих судов, и таким образом дают этим результатам дополнительное подтверждение.

5. Тактические рекомендации

На основе приведенных данных можно дать следующие рекомендации для уклонения от нападающих самолетов:

1. Все суда должны стремиться подставлять борт круто пикирующим самолетам и отворачивать борт от полого пикирующих. Следует заметить, что эта рекомендация основана на предположении, что последствия попадания под любым углом одинаковы. Если это предположение неверно, то рекомендацию следует пересмотреть.

2. Линкоры, крейсера и авианосцы должны круто менять курс, пытаясь избежать столкновения с самолетом.

3. Эсминцы и малые суда должны маневрировать медленно с тем, чтобы повернуться к самолету наивыгоднейшим образом, но при том не снижая точности огня зенитной артиллерии.

Важность этих рекомендаций иллюстрируется тем фактом, что в среднем из применявших эту тактику судов оказываются пора-

женными 29% от числа атакованных, в то время как для судов, придерживающихся другой тактики, пораженными оказываются 47%.

6. Повреждения подводных лодок

Весьма интересный подход к решению трудной задачи с помощью статистических методов представляет собой исследование причин потерь подводных лодок в Тихом океане в течение второй мировой войны. Подсчеты пришлось производить косвенным методом, кроме тех случаев, когда имелись сведения разведки. Можно узнать, что происходило с лодкой, которая вернулась на базу, но что случилось с невозвратившейся лодкой, узнать невозможно. С другой стороны для подводного флота чрезвычайно важно знать, в результате чего гибнет большая часть подводных лодок.

Можно ожидать, что мы получим ответ, если соберем сведения о причинах повреждений лодок, вернувшихся на базу, и распространим эти результаты также и на те лодки, которые не вернулись. Такая экстраполяция для тихоокеанского подводного флота США была произведена, однако результаты не дали убедительного объяснения потерь. Экстраполяция с применением обоснованных отношений числа погибших лодок к числу поврежденных для атак на поверхности и с воздуха давала ожидаемые числа потерь втрое меньше, чем действительные потери.

Это расхождение могло указывать просто на то, что отношение числа погибших лодок к числу поврежденных было втрое занижено; однако была и другая весьма вероятная возможность, что существовала какая-то причина гибели лодок, которая не увеличивала числа поврежденных лодок. Если какой-то тактический прием противника приводил либо к гибели лодки, либо к полной неудаче атаки, то в данном случае частично поврежденные лодки не могли помочь выяснить этот тактический прием. Было предположено, что такой тактический прием мог заключаться в действиях подлодок противника; попадание торпеды наверняка вызывало потопление лодки, а промах, если и замечался, то не отражался в донесениях. Чтобы оценить, какое число подводных лодок США могло погибнуть от встреч с подлодками противника, была сделана попытка анализа на основе подсчета числа подлодок противника, потопленных подводными лодками США.

Имеющиеся данные о встречах подводных лодок США с противником не дают еще, вообще говоря, основания составить суждение о потерях подлодок. Совершенно очевидно, например, что нет смысла оценивать потери подлодок США от атак эсминцев на основе знания количества эсминцев противника, потопленных подлодками США. Аналогично, способность подлодок сбивать самолеты не имеет прямой связи со способностью самолетов топить подводные лодки. В этих случаях отсутствует общее основание для сравнения.

7. Сравнение с потерями японских подводных лодок

Однако в частном случае, когда подлодки США действовали против подлодок Японии, общая основа для сравнения существовала. Хотя нельзя сказать, что подлодки США и Японии были совершенно одинаковы по конструкции и тактике применения, однако верно и то, что подлодки США находили в японских подлодках наиболее схожий с ними самими образец из всех японских судов. Правда, если сравнить лодки в деталях, то окажется, что они несколько отличаются. Однако, в основном, лодки схожи в том отношении, что действовали в одинаковой среде, воевали тем же оружием и обладали приблизительно одинаковыми достоинствами и недостатками. Именно эти обстоятельства и позволяют выводить сравнительные данные.

Поскольку прямые данные относительно потопленных подлодок США отсутствовали, они были заменены косвенными данными. Такой, следующей по ценности информацией оказалась информация о подлодках, подвергшихся нападению, но непотопленных. Повидимому, число подлодок, подвергшихся нападению со стороны вражеских подлодок, находится в простом отношении к числу подлодок, подвергшихся нападению и потопленных. Таким образом для случаев атаки на подлодки с помощью торпед существует пропорциональность между числом успешных и неуспешных атак.

Можно предложить несколько методов учета потерь подлодок; из их числа следует предпочесть те, в которых приходится делать меньшее число предположений. Самым простым было бы предположить, что японские подлодки совершали столько же промахов при торпедных атаках, как и подлодки США, и применить ту же цифру к числу испытанных неудачных атак. Нет оснований полагать, что процент промахов японских подлодок значительно отличался от процента промахов американских подлодок.

8. Данные по операциям

С начала войны до 15 июня 1944 года было отмечено 27 атак японских подлодок на подлодки США и 43 атаки американских подлодок на подлодки Японии. В результате 17 из этих 43 атак, проведенных американскими подлодками, японские подлодки были потоплены или повреждены, а в остальных 26 случаях были промахи. Распределение атак по годам приведено в табл. V.6.

Из этих данных следует, что общий процент промахов подлодок США составляет 26/43, т. е. 60%, для всех видов атак как дневных, так и ночных, как на поверхности, так и в подводном состоянии. Стало быть, число удачных атак подлодок США составило две трети от числа неудачных. Умножив этот множитель на число испытанных со стороны японских подлодок неудачных атак, получим число вероятных потерь США от подлодок Японии. Эти цифры приведены в табл. V.7, где в первой колонке даны вычисленные данные, а во второй — округленные ожидаемые результаты.

Торпедные атаки подлодок

Атаки на подлодки Япнии:	Потопле- но или по- вреждено	Промакх	Атаки на подлодки США:	Потопле- но или по- вреждено	Промакх
1942 г.	8	8	1942 г.	?	9
1943 г.	4	11	1943 г.	?	11
1944 г.	5	7	1944 г.	?	7
Всего	17	26	Всего	?	27

Таблица V.7

Оценка потерь подлодок
США от действий японских
подлодок

1942 г.	(6,0)	6
1943 г.	(7,3)	7
1944 г.	(4,7)	5
Всего	(18,0)	18

В то время, когда производился анализ, оказалось, что общие потери подлодок США не могут быть полностью объяснены действиями только кораблей и самолетов Японии. Около 15 потопленных подлодок оставалось невозможным приписать потерям от этих причин. Удивительное совпадение чисел 15 и 18 из этой таблицы свидетельствовало о том, что хотя бы часть таких потерь можно приписать действиям подлодок.

Было вероятным, что из 15 потопленных подлодок не все были потоплены подлодками противника, так как, повидимому, подлодки противника не были столь эффективны, как подлодки США, что было принято в расчете. Кроме того, могли иметь место потери от мин и вследствие обычных в операциях несчастных случаев. Тем не менее приведенный анализ показывает, что действия японских подлодок были причиной потерь части лодок США. Такая возможность ранее не рассматривалась.

9. Предложенные меры

Когда полученные данные были доведены до сведения высшего командования, было предложено снабдить подлодки дополнительным оборудованием, чтобы дать им возможность распознать приближение торпеды, а также рекомендовать применение некоторых тактических приемов (которые будут рассмотрены в следующем параграфе), чтобы защититься от неожиданной опасности.

Позднее стало известно, что японские подлодки в действительности потопили менее 18 подлодок США и что большая часть 15 необъясненных потоплений произошла из-за мин и несчастных случаев. Однако проведенный анализ указал на существующую опасность, которая раньше недооценивалась, и на основании этого анализа были предложены меры защиты подлодок от угрожавшей

им опасности. После того, как предложенные меры были проведены в жизнь, избежали потопления, повидимому, 3 или 4 подлодки, если судить по данным донесений их командиров.

§ 2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ПОИСКА

Значительная часть тактического анализа основана на данных теории поиска, которой посвящены другие работы, однако одна теорема из этой области настолько важна, что ее стоит обсудить здесь. Эту теорему можно назвать «теоремой о среднем свободном пробеге» по аналогии с некоторыми понятиями статистической механики.

1. Площадь покрытия

Теорема рассматривает вероятность обнаружения, повреждения или столкновения с некоторым объектом, называемым целью, который размещен случайным образом внутри площади A . Ищущий объект, который должен столкнуться с целью, повредить или обнаружить ее, может представлять собой патрульный самолет, торпеду, бомбу, 16-дюймовый снаряд и т. п. Каждый ищущий объект имеет собственную эффективную дальность действия по цели: дальность обнаружения, радиус поражения, эффективные размеры цели для торпедирования и т. д. По прошествии некоторого времени определенная часть площади A окажется покрытой одним или несколькими ищущими объектами, и, если цель окажется на покрытой части площади, она будет обнаружена или повреждена по крайней мере один раз. Например, если ищущим объектом является патрульный самолет, «площадью покрытия» является полоса, равная по ширине двойной визуальной дальности обнаружения по борту самолета, умноженная на скорость самолета и умноженная на время, проведенное в пределах площади A . Если ищущим объектом является 16-дюймовый снаряд, то покрытая площадь равна числу снарядов, выпущенных по площади A , умноженному на убойную площадь поражения для данного снаряда по данной цели. Если объектом исследования является торпеда, то площадь покрытия равна эффективной ширине цели, умноженной на длину пути торпеды и т. д.

Мы принимали, что площадь покрытия распределена случайно внутри площади A . Может случиться, что площадь окажется покрытой не один раз. Мы примем, что перекрытие происходит случайным образом. «Теорема среднего свободного пути» дает вероятность успеха в зависимости от отношения величин площади покрытия и всей площади A .

2. Вероятность попадания

Чтобы определить величину этой вероятности, рассмотрим положение, когда в некоторый момент времени площадь покрытия равна α . Назовем $P(0, \alpha)$ вероятностью того, что цель еще не обнаружена или не поражена ранее этого момента времени. Увеличим

теперь площадь покрытия на величину $d\alpha$. Если эта новая элементарная площадь расположена внутри A случайным образом, то вероятность обнаружения или повреждения цели на этой новой площади равна отношению площади $d\alpha$ к площади A , умноженной на вероятность того, что цель еще не была обнаружена ранее. Другими словами

$$dP(0, \alpha) = -(d\alpha/A) P(0, \alpha).$$

Решением этого дифференциального уравнения, которое удовлетворяет начальным условиям, — вероятность отсутствия поражения при σ , равном нулю, равно единице, — запишется следующим образом

$$P(0, \alpha) = e^{-\varphi}; \quad (1)$$

где A — полная площадь, α — площадь покрытия, $\varphi = \alpha/A$ — коэффициент покрытия.

Вероятность поражения $= P(>0) = 1 - e^{-\varphi}$.

Вспомнив уравнение (28) гл. II, мы увидим, что вероятность непадания $P(0, \alpha)$ есть вероятность, соответствующая распределению Пуассона, для случаев получения нулевых значений, когда ожидаемое значение равно φ . Сравнивая распределение Пуассона и настоящий случай, мы видим полную аналогию, что объясняет, почему коэффициент покрытия равен математическому ожиданию числа попаданий. Продолжая аналогию, можно сказать, что вероятность того, что цель будет обнаружена или повреждена m раз, если покрытая площадь равна α , будет $P(m, \varphi)$, где

$$P(m, \varphi) = \left(\frac{\varphi^m}{m!} \right) e^{-\varphi}; \quad \varphi = \left(\frac{\alpha}{A} \right);$$

$$P(>0) = \sum_{m=1}^{\infty} P(m, \varphi) = 1 - P(0, \varphi) = 1 - e^{-\varphi}. \quad (2)$$

3. Потопление торговых судов

Покажем применение этой теоремы на нескольких простых примерах. Предположим, например, что торговое судно может в среднем совершить 2,5 перехода через океан, прежде чем оно подвергнется нападению подлодки противника, и предположим, что из каждых четырех атакованных судов одно оказывается торпедированным. В этом случае «средний свободный пробег» судна до повреждения равен десяти переходам через океан; а ожидаемое число попаданий за n переходов будет равно $n/10$. В этом случае вместо площади мы имеем линейную протяженность (расстояние, покрытое судном) и коэффициент покрытия ν равен отношению числа переходов к «среднему свободному пробегу» (в данном случае 10 переходов). Вероятность оказаться неповрежденным после n переходов равна $P(0, \varphi)$, взятой из уравнения (2) при $\varphi = (n/10)$.

4. Стрельба по площадям

В качестве другого примера рассмотрим стрельбу по площадям. Представим себе, что цель—орудие противника расположено где-то внутри площади A , поражаемая поверхность для нанесения повреждения орудию при разрыве 5-дюймового снаряда в среднем равна a . Если n 5-дюймовых снарядов выпущены случайным образом по площади A , то вероятность того, что орудие противника останется неповрежденным, равна $e^{-\varphi}$, где коэффициент покрытия φ равен (na/A) . Вероятность m попаданий дается уравнением (2).

Теперь предположим, что вероятность полного вывода орудия из строя без возможности его восстановления при одном попадании равна p , и таким образом вероятность того, что орудие можно будет восстановить после m попаданий в него, равна $(1-p)^m$. Тогда полная вероятность того, что после n выстрелов орудие окажется полностью выведенным из строя, равна:

Вероятность полного вывода из строя = 1 — Вероятность повреждения.

Где вероятность повреждения (с возможностью ремонта) равна:

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} (1-p)^m P(m, \varphi) = \\ & = e^{-\varphi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(1-p)^m \varphi^m}{m!} = e^{-\varphi} e^{(1-p)\varphi} = e^{-p\varphi}; \quad \varphi = \left(\frac{na}{A}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Очевидно, что вероятность избежать полного уничтожения может быть выражена через новый коэффициент покрытия $\varphi' = (pna/A)$. Отсюда видно, что в некоторых случаях коэффициент покрытия для полного уничтожения может быть получен из коэффициента покрытия для попадания, умножением на вероятность уничтожения при попадании. Это простое свойство коэффициента покрытия φ является типичным для распределения Пуассона.

Еще один пример применения «теоремы о среднем свободном пробеге» можно взять из оценки эффективности минных полей. Магнитная или акустическая мина имеет для данного корабля эффективный радиус действия R . Если на данной площади A имеется n мин, то для корабля:

Вероятность наткнуться по крайней мере на одну мину = $1 - e^{-\varphi}$.

$$\varphi = \left(\frac{2nRL}{A}\right),$$

где L равно длине пути корабля по минному полю. Средний свободный пробег корабля по минному полю равен таким образом $(A/2nR)$.

5. Вероятность сбить самолет

Еще один пример из практики противовоздушной обороны, включающий определение плотности вероятности сбития самолета для данной батареи зенитной артиллерии. Из данных о точности и скорострельности батареи можно подсчитать вероятность того, что данный самолет будет сбит на дальности между r и $r + dr$. Эту вероятность можно записать в виде $s(r)dr$, где величина $s(r)$ есть плотность вероятности сбития. Обычно эта величина мала для больших дальностей и возрастает, когда r уменьшается. В данном случае коэффициент покрытия φ называется «эффективностью стрельбы» и получается при интегрировании уравнения:

$$\varphi(r) = \int_r^{\infty} s(r) dr. \quad (4)$$

Вероятность того, что самолет будет сбит до того, как он достигнет дальности r , равна $1 - e^{-\varphi}$. Проведя линии постоянных величин эффективности вокруг позиции батареи, можно сравнить эффективность стрельбы этой батареи в различных направлениях и таким образом заметить ее слабые стороны. Поскольку эффективность не теряет своих свойств при суммировании, можно складывать ее значения для разных батарей и получать общую линию. Построения такого рода оказались полезными как при выборе тактики своими самолетами против ПВО противника, так и при оценке эффективности огня своих батарей зенитной артиллерии.

6. Атаки и потопление судов подлодками

Более сложный пример можно привести, рассматривая эффективность действий подлодок как при одиночном патрулировании, так и при действиях в составе подразделений. Предположим, что N подлодок патрулирует на трассе судов. Ширину трассы примем равной W , а дальность обнаружения судна подлодкой — равной r . Тогда в результате рассуждений, подобных предыдущим, найдем, что число судов, подвергшихся нападению (со стороны одной или более подлодок), за месяц равно

$$S = F (1 - e^{-2Nr/W}).$$

Число нападений, приходящихся на одну лодку, за месяц равно

$$\frac{F}{N} (1 - e^{-2Nr/W}), \quad (5)$$

где F равно полному числу прошедших кораблей за месяц. Мы видим, что при увеличении числа подлодок наблюдается насыщение благодаря тому, что подлодки нападают на суда, уже подвергшиеся нападению.

Если подлодка действует в качестве одиночного патруля, она проводит свои атаки самостоятельно, не прибегая к помощи других

подлодок. Если P есть вероятность потопления судна при однократной атаке, то, в соответствии с рассуждениями, приведшими нас к уравнению (3), мы можем подсчитать среднее число судов, потопленных за месяц N подлодками, действующими в качестве одиночных патрулей

$$H_i = F(1 - e^{-2NPr/W}), \quad (6)$$

что соответствует числу судов, потопленных N подлодками, — в составе одиночных патрулей.

7. Одиночные патрули

То свойство распределения Пуассона, на которое мы указывали выше, и которое позволяет получить коэффициент покрытия для потопления перемножением вероятности потопления обнаруженного судна на коэффициент покрытия для обнаружения имеет очень интересное влияние на насыщение района действующими силами. Предположим для примера, что трасса прохождения судов вдвое шире, чем полоса обзора подлодки. Тогда в среднем каждая подлодка будет обнаруживать около 63% всех судов, проходящих по трассе. Две подлодки обнаружат в среднем 86% всех судов. Таким образом введение в действие второй подлодки увеличит число обнаружений только на одну треть от числа, полученного одной подлодкой — таков пример насыщения. Это не значит, что вторая подлодка обнаруживает меньшее число судов, чем первая; это означает только, что большая часть судов, обнаруженных второй подлодкой, уже была обнаружена первой, и, таким образом, только одна треть из обнаруженных второй подлодкой судов является новыми.

Если теперь положить, что в среднем только одна четверть обнаруженных судов потопляется, мы можем определить по уравнению (6) число судов, потопленных N подлодками, действующими как одиночные патрули. Результаты даны ниже.

В среднем:

($2r/W = 1$; вероятность потопления при обнаружении $P = 0,25$)

1 подлодка топит 22% судов;

2 подлодки топят 39% судов, т. е. вторая подлодка дает приращение 77% от первой;

3 подлодки топят 53% судов, т. е. третья подлодка дает приращение 64% от первой;

4 подлодки топят 63% судов, т. е. четвертая подлодка дает приращение 45% от первой и т. д.

Мы видим, что хотя вторая подлодка и не дает много новых обнаружений, тем не менее она производит почти столько же дополнительных потоплений, что и первая. Это происходит потому, что первая подлодка пропускает около трех четвертей обнаруженных судов непотопленными. Таким образом, хотя вторая подлодка обычно обнаруживает те же суда, что и первая, она имеет дополнительный шанс потопить их. Однако если мы будем увеличивать

и далее число подлодок, эффект насыщения скажется, хотя и не так скоро. Например, четвертая подлодка добавляет менее, чем половину того числа, которое давала первая, благодаря наступлению насыщения.

8. Групповые операции

Теперь предположим, что те же N подлодок действуют не по отдельности, а группой. В этом случае они будут патрулировать независимо, но в случае, если одна из лодок обнаружит корабль противника, она даст сигнал остальным подлодкам и они соберутся вместе, чтобы атаковать корабль или группу кораблей. Сначала предположим, что всем подлодкам удается собраться по сигналу и принять участие в атаке. В таком случае вероятность, что корабль будет потоплен, равна $1 - (1 - P)^N$ вместо величины P , которой она была бы равна, если бы атаковала только одна подлодка. Согласно тем же рассуждениям, что и выше, можно сказать, что в среднем число судов, потопленных группой из N подлодок, равно:

$$H_g = F \{ 1 - e^{-(2Nr/W)[1 - (1 - P)^N]} \} \quad (7)$$

что соответствует числу судов, потопленных N подлодками, действующими в группе.

Относительное улучшение результата при переходе от одиночных действий к групповым дается отношением

$$R = \frac{H_g}{H_i} = \frac{1 - e^{-(2Nr/W)[1 - (1 - P)^N]}}{1 - e^{-(2Nr/W)P}} \quad (8)$$

Это отношение показано в виде графика на рис. 1. Из графика видно, что при узкой трассе движения судов быстро наступает насыщение и имеется некоторый оптимальный состав группы. Если же трасса очень широка, то по мере возрастания числа подлодок в группе результаты продолжают улучшаться в пределах точности, определяемой нашим приближением, не достигая насыщения.

В действительности, однако, кроме насыщения, если группа становится слишком большой, проявляются и другие ограничения. Так, например, не все подлодки собираются по сигналу для совместной атаки. Немцы редко могли собрать более половины своей группы, а американские подлодки обычно собирались в числе не более двух. В дополнение к этому, если группа велика, то подлодки при атаке мешают друг другу. В соответствии с этим улучшение результата по мере роста числа подлодок будет меньшим, чем следует из рис. 1, хотя кривая все же будет идти выше единицы.

Если суда следуют в составе каравана под эскортом военных кораблей, выгоды групповых действий возрастают, так как имеется много преимуществ в нападении на караван группы подлодок; часть из них упомянута в § 2 гл. III.

Хотя на протяжении войны немецкие группы подлодок — «волчьи стаи» — достигали двенадцати штук и более, анализ, подобный

приведенному выше, показывает, что в условиях Тихого океана и операций против японских судов оптимальным составом была группа из трех подлодок. Тактика групповых действий испытывалась исходя из приведенных выше соображений. После некоторого периода совершенствования тактики в ходе практических операций

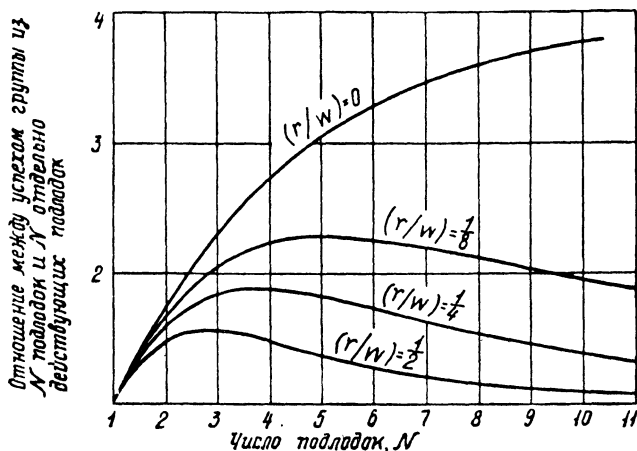


Рис. V.1. Относительное преимущество действий подлодок в составе группы по сравнению с действиями в одиночку против торговых судов.

P — вероятность потопления обнаруженного судна = 0,25. w — ширина трассы судов, r — эффективная дальность обнаружения судна.

выяснилось, что на каждую подлодку в группе из трех приходилось в среднем на 50% больше потопленных судов, чем на подлодку, действующую в одиночку. Таким образом анализ был проверен практикой.

9. Расположение патрулей воздушного прикрытия относительно главных сил

Анализ многих тактических задач включает в себя рассмотрение геометрических путей, скоростей и т. п., что также входит в теорию поиска. Интересным примером такого рода служит задача о наиболее выгоднейшем расположении патруля воздушного прикрытия относительно главных сил, которые патруль должен защищать от нападения бомбардировщиков противника. Во время второй мировой войны главные силы имели радиолокаторы обнаружения, которые и производили поиск самолетов противника. Обнаружение происходило не всегда на одинаковой дальности; имеется определенное распределение вероятности F обнаружения, которое зависит от типа радиолокатора. Вероятность того, что самолет противника будет обнаружен на дальности от R до $R + dR$, равна $F(R)dR$. Интеграл от F по всем значениям R равен или меньше единицы, так как этот интеграл соответствует доле общего числа самолетов противника,

обнаруженных не ближе данной дальности. В действительности, в течение второй мировой войны этот интеграл был почти равен единице, так как почти все самолеты противника обнаруживались до подхода их к главным силам. Усредненная кривая распределе-

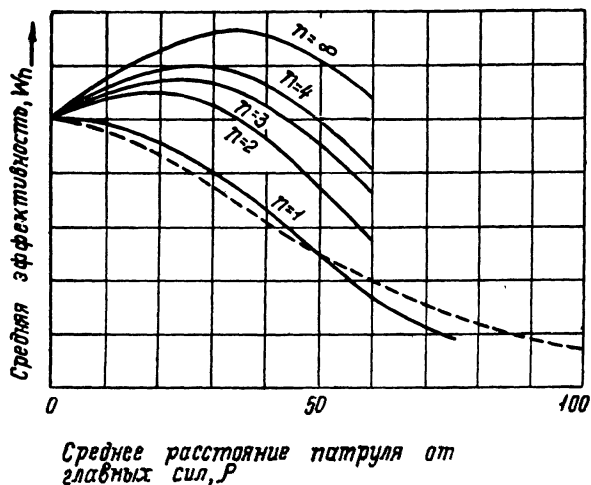
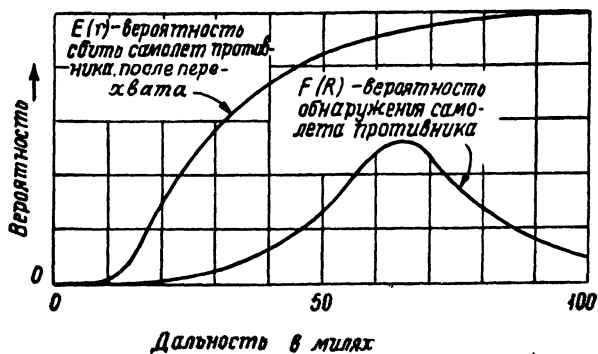


Рис. V.2. Кривые нижнего графика дают среднюю эффективность выполнения задачи по охране главных сил от бомбардировщиков противника для n патрулей,двигающихся по кругу вокруг охраняемых сил. При обнаружении противника на него наводится только ближайший патруль. Кривые на верхнем графике дают F — вероятность обнаружения самолета противника на дальности от R до $R + dR$ и E — средний процент сбитых самолетов противника из числа обнаруженных на дальности r . (По данным операций).

ния вероятности приведена на рис. 2. Она получена из данных по операциям в Тихом океане за последний год второй мировой войны.

Разумеется, дело не кончается обнаружением; самолеты противника должны быть перехвачены патрулем и сбиты. Поскольку скорости самолетов патруля и противника примерно одинаковы, оба они должны пройти одинаковые расстояния за время между

обнаружением и встречей. Эта обстановка показана на рис. 3 в предположении, что самолеты противника приближаются по прямой линии и что на противника правильно наводится ближайший патруль. В соответствии с этим, чем дальше расположен в момент обнаружения патруль, тем ближе к главным силам произойдет перехват. Мы должны разместить патрули так, чтобы перехват можно было осуществить в самый короткий срок.

Очевидно, что является желательным перехватить самолеты противника возможно дальше от главных сил. Это дает патрульным самолетам больше времени для «обработки» противника

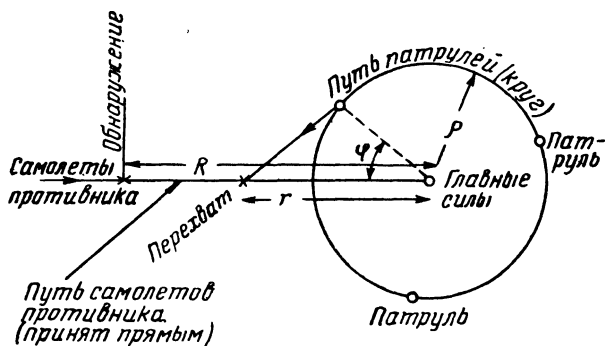


Рис. V.3. Защита главных сил патрулями от самолетов противника. В момент обнаружения ближайший патруль направляется на перехват. Угол φ случаен, также как и азимут появления самолета противника.

с целью уничтожить или рассеять его силы. Даже если не все самолеты противника уничтожены, то для самолетов, оказавшихся вне строя, нападение на главные силы оказывается более трудным, чем в строю, потому что ведущий самолет является лучшим навигатором, чем остальные, а рассеянные самолеты теряют ведущего. Следовательно, разумным является такое размещение патрулей, которое обеспечивало бы перехват вражеских самолетов в среднем на несколько возможно дальше от главных сил. Данные по операциям о доле общего числа самолетов, сбитых после обнаружения, приведены на рис. 2 и подчеркивают важность этого требования.

10. Анализ тактической обстановки

Тактическая обстановка, которая подвергается рассмотрению, может считаться в данный момент статичной. Состав патруля должен быть достаточно сильным, чтобы получить превосходство над противником и не подвергнуться самому потерям. Предположим, что одновременно в готовности могут находиться n патрулей. Если сторона, с которой ожидается нападение противника, неизвестна, патрули должны быть расположены симметрично. Мы будем считать, что они движутся по кругу с центром у главных сил и с радиусом ρ . В момент обнаружения противника ближайший к нему

патруль направляется на перехват, как показано на рис. 3. Примем, что скорости самолетов противника и патруля одинаковы. Дальность перехвата r зависит от угла φ , а также от ρ и R , согласно уравнению

$$r = \frac{R^2 - \rho^2}{2(R - \rho \cos \varphi)} \quad R > \rho. \quad (9)$$

Мы примем также, что процент потерь самолетов противника зависит от дальности перехвата r и равен $E(r)$. Приближенный график величины E , построенный по данным операций, приведен на рис. 2.

В момент обнаружения тот патруль, который направляется на перехват, случайно оказывается в положении под углом φ , причем по величине угол φ меньше (π/n) , иначе ближайшим к противнику оказался бы другой патруль. Если все направления нападения противника равновероятны, все значения угла φ в пределах от $-(\pi/n)$ до (π/n) также равновероятны. В соответствии с этим среднее значение E уничтоженных после обнаружения самолетов противника, равно

$$\bar{E}_n(R, \rho) = \begin{cases} \frac{n}{2\pi} \int_{-\pi/n}^{+\pi/n} E(r) d\varphi & R > \rho \\ 0 & R < \rho. \end{cases} \quad (10)$$

Однако дальность обнаружения не одинакова для всех самолетов. Она меняется от самолета к самолету в соответствии с распределением $F(R)$. Среднее значение доли уничтоженных патрулями самолетов противника для всех дальностей обнаружения равно

$$W_n(\rho) = \int_{\rho}^{\infty} F(R) \bar{E}_n(R, \rho) dR, \quad (11)$$

что может быть названо эффективностью расположения патрулей.

11. Простой пример

Вычисления можно провести аналитически только в том случае, когда функции E и F имеют очень простой вид. Если положить, что эффективность перехвата E возрастает с дальностью обнаружения линейно, то первый шаг вычислений может быть проведен аналитически.

Примем $E(r) = (r/R_m)$; тогда

$$\bar{E}_n = \frac{n}{2R_m} \sqrt{R^2 - \rho^2} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arcsin \left[\frac{\rho - R \cos(\pi/n)}{R - \rho \cos(\pi/n)} \right] \right\};$$

$$\bar{E}_1 = \frac{1}{2R_m} \sqrt{R^2 - \rho^2}; \quad R > \rho.$$

Но даже это упрощение не позволяет провести второе интегрирование в уравнении (11) аналитически, кроме частного случая $n = 1$. Для этого частного случая и с учетом упрощающего предположения относительно F , приняв

$$F = \left(\frac{R}{R_0^2} \right) e^{-R/R_0},$$

получаем:

$$W_1 = - \left(\frac{R_0}{R_m} \right) \left(\frac{z^2}{2} \right) K_2(z); \quad z = \left(\frac{\rho}{R_0} \right).$$

Вероятностная функция F равна нулю при $R = 0$. При возрастании R до величины $R = R_0$ она возрастает, а затем снова стремится к нулю для больших R .

Средняя эффективность одиночного патруля дается значением W_1 , где K_2 есть функция Бесселя второго рода второго порядка от мнимого аргумента. Эта функция отложена на рис. 2 пунктиром на нижней кривой для $R_0 = 25$ миль. Мы видим, что ее максимальное значение соответствует $\rho = 0$, указывая на то обстоятельство, что одиночный патруль лучше всего непрерывно держать над главными силами, если неизвестно вероятное направление подхода противника; ибо в противном случае патруль может быть застигнут «не в позиции» противником, приближающимся с противоположной стороны. Этот вывод о наилучшей позиции одиночного патруля над главными силами справедлив также и при других предположениях относительно вида функций E и F (если только неизвестно направление подхода противника).

12. Несколько патрулей

Для более сложных случаев наличия нескольких патрулей интегрирование должно производиться численными методами. Мы можем также использовать вид функций E и F , взятый из статистических данных по операциям, приведенный на кривых рис. 2. Результаты вычислений показаны на этом рисунке сплошными линиями. Максимальные значения таких кривых соответствуют наилучшим значениям радиуса круга патрулирования для n патрулей. Из вида кривых следует, что при принятом виде функций E и F одиночный патруль должен располагаться над главными силами, два патруля должны двигаться по кругу радиусом 20 миль, находясь все время на диаметрально противоположных точках круга, три патруля должны двигаться по кругу радиусом 25 миль, находясь в точках окружности, смещенных на 120° одна относительно другой и т. д. Даже при весьма большом числе патрулей, если они движутся по кругу, радиус круга не должен превышать 35 миль — половины дальности обнаружения.

Выше было намечено только начало решения тактической задачи. Далее следует рассмотреть возможность направить на перехват второй патруль на помощь первому, так как один патруль

иногда не в состоянии уничтожить противника. Это может быть учтено многократным применением функции E , но чтобы получить строгий ответ, здесь требуется применение теоремы о свободном пробеге. В ряде случаев оказывается более вероятным появление противника с одной определенной стороны. В этом случае интегрирование по φ должно учитывать вероятность появления противника с данного направления. Результаты покажут и в этом случае, как следует наилучшим образом располагать патрули. Проведенное нами решение не учитывало влияния высоты самолетов противника на решение задачи перехвата. Объем книги не позволяет нам входить во все подробности, с которыми приходилось сталкиваться группам исследования операций при решении этого рода задач.

13. Тактика ухода от торпедных атак

В качестве последнего примера этого параграфа продолжим разбор задачи о борьбе подлодки с подлодкой, которую мы уже рассматривали в § 1 этой главы. Там было показано, что некоторые из американских подлодок в Тихом океане возможно были торпедированы подлодками Японии. Повидимому наибольшая опасность торпедирования существовала тогда, когда подлодка противника находилась в погруженном состоянии, а подлодка США была на поверхности. Важно было найти меры, снижающие опасность для этого случая. Одной из возможных мер была установка на подлодке приборов акустического обнаружения, которые позволяли бы слышать шум приближающейся к подлодке торпеды. Как уже ранее отмечалось, пневматические торпеды оставляют за собой на поверхности характерный след, который может быть легко замечен наблюдателем. Электрические же торпеды не оставляют следа. Однако все виды торпед обладают скоростью большей, чем подлодка, и поэтому их винты производят громкий характерный звук, напоминающий вой, который может быть подслушан с помощью простейших гидрофонов. Не представляет большого труда и определение направления на звук.

Соответствующая акустическая аппаратура была к тому времени уже разработана; оставалось только выяснить, какова же будет эффективность ее действия. Другими словами, если торпеда будет услышана, можно ли будет уклониться от встречи с ней? Основная возможность заключалась, повидимому, в применении решительного маневра. Подлодка или корабль представляют собой цель меньшего размера, если они повернуты к торпедой носом или кормой, а не бортом. В соответствии с этим при обнаружении торпеды подлодке следует повернуться к торпедой или от нее, в зависимости от того, что легче выполнить.

14. Геометрические подробности

Положения подлодки при торпедной атаке показаны на рис. 4. Подлодка движется вдоль горизонтальной прямой со скоростью u . Она обнаруживает торпеду на расстоянии R и под углом θ к своей

200

му курсу. Торпеда направлена не в подлодку, а в точку, вынесенную вперед по курсу, в которой подлодка должна оказаться при подходе торпеды. Геометрические соотношения между углом встречи φ и обнаружения θ , скоростями подлодки u и торпеды v и дальностью R могут быть легко получены из рисунка. Наводка, конечно, никогда не бывает совершенной и по данным операции установлено, что среднее квадратичное угловое отклонение торпед, выпущенных с американских подлодок, равно 6° . В большинстве случаев производится залп одновременно несколькими торпедами с рассеиванием так, что если выпущены три торпеды, то средняя из них на-

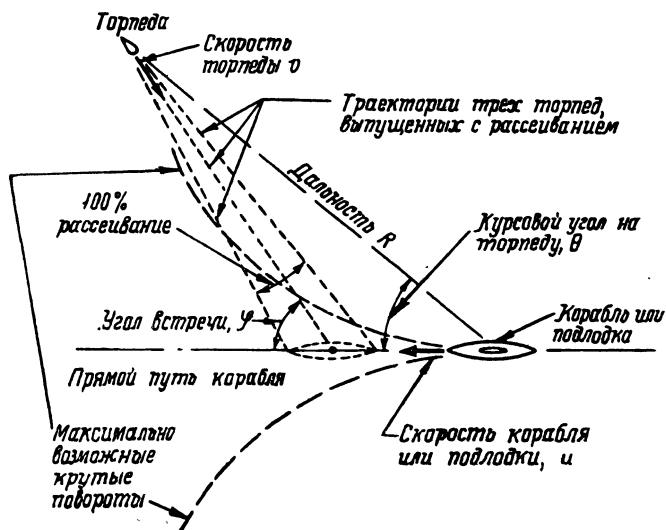


Рис. V.4. Геометрическое построение к задаче о торпедной атаке корабля подлодкой.

правлена в середину цели. Если при этом две другие торпеды направлены в нос и в корму цели, то говорят, что залп имеет 100% рассеивание. Обычно применяют рассеивание 150%, чтобы учесть ошибки при наводке и тогда при точной наводке средняя торпеда попадает точно в середину цели, а две остальные проходят мимо нее. Исследование этого вопроса, приведенное в гл. VI, показывает, что при рассеивании в 150% вероятность попадания несколько больше, чем при рассеивании в 100%.

Из простого рассмотрения схемы на рис. 4 становится ясно, что если угол φ меньше 90° , подлодка должна повернуть возможно более круто в направлении к торпедой, чтобы подставить под удар силуэт наименьшего размера; если же угол φ больше 90° , такой же поворот должен быть совершен от торпеды. Предположив, что залп производится тремя торпедами с рассеиванием в 150% и со средней квадратичной ошибкой наводки в 7° , можно, зная скорости подлодки и торпеды, а также максимальную скорость поворота подлодки, вычислить вероятность попадания торпеды в под-

лодку как функцию угла θ между направлением на обнаруженную торпеду и курсом подлодки и дальности R до торпеды в тот момент, когда подлодка начинает поворот. Если дальность достаточно велика, подлодка может успеть совершить полный поворот к торпедо или от нее и даже может полностью выйти из области траекторий торпед. Однако, если торпеды будут обнаружены на малой дальности, поворот может принести очень мало пользы.

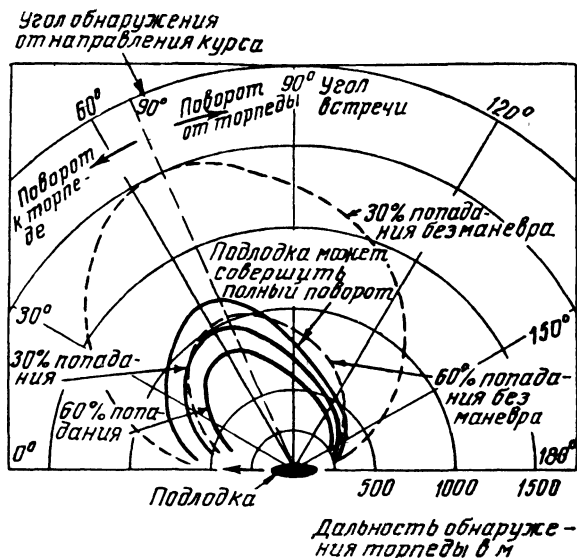


Рис. V.5. Вероятность ухода подлодки от торпедного залпа крутым поворотом в зависимости от дальности обнаружения торпеды и угла по сравнению с вероятностью ухода без применения манёвра. Подлодка флота США, 18 узлов; залп трех торпед (150 % рассеивания) 45 узлов.

Можно подсчитать вероятность попадания торпеды в подлодку, если она начинает поворот сразу же за обнаружением торпеды на некоторой дальности и под некоторым углом к курсу. Результаты этих подсчетов могут быть нанесены на диаграмму в виде кривых равной вероятности. Эти кривые могут быть сравнены с другими кривыми, вычисленными в предположении, что подлодка не меняет курса при обнаружении торпеды. Типичное семейство таких кривых приведено на рис. 5.

Сплошными линиями показаны вероятности попадания торпеды для случая, когда подлодка применяет правильный противоминный маневр. Пунктирные линии соответствуют вероятности попадания торпеды для случая, когда подлодка не применяет маневра, а продолжает идти своим курсом. Легко видеть, что пунктирная кривая для вероятности попадания 30% охватывает большую площадь, чем соответствующая ей по вероятности сплошная кривая. Другими словами, на таких больших дальностях противоминный маневр имеет большую эффективность. Для кривой вероятности в 60% это

свойство выражено слабее, так как на малых дальностях маневр не приносит заметной выгоды. Очевидно, что если торпеду можно обнаружить на дальностях до 2 000 м, то применением маневра можно достичь заметного снижения потерь.

Поскольку приведенные кривые представляют собой диаграммы уязвимости подлодки для торпедных атак, они могут быть использованы для правильной организации службы наблюдения. Наибольшую опасность представляет направление, соответствующее углу следа * торпеды 90° и поэтому сектору в пределах от 30° до 105° от курса должно быть уделено основное внимание разведки. Близкое расположение кривых, соответствующих применению противолодочного маневра, подчеркивает особую важность своевременного обнаружения торпеды. Во многих случаях снижение дальности обнаружения на 500 м может снизить вдвое вероятность ухода от торпеды.

Другим важным обстоятельством является быстрота, с которой начинается маневр после обнаружения торпеды. Для торпед, обладающих скоростями порядка 45 узлов, каждые 10 секунд промедления сокращают расстояние торпеды до цели на 250 м. Очевидно, что промедление на 20 сек. уменьшает вероятность ухода от торпеды вдвое.

Те же самые рассуждения и вычисления, но для других скоростей и размеров цели могут служить для решения вопроса о наилучшей позиции подлодки при стрельбе торпедой по кораблю, чтобы уменьшить влияние защитного маневра корабля. Легко видеть, что лучше всего выпускать торпеды так, чтобы угол траектории (следа торпеды) с курсом составлял приблизительно 90° . Ясно также, что весьма важно производить выстрел с короткой дистанции, так как в этом случае противоминный маневр будет гораздо менее эффективен.

Это исследование доказало ценность хороших акустических приборов для обнаружения торпед на дальности не менее 2 000 м и способствовало оснащению этими приборами подводного флота США. Доведение результатов исследования до сведения флота с указанием характера опасности торпедной атаки со стороны японских подлодок и пользы применения противоминного маневра вызвало усиление внимания к этим фактам, что, судя по донесениям, спасло от потопления четыре подлодки.

§ 3. ДЕЙСТВИЯ И ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ

Самые неотложные задачи и наиболее широкие возможности при исследовании операций связаны с выработкой мер противодействия новым тактическим приемам противника и применению им новых видов оружия. Вторая мировая война дала весьма много примеров борьбы мер и контрмер; та сторона, которая вводила в дело новую тактику или новое оружие раньше, чем противник мог понять, с чем он имеет дело, или же применяла контрмеру до того, как противник мог полностью освоить свое нововведение, обычно

* Углу встречи (Прим. редактора).

в огромной степени выигрывала в этой борьбе. Работники групп исследования операций оказывали существенную помощь в ускорении введения в действие подобных мер тем, что своевременно изучали технические усовершенствования и устанавливали их влияние по последним данным операций. В точном смысле это не было, конечно, исследованием операций, однако работники исследовательских групп принесли в этом отношении большую пользу как лица, умеющие хорошо разбираться в тактической обстановке.

Большая часть оперативных решений при планировании контрмер требует хорошего знания боевой техники. Информация из агентурных источников или от органов разведки часто поступает в отрывочном виде и, если при ее расшифровке не используются лица, знакомые с техническими возможностями, часть весьма ценной информации может оказаться утраченной. Следовательно, все сведения о новых видах оружия и тактики противника должны обязательно доводиться до тех лабораторий, которые способны быстро и точно разрабатывать нужные контрмеры. Поскольку очень часто случается, что слабые стороны новых мер противника могут быть им легко устранены, если только он о них узнает, следует сохранять сведения этого рода в строгом секрете. Одной из трудных сторон задачи является то обстоятельство, что для быстрого ее решения приходится, несмотря на высокую степень секретности работы, привлекать большое число исполнителей.

1. Противодействие акустическим торпедам

Первые сведения о немецкой акустической самонаводящейся торпедо Т-5 поступили от агентурной разведки. Сведения, имевшие некоторую техническую ценность, удалось затем получить от пленных. Сопоставляя эти разрозненные сведения, удалось составить достаточно разумное представление о всей конструкции, а два упоминания о размерах дали некоторые данные для суждения о параметрах основных узлов устройства. Задача была достаточно серьезна для того, чтобы требовать выполнения заказа в специальной лаборатории по изготовлению макета акустической головки в соответствии с полученными сведениями. Тем временем проводились теоретические расчеты, которые на основе знания дифракционных и резонансных явлений позволили грубо оценить акустические свойства этой торпеды. Из сопоставления данных измерений, проведенных на построенном макете, теоретических расчетов и дополнительных разведывательных данных удалось приблизительно установить характеристики торпеды.

Наиболее важными характеристиками торпеды были следующие: скорость, радиус поворота, дистанция, на которой гидрофоны различали звук, оптимальная частота гидрофона, чувствительность управляющего механизма к изменению направления на источник звука. Торпеда должна была выпускаться с большой дистанции и двигаться большую часть пути как обычная торпеда. Затем в торпедо включались гидрофоны, снижалась скорость для уменьшения

собственных шумов и торпеда меняла курс в направлении любого источника звука, который перед ней находился.

Торпеда, очевидно, направлялась не в упрежденную точку, а следовала по траектории преследования, так как органом ее наведения являлись два гидрофона и она могла по их данным только поворачивать вправо или влево. На траектории преследования торпеда была постоянно направлена на источник звука, которым по замыслу конструктора являлся винт корабля. Если торпеда случайно оказывалась впереди корабля, ее траектория все больше и больше искривлялась до тех пор, пока торпеда не оказывалась позади корабля и не начинала преследования его с кормы (если только при прохождении рядом с кораблем торпеда не задевала его). При большом курсовом угле наибольшая кривизна траектории наведения могла оказаться больше, чем допустимо конструкцией. Таким образом в некоторых случаях торпеда не могла следовать по кривой погони с таким крутым поворотом. В этом случае торпеда либо поворачивала снова и ложилась на курс преследования за кормой судна, либо полностью теряла цель, в зависимости от того, насколько остра была диаграмма направленности действия гидрофонов в направлении носа торпеды.

Очевидной контрмерой против такой самонаводящейся торпеды была буксировка за кормой судна подводного источника шума, который создавал бы более сильный шум, чем винты судна, в нужном диапазоне частот с таким расчетом, чтобы торпеда направлялась бы не на судно, а на этот искусственный источник шума. Можно было бы просто периодически выбрасывать за борт источники шума, не буксируя их, однако это потребовало бы слишком большого расхода материалов. Поэтому разумнее было буксировать источник шума, если бы только эта мера давала достаточно надежную защиту. Нужно было подсчитать и построить кривые преследования такой торпедой для различных расстояний за кормой судна, для различных мощностей излучения источника звука при разумных предположениях относительно ширины диаграммы направленности и дальности действия гидрофонов. На основании этих подсчетов было решено, что один источник шума, буксируемый на некотором расстоянии за кормой судна, даст надежную защиту против самонаводящейся торпеды, обладающей наиболее вероятными характеристиками. Теми же расчетами была определена некоторая минимальная сила звука источника в нужном диапазоне, который по имевшимся тогда сведениям, был порядка 10—15 кгц.

На экспериментально-тактическое подразделение Отдела Разработок противолодочной защиты Атлантического флота США (Anti-submarine Development Detachment) была возложена задача широкого экспериментального исследования различных типов источников звука. Был выбран один экземпляр такого защитного прибора с параллельными трубками типа FXR, который оказался проще в обращении, чем прочие, и не хуже их по свойствам. К этому времени был построен опытный образец самонаводящейся торпеды, примерно соответствующий немецкому оригиналу, на котором могли быть

проверены все расчеты. Результаты испытаний оказались удовлетворительными и с этих пор все суда противолодочной защиты были снабжены как защитными приборами типа FXR, так и подробными инструкциями по их применению.

Большая часть расчетов и испытаний была уже закончена к моменту, когда немцы впервые применили в бою торпеду Т-5. Несколько эсминцев было потоплено этой торпедой до того, как защитный прибор поступил на вооружение. Но не было случая, чтобы торпедой Т-5 был потоплен эсминец, который буксировал бы за собой защитный прибор в соответствии с инструкцией, хотя самонаводящиеся акустические торпеды по таким эсминцам неоднократно выпускались (были случаи, когда защитные приборы взрывались от столкновения с торпедами). Командование немецким подводным флотом было разочаровано малой эффективностью новой торпеды и быстротой принятия контрмер.

2. Противорадиолокационные меры

В период второй мировой войны обширным полем, где развернулась борьба взаимных контрмероприятий, была радиолокация. Наибольшей сложности эта борьба достигла в связи со стратегическими бомбардировками. Рассмотрение всего относящегося сюда материала могло бы заполнить не один том, однако ограниченный объем книги не позволяет нам разбирать эти вопросы. Противорадиолокационная борьба в действиях против подлодок была сравнительно простой, но все же она позволяет рассмотреть основные стороны проблемы. Предварительное освещение вопроса было дано в конце § 1 гл. III.

Радиолокация являясь только одним из многих средств борьбы с немецкими подлодками, играла однако важную роль, особенно в некоторые критические моменты, и доставила много забот командованию немецкого подводного флота. Меры и контрмеры, принимавшиеся с обеих сторон в радиолокационной войне, дают много примеров того, как важно быстро и точно оценить принятые противником меры, а также его контрмеры против наших мероприятий. Очень редко случается так, что контрмера оказалась настолько широко примененной или настолько эффективной, что приходится идти на крайность и совсем отказываться от дальнейшего применения нового оружия или тактического приема; обычно быстрое и четкое применение встречной контрмеры восстанавливает эффективность. Сказанное целиком относится к соревнованию радиолокаторов и разведывательных приемников, продолжавшемуся на протяжении всей подводной войны.

С самого начала войны немцы хорошо знали о возможностях самолетных радиолокаторов обнаружения метрового диапазона и разработали свои собственные поисковые станции. Когда летом 1942 г. немцы правильно заключили, что США и Англия применяют радиолокаторы для обнаружения немецких подлодок, они приступили к выполнению ударной программы по разработке разведыва-

тельных приемников для обнаружения излучения. Первым образцом этого оборудования, установленного на подлодке, был «Метокс» — R600 с пределом диапазона со стороны коротких волн — 130 см. Для повышения чувствительности приемник был выполнен по схеме регенератора и поэтому излучал практически так же много энергии, как если бы он предназначался для работы в качестве передатчика. Приемник имел несомненный успех в операциях против английского радиолокатора MkII и был принят командованием подводного флота в качестве приемника предупреждения.

Тем временем в США и Англии разрабатывали радиолокаторы сантиметрового диапазона с применением магнетронных передатчиков. Эти радиолокаторы начали применять на войне с 1943 г. (США — тип ASG, Англия — тип MkIII) и сразу же достигли успеха; число потоплений подлодок возросло. Немцы поняли, что союзники располагают новым средством обнаружения и стали делать отчаянные попытки разведать его и ему противодействовать. Сначала они предполагали, что имеют дело с инфракрасными лучами и начали делать эксперименты с приборами и защитными покрытиями против инфракрасных лучей. Они учли также возможность существования перестраиваемого по частоте радиолокатора и разработали разведывательный приемник с перестройкой и индикацией на экране электронно-лучевой трубки. Хотя это и имело явные эксплуатационные преимущества, приемник работал все в том же метровом диапазоне.

Тем временем число потопленных немецких подлодок продолжало возрастать. В отчаянии немцы ухватились за мысль, что их выдает излучение разведывательного приемника. «Метокс» был запрещен и на его место был принят на вооружение «Ванц-1». Он был совершеннее и излучал гораздо меньше мощности. Однако почти патологический страх перед собственным излучением у командиров немецких подлодок заставлял их не доверять новому приемнику. Возрастание числа потоплений и общий скептицизм относительно технических мероприятий мешали его применению. Далее немецкие ученые обратились к менее чувствительным детекторным приемникам, которые уже заведомо не излучали и создали «Боркум». Это был широкополосный разведывательный приемник с диапазоном 75—300 см.

Наконец в сентябре 1943 г. командованию подводного флота Германии стало известно, что для поиска подлодок США и Англия применяли аппаратуру 10-см диапазона. Один из образцов ее был захвачен немцами в исправном состоянии под Роттердамом в марте 1943 г. Немецкие ученые быстро определили характеристики этой аппаратуры, однако полученные сведения достигли флота только в сентябре. Каким образом могла произойти эта шестимесячная задержка, остается тайной; ясно только, что она сыграла существенную роль в подводной войне. Подобную задержку можно объяснить только преступным недостатком связи между техническими службами немецкой авиации и флота. Прошло еще шесть месяцев прежде чем вступил в строй первый немецкий разведыва-

тельный приемник в 10-см диапазоне. В течение этого периода немецкая техническая служба вела лихорадочные эксперименты, что видно хотя бы по одному из эпизодов, когда один из лучших немецких радиоспециалистов д-р Гревен, проводивший опыты на патрульной подлодке U-406, оборудованной комплектом экспериментальных приемников, был взят в плен после потопления подлодки U-406. Другие экспериментальные подлодки имели еще более короткую карьеру.

3. Разведывательный приемник «Наксос»

В апреле 1944 г. на немецких подводных лодках появился «Наксос» — разведывательный приемник, работающий в диапазоне 8—12 см. Первые образцы его были сделаны весьма грубо в виде переносных устройств, укрепленных на рейке над рубкой во время надводного плавания. Чувствительность его была невелика из-за применения кристаллического детектора, широкой полосы пропускания и ненаправленной антенны малых размеров. По сведениям, полученным от военнопленных, дальность действия приемника составляла около 8—10 миль. Приемник работал в тяжелых условиях, в особенности при аварийных погружениях и часто подвергался поломкам. Дальнейшие усовершенствования улучшили надежность приемника и в конце концов он оправдал себя, давая предупреждения об излучении в 10-см диапазоне на расстояниях, равных дальности действия радиолокаторов союзников. Это привело к увеличению числа случаев «потери цели» радиолокаторами и к еще большему числу успешных уходов подлодок от атаки со стороны самолетов.

После получения в Англии и США первых сведений о «Наксосе» уже в декабре 1943 года возникло опасение, что 10-см радиолокаторы потеряли свою эффективность. Эта новость и падение числа обнаружений подлодок вызвали в рядах морских летчиков Англии и США упадок духа. В некоторых авиачастях вообще прекратили пользоваться радиолокаторами. В других — пытались применять импровизированные тактические приемы с целью хотя бы частично сохранить эффективность радиолокаторов. На подходе к цели старались не применять ее непрерывного облучения, секторного поиска, изменения частоты повторения, так как эти приемы давали знать оператору разведывательного приемника подлодки, что подлодка замечена. Было предложено применять аттенюаторы типа «Виксен», которые позволяли бы медленно уменьшать излучаемую радиолокатором мощность по мере приближения его к цели, чтобы обмануть оператора разведывательного приемника. Чтобы успешно использовать этот прием, нужно было обнаруживать подлодку на дальности не менее 15 миль. Поскольку это расстояние превышало нормальную дальность обнаружения, то такой прием оказывалось возможным применять лишь примерно в половине общего числа случаев. Изготовление аттенюаторов шло медленно, внедрение еще медленнее. «Виксен» так и не оправдал затраченных на его разработку усилий. Тем временем была рекомендована временная ме-

ра — взамен использования аттенюатора — отворачивать антенну радиолокатора по мере приближения к цели. Это требовало искусства и сработанности пилота и оператора и не было достаточно проверено на практике. Наконец, ввиду безуспешности всех приемов было предложено итти на цель по первой засечке, повернув антенну назад. При этом, конечно, шансы на встречу были меньше, чем при выходе на цель по непрерывным засечкам радиолокатора.

4. Контрмеры англо-американских сил

Основной ошибкой, допущенной в США и Англии в этот период, была переоценка возможностей и эффективности приемника «Наксос». Анализ данных, упомянутый в § 1 гл. III, вскоре показал, что немецкий разведывательный приемник далеко не гарантировал безопасности подлодок. Были приложены усилия к тому, чтобы восстановить доверие к радиолокаторам и продолжить их работу. Правильность этих взглядов подтверждалась тем, что потопления подлодок продолжались в большом числе вплоть до августа 1944 года, когда отступление от французского берега сильно снизило активность немецких подлодок.

Очевидным следующим шагом было введение радиолокаторов с более короткой волной. Разработка и введение радиолокаторов трехсантиметрового диапазона даже несколько опередило появление «Наксоса» и было дополнительно ускорено его появлением. Однако, на этот раз немцы не дремали. В январе 1944 года над Берлином был сбит самолет, вооруженный 3-см радиолокационным бомбоприцелом и по обломкам аппаратуры немцам удалось установить диапазон радиолокатора. Они сделали заключение, что тот же диапазон должен применяться и для радиолокаторов морской авиации и, начали разрабатывать разведывательный приемник 3-см диапазона еще раньше, чем США и Англия, применили этот диапазон для борьбы с подлодками. Был изготовлен хорошо сконструированный приемник «Тунис», который имел две антенны: рупорную антенну — «Муке» на три сантиметра и диполь с рефлектором — «Куба 1а (Флиге)» — на 10 см. На вооружение приемник начал поступать поздней весной 1944 года. Установка его была произведена в период затишья после ухода подлодок на норвежские базы. Наличие в приемнике двух приемных каналов с общим выходом на телефон оператора давало возможность одновременно следить за 3-см и 10-см диапазонами. Основной оригинальной чертой приемника было наличие у него направленных антенн, что давало увеличение дальности действия, которая, повидимому, превышала дальность действия как 10-см, так и 3-см радиолокаторов того времени. Для лучшего обзора антенны были помещены в катушке пеленгатора на мостике и вращались от руки со скоростью около двух оборотов в минуту. При погружении аппаратуру нужно было по-прежнему убирать, т. к. она могла работать только в надводном положении. Это был, повидимому, эффективный и надежный приемник предупреждения.

5. Периодическое включение

Периодическое включение самолетного радиолокатора было бы хорошим средством противодействия приемнику направленного действия на подводной лодке. Программа кратковременного периодического включения радиолокатора через одну-две минуты на два-три оборота антенны позволило бы продолжать наблюдение за целью. Вероятность обнаружения радиолокатора с подлодки определится вероятностью совпадения моментов, когда антенна радиолокатора направлена на цель, а антенна приемника направлена на радиолокатор. Зная ширину луча как радиолокатора, так и разведывательного приемника, а также частоту обзора, можно подсчитать вероятность обнаружения в минуту P_1 для любой программы включений. Накапливающаяся вероятность обнаружения с подлодки радиолокатора за время, необходимое самолету для сближения с подлодкой, равна $P_t = 1 - (1 - P_1)^t$. Вероятность приближения самолета незамеченным ($Q_t = 1 - P_t$) можно довести до 70% соответствующим выбором программы включения. Следует ожидать некоторого снижения полосы обзора или эффективности радиолокатора, однако это снижение гораздо меньше, чем снижение эффективности разведывательного приемника, и, таким образом, налицо чистый выигрыш.

Тактика периодического включения оказалась особенно эффективной против приемников направленного действия таких, как «Наксос». Против ненаправленных приемников эта тактика была не так сильна. Однако в этом случае она создавала для оператора приемника психологические затруднения при реагировании на редкие короткие сигналы, что приводило к некоторому, хотя и трудно учитываемому, снижению эффективности. Тем более, что при ненаправленных антеннах чувствительность и дальность действия приемника была бы ниже и, следовательно, интервал времени меньше. Таким образом, прерывистое включение радиолокатора могло принести некоторую пользу и в поиске подводных лодок с ненаправленным приемником.

Одним из наиболее ценных результатов интенсивного применения радиолокаторов поиска было то, что немецкие подлодки вынуждены были скрываться под водой, а это снижало эффективность их действий, т. к. сковывало их и частично лишало подвижности. Тактика, заставлявшая немецкие подлодки держаться под водой, принесла особенно ощутимую пользу при эскортировании караванов судов и при их насыщенном движении. Радиолокаторы, без сомнения, нашли бы применение и в том случае, если бы со стороны противника были применены более чувствительные и широкополосные приемники, хотя бы для того, чтобы не допустить возможности для подлодки снова выйти на поверхность. Кроме того, никакая аппаратура в бою не бывает на 100% эффективна и иногда выходит из строя. Используя хотя бы эти случаи, можно было осуществлять редкие потопления подлодок.

6. Оценка эффективности мер противника

Приведенное выше рассмотрение способов борьбы радиолокаторов и разведывательных приемников иллюстрирует один из самых важных вопросов исследования операций в области оценки мер и контрмер: правильный выбор момента введения контрмеры. Выше упоминалось о тенденциях в рядах деятелей противолодочной авиации США и Англии отказаться от использования радиолокаторов еще в то время, когда разведывательные приемники немцев не проявляли себя. В этом случае эффективность противолодочной авиации оказалась бы сниженной вдвое-втрое задолго до того, как это было вызвано необходимостью. Тщательное сравнение числа подлодок, обнаруженных визуальным и радиолокационным наблюдением в западной части Атлантического океана, показывает, что в действительности до конца войны было небольшое снижение величины отношения скоростей визуального и радиолокационного поисков. Следовательно, даже если немцы и применяли в то время разведывательные приемники, то они не давали им большой пользы, и не было необходимости связывать действия противолодочной авиации введением контрмер.

Эта ситуация типична для многих случаев. Имеются, например, указания на то, что противник начал или собирается начать применение контрмеры, которая может уничтожить эффективность нашей меры. В свою очередь мы выработали свою контрмеру для противодействия его мероприятиям, которая может снизить или не снизить их эффективность, но которая наносит ущерб нашей первоначальной мере в том случае, когда противник не применяет своей контрмеры. В некоторых случаях действие контрмеры противника настолько очевидно, что мы всегда знаем — применяет он ее или нет. В том случае, когда противник применяет свои меры, мы можем применять наши средства и таким образом чаще выигрывать в эффективности.

Однако в большом числе случаев мы не можем всякий раз знать наверняка — применяет противник свои средства или ему просто на этот раз повезло. В некотором проценте от общего числа случаев контрмеры противником не применяются, а наши мероприятия оказываются эффективным; в другой части случаев наши мероприятия терпят неудачу, хотя контрмеры противником и не применяются; еще в одной части случаев контрмеры противником применяются, но на этот раз они терпят неудачу и, наконец, в остальных случаях контрмеры противником применяются с успехом. В этой ситуации мы не так заинтересованы в ответе на вопрос — в какой доле случаев противник применяет свои меры, как в ответе на другой вопрос — может ли наша контрмера улучшить положение.

Ответ на последний вопрос может быть получен только на основе испытаний в ходе операций. Каждый месяц мы в некотором числе случаев применяем контрмеру, а в остальных не применяем ее. Если применение контрмеры дает улучшение результатов, мы

продолжаем применять ее; если нет, мы продолжаем испытания с целью выяснить — не улучшит ли противник своих мероприятий. Поскольку все эти испытания носят случайный характер, мы должны быть уверены, что наши результаты имеют смысл с точки зрения статистики. В соответствии с этим нам нужно иметь критерий того, имеют ли смысл наши опыты.

7. Дискретные испытания в ходе операций

Следует различать два случая: во-первых, когда операция состоит из однократного акта, например, выстрела торпедой или управляемым снарядом, и, во-вторых, когда операция включает в себя длительное усилие, как например, поиск подлодки самолетом или ожидание подлодкой появления корабля. Первый случай может быть проиллюстрирован следующим примером: против кораблей противника нами применялась всегда с неизменным успехом самонаводящаяся торпеда, сбрасываемая с самолета. За последнее время этот успех уменьшился, что заставило нас предположить, что противник применил какую-то помеху нормальной работе наводящего механизма. Было разработано помехозащитное устройство, которое могло быть введено в наводящий механизм торпеды. Это устройство оказалось достаточно сложным, так что в ряде случаев наводящий механизм с таким устройством мог выходить из строя.

В случаях, когда наводящий механизм с помехозащитным устройством не выйдет из строя, он сможет противостоять помехе. Мы полагаем, что когда противник не применяет помехи, нам не следует применять защитных устройств. Если же противник в большем числе случаев пользуется помехой, то лучше применять защитные устройства. Мы должны провести серию опытов как с защитными устройствами, так и без них, чтобы в среднем найти лучшую тактику. Поскольку противник сам меняет свою тактику, мы вынуждены непрерывно продолжать такие опыты. Одновременно следует так построить наши действия, чтобы в большей части операций получать результат, который мы считаем наилучшим.

8. Математические подробности

Рассмотрим сначала общий случай, когда мы произвели n опытов без защиты от помех (тактика № 1) и N опытов с защитой (тактика № 2). Предположим, что в s случаях из n опытов без защиты мы имели успех (т. е. торпеда попала в судно) и в S случаях из N опытов с применением тактики № 2 мы также имели успех. Тогда, если s/n больше, чем S/N , то полученные данные заставят нас сделать вывод, что помехи не настолько эффективны, чтобы стоило применять защитные устройства. Однако полученные результаты могут быть обязаны случайным отклонениям от среднего — случайным колебаниям и не представлять средних величин. По результатам наших опытов следует определить, какова вероятность успеха тактики № 1 — p и тактики № 2 — P . Если p больше, чем P , то мы определенно должны применять так-

тику № 1; если p/P меньше единицы, нам придется применять тактику № 2 (помехозащитное устройство).

Если бы вероятности p и P были известны, мы могли бы подсчитать вероятность получения любого результата опытов. Согласно уравнению (14) гл. II эта вероятность равна

$$\frac{n!N!}{s!(n-s)!S!(N-S)!} p^s (1-p)^{n-s} P^S (1-P)^{N-S} = f_d(p, P).$$

Это выражение сложно, что затрудняет вычисления, если только n и N не очень малы. Вообще же необходимо сделать много опытов, чтобы быть уверенным в результате и, следовательно, n и N не

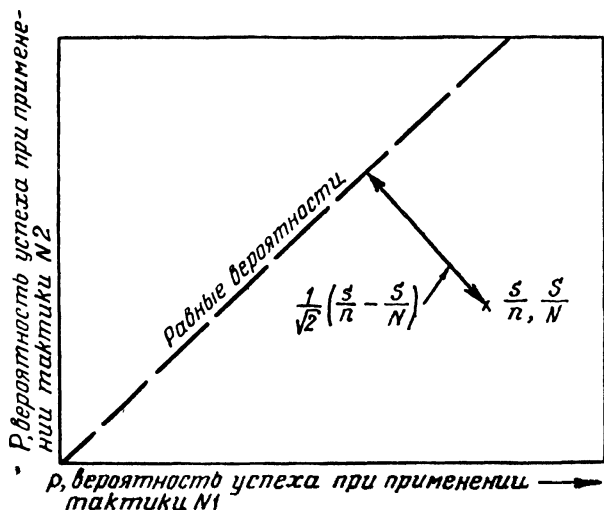


Рис. V.6. Вычисление вероятности того, что тактика № 1 или тактика № 2 является более успешной.

будут малы. Однако, если эти величины не малы, мы можем воспользоваться приближенным методом, изложенным при выводе уравнения (24) в гл. II. Согласно этому методу приближенный результат равен

$$f_d(p, P) \cong \frac{n^3 N^3}{4\pi^2 s S (n-s)(N-S)} e \left[-\frac{n^3}{2s(n-s)} \left(p - \frac{s}{n} \right)^2 - \frac{N^3}{2S(N-S)} \left(P - \frac{S}{N} \right)^2 \right].$$

Эта вероятность имеет максимальное значение при $p = s/n$ и $P = S/N$, как показано на рис. 6. Интересующий нас вопрос заключается в следующем: в результате опытов получены числа s и S ; какова вероятность, что $p > P$? Из рисунка ясно, что эта вероятность равна интегралу от $f(p, P)$ по всей плоскости справа

от диагонали, проведенной пунктиром. После длительных вычислений мы приходим к тому, что эта вероятность равна

$$P_n (\text{вероятность того, что } p > P) = F_n \left\{ \left[\frac{s(n-s)}{n^3} + \frac{S(N-S)}{N^3} \right]^{-1/2} \cdot \left[\frac{s}{n} - \frac{S}{N} \right] \right\}, \quad (12)$$

где F_n — функция, определяемая уравнением (24) гл. II. Согласно рис. II.11 эта вероятность соответствует 50%, если величина, стоящая в скобках, равна нулю; вероятность будет приблизительно 10%, если величина в скобках равна $-1,4$, и приблизительно 90%, если величина в скобках равна $+1,4$.

Мы можем сказать, что если величины s , S , n и N принимают такие значения, что эта вероятность P_n (преимущества тактики № 1 перед тактикой № 2) меньше, чем $1/10$, мы, естественно, предпочтем тактику № 2 (помехозащиту). Однако поскольку противник может изменить свою тактику, следует изредка в некотором проценте случаев применять тактику № 1, чтобы иметь возможность постоянного контроля. Если вероятность того, что тактика № 1 лучше тактики № 2 составляет менее $1/10$, мы не будем применять тактику № 1 очень часто (повидимому, реже, чем в одной десятой части всех случаев). Аналогично, если вероятность P_n больше, чем 90%, мы не будем применять тактику № 2 чаще, чем в $1/10$ всех случаев и т. д.

9. Правила проведения опытов

Имея в виду все сказанное, сформулируем правила проведения опытов, которые должны быть выражены вполне конкретно, что не всегда возможно при определении вероятности. Эти правила, впрочем, дают хорошее приближение к тому, что было сказано в предыдущем параграфе. Они формулируются следующим образом:

1. Если величина в скобках в уравнении (12) меньше, чем $-1,4$, тактику № 1 следует применять в десять раз реже, чем тактику № 2.
2. Если величина в скобках лежит между $-1,4$ и 0, тактику № 1 следует применять вдвое реже, чем тактику № 2.
3. Если величина в скобках лежит между 0 и $+1,4$, тактику № 1 следует применять вдвое чаще, чем тактику № 2.
4. Если величина в скобках больше $+1,4$, тактику № 1 следует применять в десять раз чаще, чем тактику № 2.
5. Если ситуация, указанная в пунктах 1 или 4, продолжает существовать в течение месяцев и данные разведки говорят о том, что она будет продолжать существовать и далее, применение тактик № 1 или № 2 следует полностью прекратить.

Те же правила могут быть выражены с помощью графика на рис. 7. По результатам опытов, проведенных в течение недели или месяца, мы откладываем на графике точку с координатами s/n

и S/N . Если эта точка падает справа от диагонали с надписью «решение невозможно», то оказывается вероятным, что тактика № 1 является предпочтительной. Насколько мы можем быть уверены в этом результате, зависит от значения величины (Nn) . Вышеприведенные правила могут быть сформулированы теперь следующим образом:

1. Если точка с координатами s/n , S/N расположена справа от нижней линии, соответствующей произведению числа проведенных

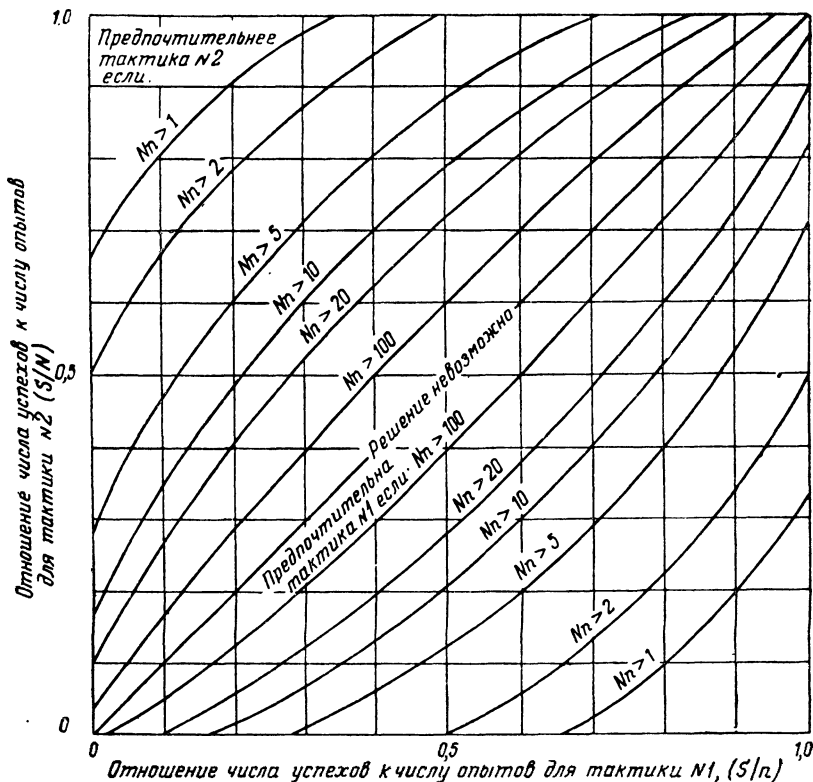


Рис. V.7. Для s успехов из n опытов тактики № 1 и S успехов из N опытов тактики № 2 точка определяется по графику. Правила в тексте говорят, как будущие действия зависят от положения точки на графике относительно линий.

опытов тактики № 1 на число проведенных опытов тактики № 2 (Nn) , следует тактику № 1 применять в десять раз чаще, чем тактику № 2.

2. Если точка расположена между диагональной линией и нижней линией для (Nn) , следует тактику № 1 применять вдвое чаще, чем тактику № 2.

3. Если точка расположена слева от диагонали, но справа от верхней линии для (Nn) , тактику № 1 следует применять вдвое реже, чем тактику № 2.

4. Если точка расположена слева от верхней линии для (Nn) применять тактику № 1 следует в десять раз реже, чем тактику № 2.

5. Если ситуация, указанная в пунктах 1 или 4, продолжает существовать в течение месяцев и данные разведки говорят о том, что она будет существовать и далее, применение тактик № 1 или № 2 следует полностью прекратить.

Таким образом, мы установили правила введения контрмеры в случае, когда операция состоит из однократного акта.

Было замечено, что чем больше величина nN , тем точнее мы можем определить необходимые действия. Это соответствует общему принципу, существующему в теории вероятностей, согласно которому чем больше число испытаний, тем меньше результат подвержен влиянию случайных колебаний. Эти условия часто бывает трудно получить в действительности, так как противник непрерывно меняет свою тактику, а мы не можем допустить, чтобы смешались в одно разнородные данные. С этой точки зрения предпочтительнее иметь данные, полученные за короткий срок, а это значит, что величины n и N будут малы. Нельзя дать общего правила для решения в подобных случаях; в каждом отдельном случае необходимо разбираться отдельно, используя всю имеющуюся информацию и пользуясь здравым смыслом.

10. Непрерывные операции

Ситуация второго типа, когда операция представляет собой длительное действие, позволяет провести решение аналогично предыдущему. Для примера возьмем поиск подводной лодки патрульным самолетом. В качестве тактики № 1 будем рассматривать поиск с помощью радиолокатора, а в качестве тактики № 2 — визуальный поиск с выключенным радиолокатором. Пока противник не применяет разведывательных приемников, поиск с радиолокатором будет давать больше обнаружений на тысячу часов полета, чем визуальный поиск. Однако, когда противник применит разведывательные приемники, это положение изменится на обратное.

Предположим, что в течение последнего месяца самолеты с радиолокаторами налетали в поисках подлодок e часов. В течение того же периода и на том же участке самолеты без радиолокаторов налетали E часов. За это время самолеты с радиолокаторами обнаружили m подлодок, а самолеты без радиолокаторов M подлодок. Если эффективность самолетов с радиолокаторами, измеренная числом обнаружений в час, равна p , а без радиолокаторов — P , тогда вероятность того, что упомянутое число обнаружений будет получено в действительности, равна

$$\frac{(pe)^m (PE)^M}{m!M!} \cdot e^{(-pe - PE)} = f_c(p, P)$$

согласно уравнению (28) гл. II.

Если m и M достаточно велики, это выражение может быть запи-

сано приближенно с упрощением, подобно случаю с однократными операциями

$$f_c(p, P) \cong \frac{e^2 E^2}{4\pi^2 m M} \cdot e^{\left[-\frac{e^2}{2m} \left(p - \frac{m}{e} \right)^2 - \frac{E^2}{2M} \left(P - \frac{M}{E} \right)^2 \right]}.$$

Возвращаясь к рис. 6, мы видим, что эта функция имеет максимумы при $p = (m/e)$ и $P = (M/E)$. Рассуждение, полностью подоб-

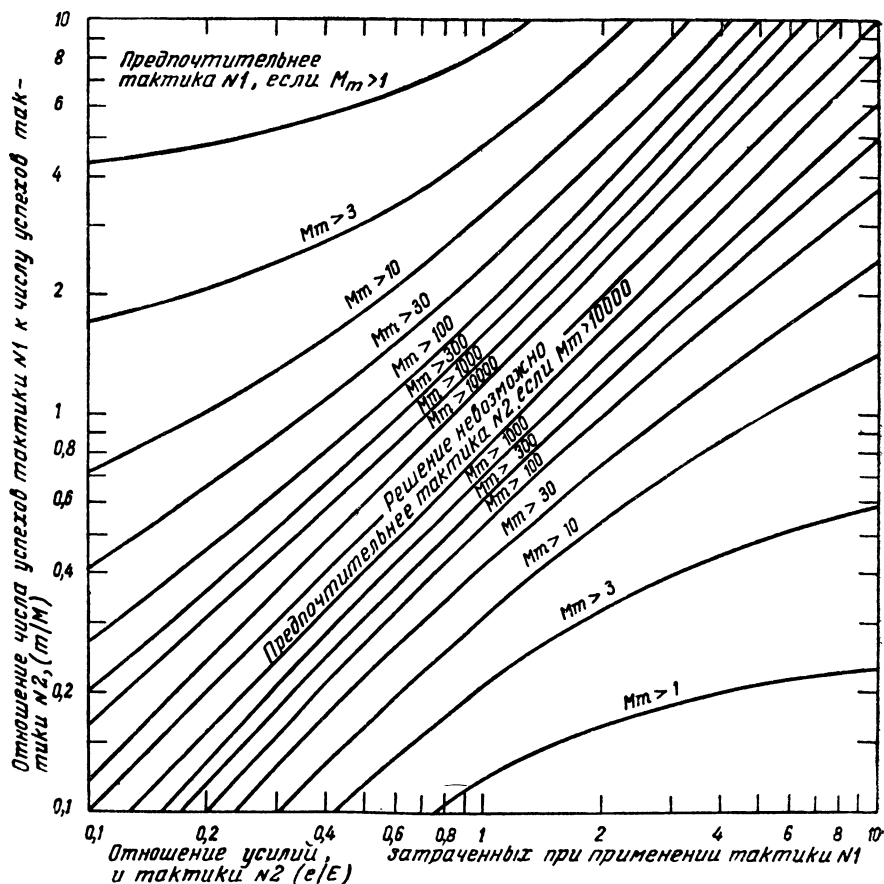


Рис. V.8. Продолжительные усилия e и E по применению тактики № 1 и № 2, давшие m и M успехов соответственно. Правила для выбора тактики даны в тексте.

ное тому, которое было применено к уравнению (12), показывает, что вероятность того, что тактика № 1 более эффективна, чем тактика № 2, дается следующим выражением:

$$(\text{вероятность того, что } p > P) = F_n \left[\left(\frac{m}{e^2} + \frac{M}{E^2} \right)^{-1/2} \cdot \left(\frac{m}{e} - \frac{M}{E} \right) \right], \quad (13)$$

где F_n — функция, определенная в уравнении (12) гл. II.

Аналогично предыдущему можно построить график для решения вопроса о выборе наиболее выгодной тактики. Такой график приведен на рис. 8. Результаты опытных операций наносятся на этот новый график в виде точки с координатами (e/E) и (m/M) . Сформулированные выше правила применимы и в этом случае, если поменять местами тактики № 1 и № 2. Мы вновь замечаем, что необходимо производить как можно больше опытов, т. к. противник, вероятно, будет менять свою тактику.

§ 4. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ БОРЬБЫ МЕР И КОНТРМЕР

В предыдущем параграфе рассматривался случай, когда мы не знали, насколько часто противник применяет контрмеры и насколько эти контрмеры эффективны. Мы принимали также, что противник действовал медленно и редко менял свою тактику. Данные, полученные в течение месяца, могли использоваться в надежде, что они все еще правильно отражают обстановку. Однако в целом ряде других случаев имеются более полные сведения и каждой стороне достаточно хорошо известно, что может предпринять другая сторона и каковы при этом могут быть результаты. Предположим, что обе стороны точно учитывают результаты каждого действия и, если им это выгодно, могут переходить от одной тактики к другой немедленно, как только они узнают о тактике, избранной противником.

В этом случае имеет смысл произвести расчет заранее. Противник имеет выбор — применить или не применить свою меру. Соответственно наша сторона может выбирать — применить контрмеру или нет. Это представляет в общей сложности четыре комбинации, каждая из которых дает определенную пользу для нашей стороны и соответствующий вред для противника. Положение иллюстрируется следующей таблицей.

Таблица V.8

W_{ij} — польза для нашей стороны или вред для противника

Наши действия	Действия противника	
	без применения меры	с применением меры
Без контрмеры	W_{11}	W_{12}
С контрмерой	W_{21}	W_{22}

Иногда W_{21} оказывается меньше, чем W_{11} , это указывает на то, что применяемая контрмера приносит нам не пользу, а вред, если противник не применяет меры. С другой стороны W_{12} обычно значительно меньше, чем W_{22} , если контрмера хоть в какой-нибудь степени эффективна и W_{12} меньше, чем W_{11} , если эффек-

тивна мера противника (для противника выгодны малые значения W_{ij}). Как только мы узнали тактику противника, мы должны применить тактику, дающую наибольшее значение W_{ij} . Противник соответственно, будет стараться изменить свою тактику так, чтобы придать W_{ij} наименьшее значение. Это является примером обстановки, которая имеет место и во многих играх. Одна сторона стремится достичь максимума, а другая минимума. Это иногда называют «минимакс-принципом». Об этом уже упоминали в главе IV в связи с уравнением (16).

1. Определенный случай

Рассмотрим сначала случай, который мы назовем определенным и который имеет место, когда $W_{21} > W_{11}$ (нами уже принято, что $W_{22} > W_{12}$ и $W_{11} > W_{12}$). В этом случае мы должны всегда применять контрмеру, независимо от того, что делает противник, т. к. мы всегда выигрываем от ее применения ($W_{21} > W_{11}$ и $W_{22} > W_{12}$). Противник, если он располагает хорошей разведкой, будет это знать и будет всегда применять меру, если $W_{22} < W_{21}$, или не применять ее, если $W_{21} < W_{22}$. Важно здесь то, что если обе стороны знают результат любой комбинации, они всегда предпочтут ту тактику, которая дает им наибольшую выгоду (или наименьшие потери), невзирая на то, что делает другая сторона. Подобный же случай имеет место, когда $W_{11} > W_{21}$, но $W_{21} > W_{22}$, т. к. здесь для противника всегда выгоднее применять его меру.

2. Неопределенный случай

Другой случай, который мы назовем по причинам, ясным из дальнейшего, неопределенным, имеет место, когда $W_{11} > W_{21}$ и $W_{22} > W_{21}$ (мы проигрываем, применяя контрмеру, если противник не применяет меру, и противник проигрывает, если применяет меру, когда мы применяем контрмеру). Легко видеть, какая трудность возникает, если мы попытаемся представить себе, как мы должны поступать, если разведка противника совершенна, или как должен поступать противник, если наша разведка совершенна. Чтобы вести рассуждения более определенно, положим $W_{22} > W_{11} > W_{21} > W_{12}$. В первом случае, если мы решим применять контрмеру, то противник, зная об этом заранее, не будет применять меру и мы получим W_{21} , если же мы решим не применять контрмеры, противник применит меру и мы получим W_{12} . Поскольку $W_{21} > W_{12}$, мы предпочтем применять контрмеру. В этом случае мы имеем «максимин» из возможного выбора (иначе говоря, в каждом случае мы получаем минимальное значение W_{ij} а W_{21} является наибольшим из них). Во втором случае, если нам заранее известно, что противник будет применять меру, мы конечно будем применять контрмеру и получим W_{22} ; или же если мы знаем заранее, что противник не будет применять меры, мы также не при-

меним контрмеру и результат будет W_{11} . В таком случае противнику следует не применять меры, т. к. $W_{11} < W_{22}$, где W_{11} представляет собой «минимакс» из возможного выбора (иначе говоря, в каждом случае получается максимальная величина W_{ij} , W_{11} является наименьшей из них).

Свойством определенного случая является совпадение минимакса и максимина; это и делает данный случай определенным, т. к. не возникает вопроса, как поступать любой из сторон. В неопределенном случае, однако, минимакс отличается от максимина и поведение сторон не представляется однозначным и очевидным. Правильным решением в этом случае будет для любой стороны не придерживаться только одной тактики, а чередовать обе случайным образом, отдавая определенное предпочтение одной из них. Трудной частью проблемы является определение степени этого предпочтения.

3. Решение для неопределенного случая

Чтобы сделать постановку задачи определенной, зададимся величинами W_{ij} в следующей таблице:

Таблица V.9

Наши действия	Действия противника	
	без применения меры	с применением меры
Без контрмеры	2	0
С контрмерой	1	3

Теперь предположим, что противник меняет тактику периодически, иногда применяя меру, иногда нет. Мы можем отложить на графике величину W , которая в определенном масштабе представляет пользу, получаемую нами, или вред, испытываемый противником, в зависимости от доли числа случаев, когда противник применяет меру; одну кривую для тех случаев, когда мы применяем контрмеру, а другую — когда мы контрмеры не применяем. Эти кривые приведены на рис. 9,а. Мы видим, что для противника наиболее целесообразным является применять меру в одной четверти всех случаев (точка Р). Если он попытается сделать что-либо иное, мы можем улучшить результат в нашу пользу; например, если он станет применять меру в половине всех случаев, мы можем улучшить результат, применяя контрмеру во всех без исключения случаях, или если он станет применять меру в 10% случаев, мы можем выиграть, не применяя меры вовсе. Переходы противника от одной тактики к другой должны быть совершенно случайными, иначе мы будем иметь возможность уловить закон его переходов и выигрывать, следуя за ним систематически. Если противник при-

меняет наилучшую для него тактику (точка P), средняя величина W равна 1,5.

В свою очередь, нам следует менять свою тактику случайным образом: соответствующий график приведен на рис. 9,б. Если мы при этом отойдем от точки Q , соответствующей применению контр-

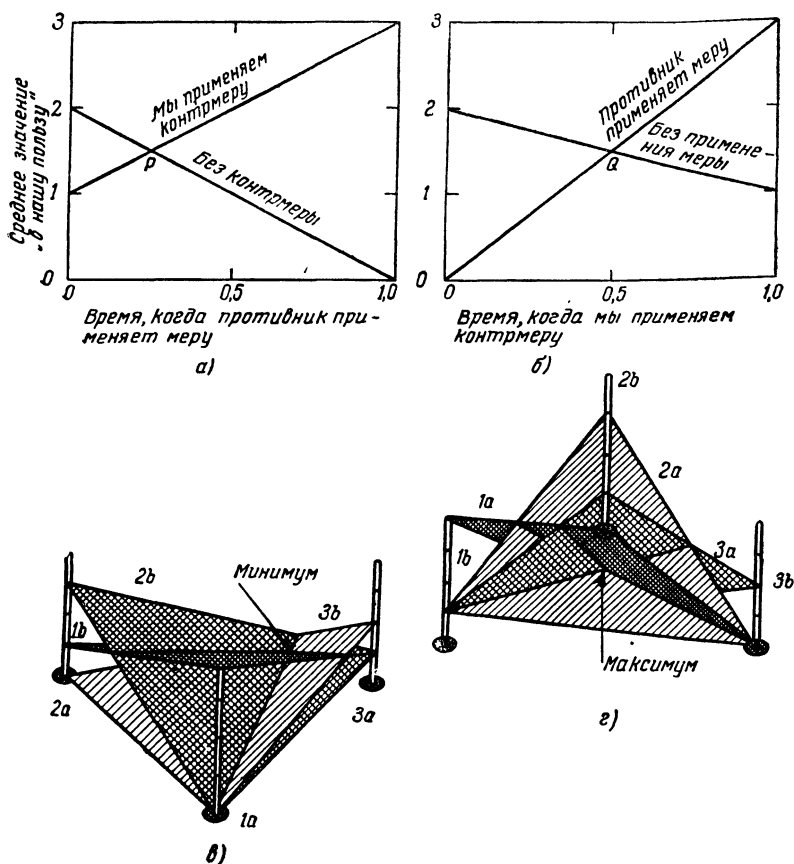


Рис. V.9. Выбор смешанной тактики.

меры в половине случаев, то, воспользовавшись этим, противник может выиграть. Конечно, нам необходимо следить за тем, какова частота применения меры противником, чтобы в случае, если он отойдет от точки P (или если изменятся значения W), мы бы могли соответственно изменить свою тактику и на этом выиграть.

4. Случай тройного выбора

Задача, которая рассматривалась выше, относилась к случаю выбора из двух возможностей для каждой из сторон; однако подобную же задачу можно решить и для случая выбора из большего

числа возможностей. Можно, например, рассмотреть возможность применения двух различных мер (или ни одной из них) со стороны противника и двух контрмер с нашей стороны. В следующей таблице перечислены возможные при этом комбинации. Тактика № 3а соответствует неприменению мер, тактика № 3б — неприменению контрмер; тактики №№ 1а и 2а — двум различным мерам.

Таблица V.10

Числа засчитываются в пользу стороны *b*

Сторона <i>b</i>	Сторона <i>a</i>		
	Тактика № 1а	Тактика № 2а	Тактика № 3а
Тактика № 1б	4	1	1
Тактика № 2б	0	3	1
Тактика № 3б	0	0	2

В данном случае мы должны получить результат применения сложной тактики на треугольной диаграмме, где расстояние от каждого края представляет процент числа применений одной из данных тактик, а расстояние, перпендикулярное плоскости треугольника, есть величина, пропорциональная выигрышу стороны *b*.

Такой трехмерный график представлен на рис. 9,в и г. С каждого края графика видны следы плоскостей, представляющих в чистом виде картину применения тактики другой стороной. Углубленная часть треугольника соответствует наилучшему выбору тактики независимо от тактики, применяемой другой стороной. Легко видеть, что если сторона *a* применяет смешанную тактику, используя $\frac{1}{9}$ от тактики № 1а, $\frac{2}{9}$ от тактики № 2а и $\frac{2}{3}$ от тактики № 3а, то сторона *b* может на этом выиграть; если же сторона *b* использует другую смешанную тактику, применяя $\frac{1}{3}$ от тактики № 1б, $\frac{1}{3}$ от тактики № 2б и $\frac{1}{3}$ от тактики № 3б, то сторона *a* может добиться лучшего результата. Наилучшим результатом для стороны *b*, если обе стороны действуют «правильно», является число $\frac{4}{3}$. Если сторона *b* попытается добиться лучшего результата, то бдительный противник сейчас же использует это и сторона *b* в конечном итоге получит худший результат. Таким образом правильное смешанное решение есть самое надежное; оно должно применяться преимущественно в тех случаях, когда намерения противника нам совершенно неизвестны и мы можем отклоняться от него только, когда мы достаточно уверены в том, что противник отошел от своей надежной смешанной тактики.

5. Заграждающий патруль для подлодок

Существуют случаи с бесконечным разнообразием выбора типов тактики применения мер и контрмер, случаи, в которых смешанная тактика совершенно необходима по соображениям безопасности.

Весьма упрощенный пример такого случая представляет собой задача о патрульном самолете, заграждающем для подлодки проход через канал. Предположим, что подлодка не может быть обнаружена самолетом в погруженном положении, но она может в таком состоянии пройти дистанцию не более, чем a . Самолет в течение данного дня совершает полеты поперек канала в одном его сечении, а в течение следующего дня он может совершать полеты в другом сечении канала. Если самолет патрулирует в широкой части кана-

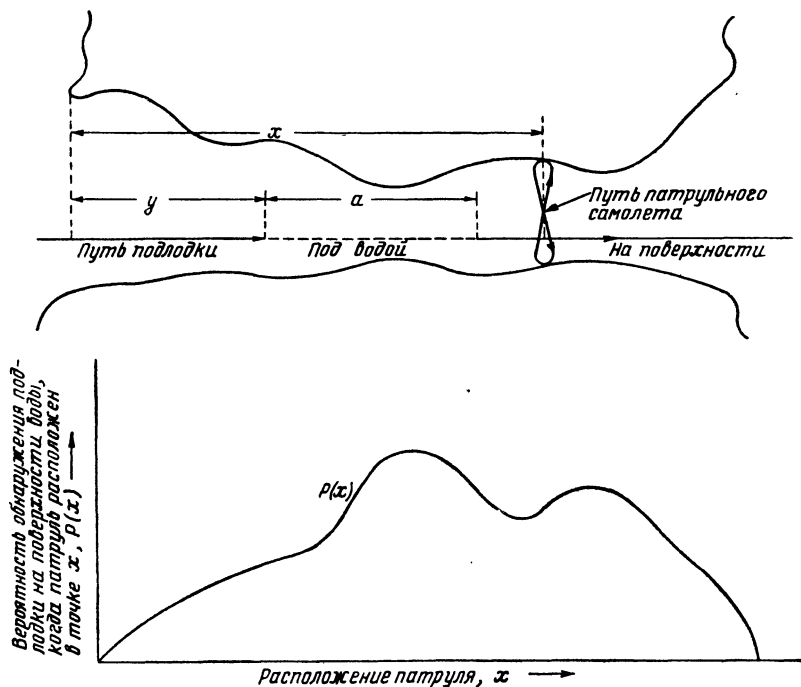


Рис. V.10. Патрулирующий самолет против подлодки.

ла, его эффективность невелика, однако если он всегда патрулирует только в узкой части, то подлодка может от него скрыться, пройдя узкую часть канала в погруженном состоянии. Участок канала, над которым патрулирует самолет, должен меняться день ото дня, чтобы подлодка не могла знать район патрулирования самолета.

Положение изображено на рис. 10. Канал длиною больше a патрулируется самолетом. Если заградительный патруль находится в точке x , а подлодка попытается пройти непогруженной, то вероятность, что она будет обнаружена самолетом, дается функцией $P(x)$, показанной в нижней части рис. 10.

Как мы уже сказали выше, самолет не должен всегда патрулировать у одной и той же точки x ; он должен быть то здесь, то там, чтобы подлодка не могла быть уверена в его местоположении. Ин-

тервал, в пределах которого может изменяться величина x , должен быть, конечно, больше a ; иначе подлодка пройдет в погруженном состоянии весь интервал. Относительная частота нахождения самолета у точки x пропорциональна плотности вероятности $\varphi(x)$. Поскольку самолет каждый день обязан где-то находиться, интеграл φ по x должен быть равен единице. Сторона «А» должна так выбрать вид распределения φ , чтобы она получила хороший результат независимо от того, что предпринимает другая сторона (подлодка). Подлодка может также выбирать точку погружения. Она всегда будет проходить погруженной наибольшую дистанцию a . Разумеется, она может всплыть ранее и снова погрузиться на остаток дистанции в другой части канала, если это окажется лучшим. Таким образом, будет существовать вероятность $\psi(x)$, что подлодка погрузится в точке x . Интеграл от ψ по x должен быть равен a , если подлодка имеет наибольшее расстояние погружения a . Подлодка (сторона В) должна, следовательно, так выбрать распределение ψ , чтобы получить наилучший возможный результат, независимо от того, что предпринимает противная сторона (где расположен патруль). Это отражено в следующих уравнениях:

$P(x)$ — вероятности обнаружения, если патруль находится в точке x , а подлодка в надводном положении.

$\varphi(x)$ — плотности вероятности нахождения патруля в точке x .

$$\int \varphi(x) dx = 1.$$

$\psi(x)$ — плотности вероятности погружения подлодки в точке x .

$$\int \psi(x) dx = a. \quad (14)$$

G — вероятности обнаружения =

$$= \int P(x) \varphi(x) [1 - \psi(x)] dx.$$

Сторона А подбирает плотность вероятности φ таким образом, чтобы сделать в пределах разумного вероятность обнаружения G наибольшей независимо от тактики подлодки. Наоборот, сторона В, (подлодка) подбирает вероятность погружения ψ таким образом, чтобы G — вероятность обнаружения — была в пределах разумного насколько возможно мала и независима от расположения патруля. Задача состоит в том, чтобы определить вид функций φ и ψ для наилучшей тактики с обеих сторон, если вероятность P известна.

Сначала определим тактику подлодки, определяемую функцией ψ . Предположим, что подлодка выбрала некоторую тактику и что эта тактика случайно стала известна стороне А. Из вида уравнения для G следует, что если величина $P(x) [1 - \psi(x)]$ имеет максимум, то сторона А всегда будет получать наилучший результат, имея патруль в точке x , соответствующей этому максимуму. Для подлодки было бы выгоднее довести эту величину до нуля, однако это невозможно, т. к. канал длиннее, чем расстояние погружения — a . Тем не менее подлодка может в любом случае

так подобрать плотность вероятности ψ , чтобы величина $P(1 - \psi)$ не имела единственного максимума, т. е. чтобы ее кривая была бы с плоской вершиной. Этого можно достичь следующим образом:

Безопасная тактика для подлодки (стороны B). На протяжении возможно большего интервала x , так подобрать ψ , чтобы $P(x)[1 - \psi(x)] = H$, было бы постоянной, т. е.

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 - \frac{H}{P(x)}, & \text{когда } P(x) > H, \\ 0, & \text{когда } P(x) \leq H. \end{cases} \quad (15)$$

H определяется условием

$$\int \left(1 - \frac{H}{P}\right) dx = a.$$

Вероятность обнаружения $G \leq H$.

Интеграл, определяющий H , обеспечивает выполнение требования, чтобы H была наименьшей. Если теперь определить нахождение патруля где-то в пределах интервала x , где подлодка производит погружение, то вероятность обнаружения подлодки будет равна H ; если же патруль будет находиться на участке, где ψ равно нулю (где подлодка не погружается), то вероятность обнаружения окажется меньше H . В соответствии с этим выбранное распределение вероятности погружения является для подлодки наилучшим из возможных.

Подробности решения показаны на рис. 11. На графике отложена величина, обратная вероятности P , и проведена горизонтальная линия на высоте $(1/H)$ таким образом, что площадь, заключенная между кривой $(1/P)$ и горизонтальными линиями, равна (a/H) . Когда это сделано, с графика можно снять вероятность погружения, которая равна разности расстояний до горизонтальной линии и до кривой $(1/P)$; эта разность отложена на нижнем графике. Вероятность обнаружения равна в этом случае H , если патруль находится где-либо между x_0 и x_1 , и она меньше H , если патруль находится вне этих пределов. Если a мало, может оказаться, что горизонтальная линия расположена очень низко и делит заштрихованную область на две части (для того типа кривой P , который показан на рисунке). В подобном случае подлодке лучше совершить погружение дважды, чтобы использовать короткую дистанцию подводного плавания на тех участках, где вероятность обнаружения особенно велика.

Теперь посмотрим, каким образом сторона A , управляющая действиями патруля, может выбрать вид функции плотности вероятности ψ . Предположим, что она выбрала некоторый вид функции ψ , что этот вид стал известен стороне B (подлодке). Тогда подлодка всегда будет погружаться в тех областях, где величина $P(x)\psi(x)$ является наибольшей. Подобно подлодке патрульный самолет должен действовать так, чтобы функция $P\psi$ не имела максимуму

м о в. В соответствии с этим самолет не будет патрулировать там, где вероятность P меньше некоторой предельной величины K ; а там, где вероятность P больше K , плотность вероятности патрулирования будет обратно пропорциональна P с тем, чтобы сделать произведение $P\varphi$ постоянным в этой области. В соответствии с этими требованиями уравнения примут следующий вид:

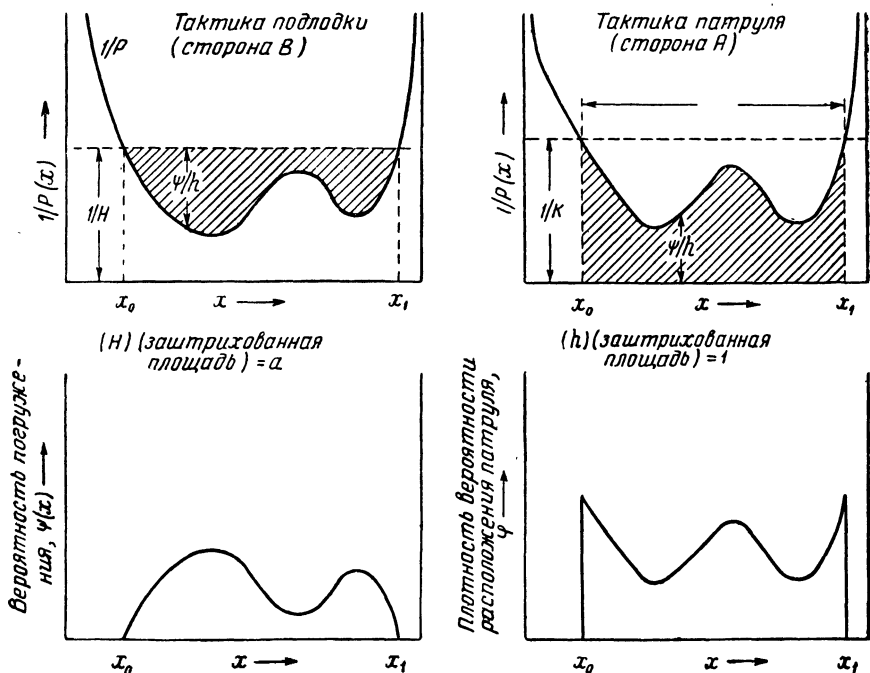


Рис. V.11. Решение задачи, приведенной на рис. V.10 для случая наилучшей тактики с обеих сторон. При этом $H=K$ и вероятность обнаружения G равна $H \cdot k = h(L - a)$. Функция $\varphi(x)$ соответствует относительной частоте нахождения патруля в точке x , а $\psi(x)$ — есть оптимальное распределение плотности вероятности погружения подлодки в точке x .

Безопасная тактика для патрульного самолета (сторона А).

Так подобрать $\varphi(x)$, чтобы $P\varphi$ было бы постоянным на участке изменения x , т. е.

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{h}{P(x)}, & \text{когда } P(x) > K, \\ 0, & \text{когда } P(x) < K, \end{cases} \quad (16)$$

где интервал, на котором $P > K$ заключен между x_0 и x_1 ($x_1 - x_0 = L$).

Величина h определяется условием

$$\int_{x_0}^{x_1} \frac{dx}{P(x)} = \left(\frac{1}{h} \right).$$

Вероятность обнаружения $G \geq h(L - a)$ достигает максимума при $K = H$.

Задача о выборе распределения патруля еще не решена до конца, так как мы не зафиксировали величины L и h . Не следует, разумеется, выбирать L меньше a , так как в этом случае подлодка могла бы пройти в погруженном состоянии под всем участком возможных расположений патруля. С другой стороны, не следует выбирать L слишком большим, так как в этом случае h окажется очень малым. Мы должны выбрать эти величины так, чтобы величина $h(L - a)$ была бы наибольшей.

Посредством довольно сложных алгебраических преобразований можно показать, что максимальное значение величины $h(L - a)$ соответствует условию $K = H$. Другими словами, интервал величины x , на котором находится патруль, совпадает с интервалом, в котором совершает погружения подлодка. Этого и следовало ожидать, так как выход за указанные пределы с любой стороны представил бы собой напрасное расходование сил и снижение эффективности. Способ выбора распределения мест для патруля φ показан на правых графиках рис. 11. Здесь снова отложена величина, обратная $P(x)$, выбрано K , равное H , и граничные точки те же, что и для подлодки. Мы выбираем нормирующий множитель h таким, чтобы произведение величины заштрихованной площади на h было бы равно единице. Таким образом, наилучшее, что может предпринять подлодка, если патруль бдителен, и наилучшее, что может сделать патруль, если командир подлодки действует разумно, это применить тактику, определяемую уравнениями (15) и (16), причем результирующая вероятность обнаружения выразится следующими соотношениями.

Надежные тактики для обеих сторон.

Интеграция проводится на интервале изменения x , где $P(x) > H$. Постоянная H определяется максимальной дистанцией хода в погруженном состоянии a посредством соотношения $H = h(L - a)$, где $\frac{1}{h} = \int \frac{dx}{P(x)}$ и где $L = \int dx$ есть величина интервала x , на котором P больше, чем H . Тогда вероятность погружения для подлодки* дается уравнением (15); плотность вероятности положения патруля равна

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{H}{(L - a) P(x)}, & P(x) > H, \\ 0, & P(x) < H, \end{cases} \quad (17)$$

* Ухода от обнаружения (Прим. редактора).

а вероятность обнаружения подлодки самолетом будет

$$G = H = h(L - a) = \frac{L - a}{\int \frac{dx}{P(x)}}.$$

Приведенный метод анализа и выбора тактики может быть применен в целом ряде других примеров. Трудностью в настоящее время является нахождение общей методики для определения решений подобного рода задач. Работы Фон Неймана и Моргенштерна [4] показали, что существуют решения для каждой такой задачи, и указали общий характер этих решений. Они, однако, не дали методики получения таких решений. Мы привели три примера задач и показали на них, как могут быть получены решения. Требуется еще проделать большую работу прежде, чем можно будет сказать, что мы полностью овладели техникой решения подобных задач.

Следует надеяться, что над этим интересным и многообещающим разделом науки будут проводиться дальнейшие математические исследования.

ГЛАВА VI

ЗАДАЧИ, СВЯЗАННЫЕ С ОБСТРЕЛОМ И БОМБАРДИРОВКОЙ

В этой главе мы рассмотрим класс задач, которые возникают при оценке такого оружия, как пушки, бомбы и торпеды и нахождения наилучших методов их использования. Все эти типы оружия применяются для разрушения различных целей, как, например, суда, позиции батарей, заводы и т. п. Эффективность оружия такого типа может быть оценена, хотя бы частично, отношением числа разрушенных целей определенного вида к числу израсходованных снарядов, бомб, торпед и т. д.

Большая часть анализа такого рода должна, разумеется, проводиться учеными тех специализированных лабораторий, которые разрабатывают или производят это оружие. Однако работники исследования операций должны знать методику определения эффективности оружия и достаточно хорошо представлять себе свойства оружия, чтобы быть в состоянии применять при анализе операций эти данные. Работник исследования операций часто приносит пользу в качестве технического эксперта, оказывая консультацию тем, кто применяет оружие, хотя его основной задачей является более широкая деятельность, направленная на то, чтобы правильно использовать вооружение, личный состав, обучение, разведку и т. д. для повышения эффективности операции. Эта глава, так же как и глава II, включена в книгу из тех соображений, что умение разбираться в узко технических подробностях является необходимым для решения более широких задач.

Число снарядов, бомб, или торпед, необходимое, в среднем, чтобы уничтожить цель, зависит от двух первичных факторов: разрушительной способности оружия, т. е. вероятности уничтожения цели при условии попадания, и точности оружия, т. е. вероятности попадания. Кроме того, если оружие применяется не индивидуально, а коллективно (например, торпедный залп, серия бомб и т. п.), результат зависит еще и от способа ведения огня или бомбардирования (введение искусственного рассеивания и т. п.). В этой главе мы опишем методы вычисления вероятностей разрушения или уничтожения целей и определения способов ведения огня для достижения наибольшего разрушительного действия.

Простейшим случаем, определяющим разрушительное действие, является уничтожение цели всякий раз, как только в нее происходит попадание. Этот случай соответствует, например, стрельбе средне-калиберной (5-ти дюймовой) артиллерии по открытым артиллерийским позициям. Орудийный окоп достаточно хорошо защищает и орудие, и расчет от разрывов и осколков снарядов, не попавших в окоп, однако, в случае непосредственного попадания и орудие, и расчет бывают уничтожены. Следовательно, вероятность уничтожения цели равна просто вероятности попадания в определенную площадь, называемую **п л о щ а д ь ю п о р а ж е н и я**. Величина площади поражения является мерой разрушительной силы снаряда по цели данного типа.

В качестве несколько более сложного примера рассмотрим некоторые типы оружия, применяемого против подводных лодок. Простейшим случаем является контактная мина. Положение здесь подобно предыдущему: мина должна коснуться корпуса подлодки, чтобы ее уничтожить, и обычно бывает достаточно одиночной мины для того, чтобы вывести подлодку из строя. В этом случае площадь поражения равна сечению корпуса подлодки в горизонтальной плоскости, точнее сечению ее герметизированной части.

В случае глубинной бомбы с неконтактным (магнитным) взрывателем нет необходимости в соприкосновении бомбы с корпусом подлодки для того, чтобы ее уничтожить, так как неконтактный взрыватель превращает небольшой промах в попадание. Положим радиус действия неконтактного взрывателя равным R . Если заряд бомбы достаточен для потопления подлодки, находящейся на расстоянии R от взрыва, тогда площадь поражения возрастет до величины площади, охватываемой контуром, проведенным на расстоянии R от границ ее корпуса. Наконец, если мы имеем дело с глубинной бомбой, взрывающейся на заданной глубине, то вместо площади поражения будет объем поражения, так как для потопления подлодки бомба должна взорваться в пределах объема, заключенного внутри поверхности, отстоящей от корпуса подлодки на расстояние, равное радиусу действия бомбы.

1. Многократные попадания

Во многих случаях однократного попадания в цель бывает недостаточно для ее уничтожения. Типичным примером такого случая является попадание торпеды в судно. Обычно одного попадания торпеды для торгового судна бывает недостаточно, чтобы его потопить, а крупные боевые корабли могут выдерживать несколько попаданий торпед. Чтобы точнее судить о подобных случаях, мы должны знать вероятности потопления D_1, D_2, D_3 и т. д., если в судно попали 1, 2, 3 и т. д. торпеды. Тогда для данного метода ведения огня при вероятностях попадания 1, 2, 3 и т. д. раз, равных

соответственно P_1, P_2, P_3 и т. д., вероятность потопления судна будет равна

$$P_s = D_1 P_1 + D_2 P_2 + D_3 P_3 + \dots \quad (1)$$

Вероятности D_1, D_2, D_3 иногда называются «коэффициентами повреждения». По опыту операций было найдено, что коэффициенты повреждения связаны достаточно точной формулой

$$D_n = 1 - (1 - D_1)^n, \quad (2)$$

которая является выражением закона образования независимых вероятностей (см. гл. II). Другими словами, вероятность потопления судна при любом попадании торпеды остается той же самой, независимо от того, сколько попаданий было ранее. Это можно объяснить тем, что потопление происходит только в том случае, когда торпеда попадает в «уязвимое место», и что попадания в другие точки судна только повреждают, но не топят его. Такая гипотеза «уязвимого места» не должна приниматься как буквальное объяснение фактов, однако она приносит пользу в том смысле, что позволяет свести число неизвестных величин D_n к одной и дает, как показывает опыт, очень хорошие результаты не только в случае потопления судов торпедами, но и в других случаях, например, сбития самолетов снарядами зенитной артиллерии. Однако эта гипотеза не является достаточно хорошим приближением для случая боевого корабля с большим числом отсеков.

Если применять гипотезу «уязвимого места», то площадь поражения цели можно определить как произведение эффективного сечения цели и вероятности D (совпадающей с нашей прежней вероятностью D_1), уничтожения цели при попадании в это сечение. Например, при попадании торпеды в коммерческое судно вероятность его потопления равна приблизительно $1/3$. Стало быть $D = 1/3$ и площадь поражения равна $1/3$ длины корпуса судна.

В некоторых задачах необходимо бывает учесть изменения вероятности уничтожения цели в зависимости от координат точки попадания. Если мы возьмем для примера стрельбу зенитной артиллерии по самолетам снарядами с радиовзрывателями, то мы заметим, что вероятность уничтожения цели велика в том случае, когда снаряд пролетает близко от самолета. По мере того как траектория полета снаряда удаляется от самолета, вероятность его уничтожения падает и на некотором расстоянии, когда радиовзрыватель перестает реагировать на самолет, становится равной нулю. В таких случаях мы должны выражать вероятность как функцию $D(x, y)$ — функцию повреждения, где x и y являются координатами траектории в картинной плоскости с началом координат, совпадающим с точкой цели. Тогда площадь поражения определяется как

$$L = \iint D(x, y) dx dy, \quad (3)$$

где интеграция производится по всей площади, для которой $D(x, y)$ отлично от нуля. Легко видеть, что в это определение включается

и (3) в качестве частного случая, в котором (x, y) имеет постоянное значение. Обобщение уравнения (3) на случай трехмерной цели является очевидным.

2. Стрельба по площадям

При стрельбе или бомбардировке по площадям, когда снаряды или бомбы падают на обстреливаемую площадь случайным образом, знание площади поражения является достаточным для подсчетов произведенного разрушения. Для любой цели, расположенной на обстреливаемой площади, вероятность того, что данная бомба или снаряд попадает в заданный элемент поверхности $dxdy$, равна просто $(dxdy/A)$, где A —величина площади, подвергаемой обстрелу. Вероятность того, что данная бомба или снаряд уничтожат данную цель, следовательно, равна:

$$P_1 = \int D(x, y) \frac{dxdy}{A} \quad (4)$$

или

$$P_1 = \frac{L}{A}. \quad (5)$$

Если выпущено n бомб или снарядов, то вероятность того, что данная цель будет уничтожена или разрушена, равна

$$P_n = 1 - e^{-nL/A}. \quad (6)$$

Это выражение дает не только вероятность уничтожения данной цели, но и вероятность уничтожения части от общего числа целей, расположенных на обстреливаемой площади и находящихся в зоне поражения. Это соотношение является обобщением результата, получаемого в § 2 гл. V.

В качестве численного примера рассмотрим бомбардировку площади величиной в одну квадратную милю (морскую) 1 000 фунтовыми (450 кг) бомбами обычного типа. На площади расположено 100 артиллерийских позиций [площадь поражения для каждой позиции 40 м² (400 кв. футов)] и пехотные части в окопах [площадь поражения для человека согласно уравнению (3)—80 м² (—900 кв. футов)]. Поскольку 1 кв. миля содержит 36 000 000 кв. футов (или 340.000 м²) отношение L/A равно 1/90 000 для артиллерийской позиции и 1/40 000 для пехотинца. Диаграмма зависимости доли уничтоженных целей от числа сброшенных бомб приведена на рис. 1. Нетрудно видеть, какой громадный расход боеприпасов необходим для того, чтобы уничтожить значительную часть целей при бомбардировке по площади.

3. Прицельный огонь по цели малого размера

Теперь перейдем к случаю, когда бомбы или снаряды не рассеиваются по площади, а выпускаются кучно по цели. Сначала предположим, что размеры цели малы по сравнению с величинами

ошибок стрельбы. В этом случае мы можем пренебречь размерами цели, определяя вероятность попадания в элементарный размер $dxdy$, но должны знать характеристику поражения данным снарядом, чтобы судить о поражении цели.

Если ошибки стрельбы подчиняются нормальному закону распределения (обычно это соответствует действительности) со среднеквадратическим отклонением по дальности σ_r , по направлению — σ_d , то вероятность попадания по площади $dxdy$ при ошибках x и y равна

$$P(x, y) dxdy = \frac{1}{2\pi\sigma_r\sigma_d} e^{-(x^2/2\sigma_r^2) - (y^2/2\sigma_d^2)} dxdy. \quad (7)$$

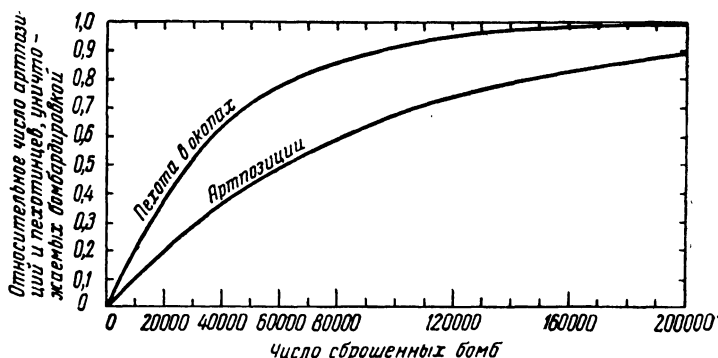


Рис. VI.1. Уничтожение целей бомбардировкой с воздуха.

В непосредственной близости от цели эта величина равна

$$P(0,0) dxdy = \frac{dxdy}{2\pi\sigma_r\sigma_d}.$$

Вероятность уничтожения цели одним снарядом или бомбой равна

$$P_1 = \iint \frac{D(x, y) dxdy}{2\pi\sigma_r\sigma_d} \cong \frac{L}{2\pi\sigma_r\sigma_d}. \quad (8)$$

Если независимо выпущены n снарядов или бомб, то вероятность уничтожения цели равна

$$P_n = 1 - \left(1 - \frac{L}{2\pi\sigma_r\sigma_d}\right)^n.$$

Принимая L малым по сравнению с $\sigma_r\sigma_d$, будем иметь приблизительно равенство

$$P_n = 1 - e^{-nL/2\pi\sigma_r\sigma_d}. \quad (9)$$

Чтобы сравнить этот результат со случаем стрельбы по площадям, воспользуемся последним примером и предположим, что 100 артиллерийских батарей [с площадью поражения 400 кв.

футов (40 м^2) каждая], расположенные на площади в 1 кв. милю ($2,6 \text{ км}^2$), подвергнуты прицельной бомбардировке, причем среднеквадратические ошибки σ_r и σ_d равны 200 футов (61 м) каждая. Тогда отношение $L/2\pi\sigma_r\sigma_d = 400/(2\pi)(200)^2 = 1/600$ (приблизительно). Для того чтобы уничтожить все 100 артбатарей, необходимо израсходовать 60 000 бомб. Следует заметить, что это число бомб было бы нужно для того, чтобы каждая позиция при бомбардировке была разрушена. Если же поставить задачу сбросить по 600 бомб на каждую позицию, то согласно уравнению доля уничтоженных позиций составит $(1 - e^{-1})$ или 0,63 — гораздо худший результат.

4. Прицельный огонь по цели большого размера

Понятие площади поражения в значительной мере теряет свое значение, когда размеры цели оказываются большими по сравнению с величинами ошибок стрельбы и когда приходится рассматривать изменения вероятности попадания в пределах размера цели. Если $f(x, y)dx dy$ есть вероятность попадания в элемент поверхности $dx dy$, то вероятность уничтожения цели с одного выстрела равна

$$P_1 = \iint D(x, y) f(x, y) dx dy, \quad (10)$$

дальнейшее продвижение вперед зависит от возможности вычисления этого интеграла. Если этот интеграл вычислен, мы, как и ранее, получим число снарядов, необходимых для уничтожения цели, равным $1/P_1$, и вероятность уничтожения цели n выстрелами равной

$$P_n = 1 - (1 - P_1)^n, \quad (11)$$

что в случае малого P_1 может быть записано в виде

$$P_n = 1 - e^{-nP_1}. \quad (12)$$

Если $D(x, y)$ имеет постоянное значение по всей поверхности цели, то уравнение (10) представляет просто вероятность попадания, умноженную на D . Если цель имеет простую форму и вид функции распределения плотности вероятности не слишком сложен, можно провести вычисление интеграла. В качестве примера рассмотрим следующую задачу.

Подводная лодка стреляет торпедой по коммерческому судну, имеющему длину 200 футов (61 м), под углом к курсу 90° . Ошибки стрельбы имеют нормальное распределение со среднеквадратическим отклонением 100 делений угломера или 100 тысячных (несколько больше, чем имело место в период второй мировой войны); выстрелы производятся с дальности 2 000 м, вероятность потопления при одном попадании равна $1/3$. Требуется определить вероятность потопления судна с n выстрелов, произведенных независимо.

Линейное среднеквадратическое отклонение торпед по направлению $(100/1\ 000) \cdot 2\ 000 = 200$ м или 600 футов. Стало быть вероятность ошибки в пределах x и $x + dx$ футов, считая, от середины судна, равна

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 600}} e^{\left(-\frac{x^2}{2(600)^2}\right)} dx.$$

Вероятность попадания в судно тогда будет

$$\int_{-100}^{100} \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 600}} e^{-(x^2/2 \cdot 600^2)} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-1/6}^{1/6} e^{-(y^2/2)} dy = 0,132.$$

Вероятность потопления судна втрое меньше и равна 0,044. Вероятность потопления судна 1, 2, ... 6 торпедами приведена в следующей таблице:

Число торпед	1	2	3	4	5	6
Вероятность потопления	0,044	0,086	0,126	0,165	0,202	0,237

Ожидаемое число торпед, необходимых для потопления судна, равно 23.

В качестве следующего примера возьмем уничтожение позиции арторудия. Примем, что окоп имеет круглую форму радиусом 11 футов (3,4 м) и пусть $D(x, y) = 1$ внутри круга этого радиуса и нулю — вне его. Предположим, что среднеквадратические отклонения по всем направлениям равны в этом случае 50 футам (15,2 м). Тогда

$$\varphi(x, y) dx dy = \frac{1}{2\pi(50)^2} e^{-(x^2+y^2)/2(50)^2} dx dy = \frac{1}{2\pi(50)^2} e^{-r^2/2(50)^2} r \cdot dr d\theta,$$

де r и θ суть обычные полярные координаты. Тогда

$$\begin{aligned} P_1 &= \int_0^{2\pi} \int_0^{11} \frac{1}{2\pi(50)^2} e^{-r^2/2(50)^2} r dr d\theta = \\ &= \int_0^{11/50} e^{-(\rho^2/2)} \rho d\rho = \left[-e^{-(\rho^2/2)} \right]_0^{11/50} = 0,0239. \end{aligned}$$

Если сравнить это с результатом для целей малого размера

$$P_1 = \frac{\pi(11)^2}{2\pi(50)^2} = 0,0242,$$

мы видим, что имеется хорошее согласие. Если же принять радиус окопа равным 50 футам (15,2 м), тогда

$$P_1 = \int_0^1 e^{-(\rho^2/2)} \rho d\rho = \left[-e^{-(\rho^2/2)} \right]_0^1 = 0,39,$$

в то время как приближенное решение для целей малого размера дало бы

$$P_1 = \frac{\pi(50)^2}{2\pi(50)^2} = 0,50.$$

В этом случае приближенное решение для целей малого размера не подходит.

§ 2. СРЕЛЬБА С ИСКУССТВЕННЫМ РАССЕИВАНИЕМ БЕЗ УЧЕТА БАЛЛИСТИЧЕСКОГО РАССЕИВАНИЯ

Существует много случаев, когда представляется более выгодным выпускать более или менее одновременно несколько снарядов (бомб или торпед) вместо того, чтобы производить отдельно прицельный выстрел каждым из них по очереди. Они могут быть выпущены все с одними и теми же установками (з а л п) или же каждый выстрел может отличаться от прочих по установкам (стрельба с искусственным рассеиванием); сравнительные преимущества каждого из этих методов определяются ошибками. Существуют прежде всего ошибки наводки залпа или наводки центра рассеивания; они именуются ошибками наводки. Кроме того, существует рассеивание индивидуальных выстрелов в течение полета снарядов до цели, которое создает рассеивание в залпе и превращает нормальные траектории в аномальные; отклонения при таком рассеивании носят название б а л л и с т и ч е с к и х о ш и б о к.

Если дисперсия баллистических ошибок больше, чем дисперсия ошибок наводки, и больше, чем площадь поражения цели, то лучшее, что можно сделать, это вести стрельбу залпами (без искусственного рассеивания). С другой стороны, если дисперсия ошибок наводки больше дисперсии баллистических ошибок и больше размеров площади поражения цели, обычно, лучше бывает вести стрельбу с применением искусственного рассеивания. Если стрельба ведется без искусственного рассеивания, при условии, что баллистические ошибки малы, все выстрелы дадут одновременно либо попадание, либо промах; если же стрельба ведется с искусственным рассеиванием, то весьма вероятно, что хотя бы один выстрел при этом попадет в цель. Это напоминает разницу между пулевой стрельбой и стрельбой дробью. Поскольку стрельба с искусственным рассеиванием часто встречается на практике, важно знать методы определения оптимальной формы и величины искусственного рассеивания

Для выяснения основных принципиальных вопросов положим сначала, что баллистические ошибки и зависящее от них рассеивание мало по сравнению с рассеиванием из-за ошибок наводки. Если выстрелы произведены с заданным рассеиванием, то и разрывы у

цели лягут точно в соответствии с ним. Мы вскоре увидим, что если рассеивание слишком мало, то либо все снаряды пролетят мимо, либо сразу несколько снарядов попадет в цель. Если величину рассеивания увеличивать, то вероятность хотя бы одного попадания будет возрастать до максимума, соответствующего оптимальному рассеиванию. Для еще больших величин рассеивания вероятность хотя бы одного попадания снова уменьшается. Руководствуясь такими соображениями, применяют сбрасывание бомб сериями и выпуск торпед веером.

1. Пример сбрасывания бомб сериями

Основной задачей, которую необходимо решить при стрельбе с искусственным рассеиванием, является нахождение наилучшего вида рассеивания. Рассмотрим, для иллюстрации, следующий простой пример. Самолет несет две бомбы и имеет целью разрушить однопутный железнодорожный путь. Разрыва одной бомбы на расстоянии не более 25 футов (8 м) от полотна достаточно для его разрушения. Самолет летит поперек пути и сбрасывает серию из двух бомб на расстоянии $2a$ одну от другой, прицеливаясь таким образом, чтобы средняя точка сбрасываемой серии была в центре пути. Нам нужно определить наилучшее расстояние между разрывами $2a$. Если ошибка наводки серии равна x , т. е. если средняя точка между разрывами отстоит от пути на расстояние x , тогда путь будет разрушен если $-25 < (-a + x) < 25$, или если $-25 < (a + x) < 25$. Мы можем ввести «функцию повреждения при стрельбе с рассеиванием», $D_p(x)$ — вероятность разрушения цели, если средняя точка искусственного рассеивания попадает в точку x ; эта функция задана условиями:

$$D_p(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } -25 < (-a + x) < 25 \\ & \text{или } -25 < (a + x) < 25. \\ 0 & \text{— в остальных случаях} \end{cases}$$

Если $f_p(x) dx$ равно вероятности попадания средней точки в элемент dx , тогда вероятность разрушения равна

$$P(a) = \int D_p(x) f_p(x) dx. \quad (13)$$

Это уравнение вполне аналогично уравнению (10). Следует, однако, заметить, что в последнее уравнение входит в качестве параметра величина искусственного рассеивания. Наилучшим рассеиванием следует считать то, которое делает $P(a)$ максимальным.

В данном случае уравнение (13) приводится к виду

$$P(a) = \begin{cases} \int_{-a-25}^{a+25} f_p(x) dx & (a < 25) \\ \int_{-a-25}^{-a+25} f_p(x) dx + \int_{a-25}^{a+25} f_p(x) dx & (a > 25). \end{cases} \quad (14)$$

Во всех практических случаях ошибки наводки имеют нормальный закон распределения, и если σ есть среднеквадратическое отклонение наводки, то

$$f_p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x^2/2\sigma^2}.$$

Тогда

$$P(a) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-a-25}^{a+25} e^{-x^2/2\sigma^2} dx = \\ = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{(a+25)/\sigma} e^{-\xi^2/2} d\xi, & (a < 25) \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-a-25}^{-a+25} e^{-x^2/2\sigma^2} dx + \\ + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{a-25}^{a+25} e^{-x^2/2\sigma^2} dx = \\ = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{(a-25)/\sigma}^{(a+25)/\sigma} e^{-\xi^2/2} d\xi. & (a > 25). \end{cases} \quad (15)$$

Совершенно очевидно, что в области $0 < a < 25$, $P(a)$ возрастает, а в области $25 < a < \infty$, $P(a)$ уменьшается. Следовательно $P(a)$ имеет максимум при $a = 25$. Стало быть наилучшее искусственное рассеяние составляет $2a = 50$ футов (15,2 м). В данном простом случае результат очевиден и без вычислений, однако во многих случаях для получения правильного ответа необходимо проделать вычисления.

Интересно сравнить вероятность разрушения в трех различных случаях, когда: 1) две бомбы сброшены залпом, 2) две бомбы сброшены с искусственным рассеиванием в 50 футов (15,2 м), 3) две бомбы сброшены при двух заходах на цель. Вероятность уничтожения цели в этих трех случаях равна:

$$\begin{aligned} 1) \quad P_a &= \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{25/\sigma} e^{-\frac{1}{2}\xi^2} d\xi, \\ 2) \quad P_b &= \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{50/\sigma} e^{-\frac{1}{2}\xi^2} d\xi, \\ 3) \quad P_c &= 1 - (1 - P_a)^2 = 2P_a - P_a^2. \end{aligned}$$

Величины этих вероятностей для различных значений среднеквадратической ошибки σ приведены на следующей таблице:

Вероятность разрушения железнодорожного пути

(по крайней мере одно попадание)

P_a — вероятность при сбросе бомб залпом, P_b — вероятность при искусственном рассеивании 50 футов (15,2 м), P_c —
— вероятность при сбросе бомб на двух заходах.

Среднеквадратическая ошибка бомбометания (σ)		P_a	P_b	P_c
футы	метры			
10	3	0,9876	1,0000	0,9998
20	6	0,7888	0,9876	0,9554
30	9	0,5934	0,9050	0,8347
40	12	0,4680	0,7888	0,7170
50	15	0,3830	0,6826	0,6193
60	18	0,3256	0,5934	0,5452
70	21	0,3812	0,5222	0,4833
80	24	0,2434	0,4680	0,4276
90	27	0,2206	0,4246	0,3925
100	30	0,1974	0,3830	0,3558

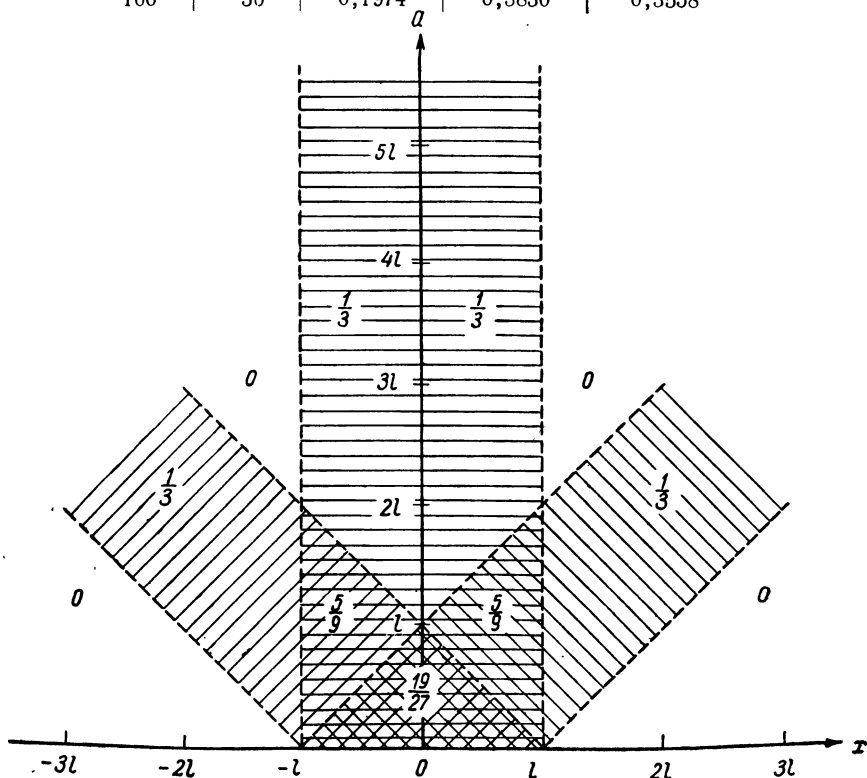


Рис. VI.2. Функция повреждения для выстрела веером тремя торпедами. Баллистическое рассеивание равно нулю, $D_p = 19/27$ в пределах трижды заштрихованной области, $5/9$ — в дважды, $1/3$ — в однажды заштрихованной и 0 — в незаштрихованной.

Из табл. VI.1 видно, что если пренебречь баллистическими ошибками и если необходимо только одно попадание для уничтожения цели, то залп всегда остается менее эффективным, чем сбрасывание бомб с искусственным рассеиванием или сбрасывание бомб на двух заходах.

В качестве второго примера возьмем подводную лодку, которая может выпустить только три торпеды и которой необходимо добиться наилучшего результата при выпуске торпед веером по судну. Предположим, что торпеды движутся очень точно и что средняя торпеда наводится в середину цели, а две другие движутся симметрично справа и слева от нее. Примем гипотезу «уязвимого места» при $D_1 = 1/3$ так, что вероятность потопления судна при одном попадании равна $1/3$, при двух — $5/9$, а при трех — $19/27$. Пусть $2l$ есть длина судна и a — расстояние между соседними торпедами на подходе к цели. Пусть также x есть ошибка наводки. Функция повреждения для любых значений a и x дается рис. 2 (три полосы на рисунке соответствуют областям попадания трех торпед). Воспользовавшись уравнением (13) и приняв нормальный закон распределения ошибок наводки, мы получим

$$P(a) = \begin{cases} \frac{19}{27} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{(l-a)/\sigma} e^{-u^2/2} du + \\ + \frac{5}{9} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{(1-a)/\sigma}^{l/\sigma} e^{-u^2/2} du + \\ + \frac{1}{3} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{l/\sigma}^{(l+a)/\sigma} e^{-u^2/2} du, & (a \leq l) \\ \\ \frac{1}{3} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{(a-l)/\sigma} e^{-u^2/2} du + \\ + \frac{5}{9} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{(a-l)/\sigma}^{l/\sigma} e^{-u^2/2} du + \\ + \frac{1}{3} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{l/\sigma}^{(a+l)/\sigma} e^{-u^2/2} du, & (l \leq a \leq 2l) \\ \\ \frac{1}{3} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{l/\sigma} e^{-u^2/2} du + \\ + \frac{1}{3} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{(a-l)/\sigma}^{(a+l)/\sigma} e^{-u^2/2} du, & (2l \leq a). \end{cases}$$

Кривые зависимости $P(a)$ от a для различных значений σ приведены на рис. 3. Кривая оптимального значения a в зависимости от σ показана на рис. 4.

2. Задача о «Сквиде»

Рассмотрим более сложный пример определения эффективности противолодочного мероприятия, известного под названием «Сквид». Это мероприятие предусматривает одновременное выбрасывание

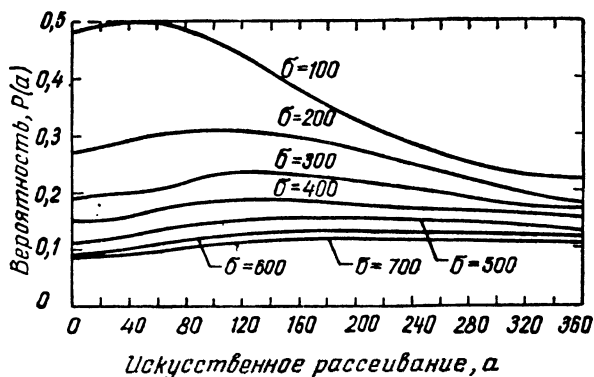


Рис. VI.3. Вероятность потопления судна при залпе веером из трех торпед.

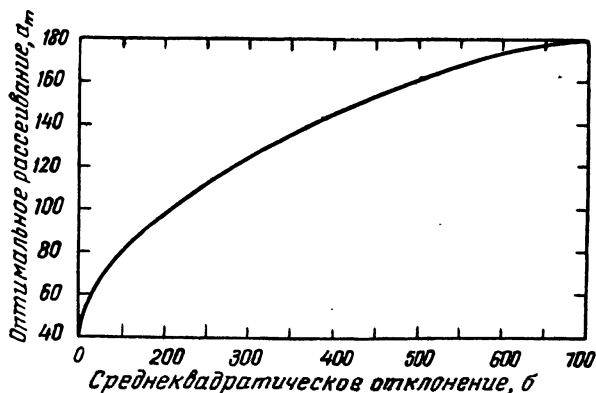


Рис. VI. 4. Оптимальное искусственное рассеивание в зависимости от среднеквадратического отклонения наводки.

впереди лодки трех глубинных бомб треугольником. Несколько упрощая задачу, предположим, что курс подлодки известен, а также что ошибки наводки имеют круговое нормальное распределение со среднеквадратическим отклонением, не зависящим от глубины. Примем, что подлодка будет потоплена, если глубинная бомба, снабженная магнитным взрывателем, окажется на расстоянии радиуса поражения от подлодки. Следует определить наивыгоднейший метод разбрасывания глубинных бомб.

Для любого метода разбрасывания функция поражения будет зависеть от двух переменных — x и y — ошибок наводки по направлению и поперек курса подлодки. Для любой пары значений x и y , $D_p(x, y)$ равна единице, если подлодка потоплена, и нулю в противоположном случае. Типичный случай приведен на рис. 5.

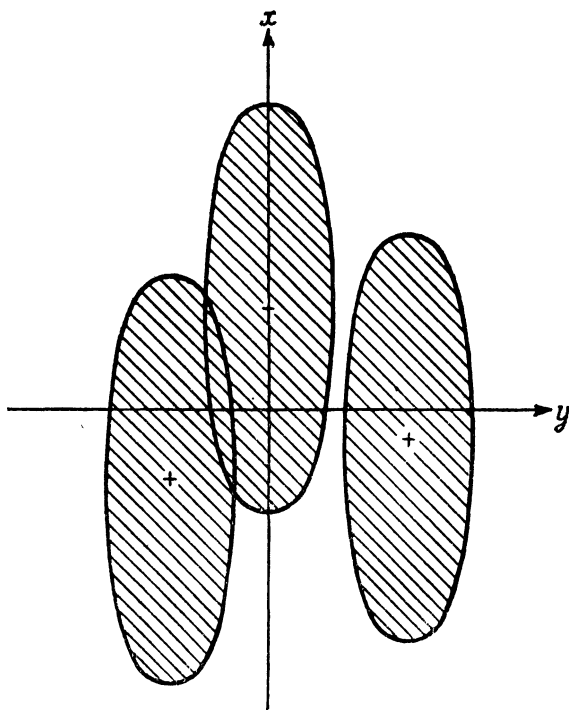


Рис. VI.5. Функция повреждения для случая применения „Сквида“.

В начале координат находится точка наводки, а крестиками отмечены положения глубинных бомб. Любое положение центра подлодки может быть представлено точкой в плоскости рисунка. (Заметим, что x и y представляют собой в действительности отрицательные значения ошибок наводки). Три заштрихованные области заключают в себе все положения центра подлодки, при которых подлодка будет потоплена одной из глубинных бомб. Функция повреждения равна единице внутри заштрихованных областей и нулю вне их.

Пусть $f(x, y)dxdy$ будет вероятность нахождения центра подлодки внутри элемента поверхности $dxdy$. Тогда вероятность потопления подлодки равна

$$P = \int D(x, y) f(x, y) dxdy = \int_D f(x, y) dxdy. \quad (16)$$

В этом уравнении область интегрирования D соответствует заштрихованной площади на рис. 5. Аналитическое интегрирование затруднено тем, что эта область имеет сложную форму, поэтому здесь лучше применить численное интегрирование. В задачах подобного типа очень удобно пользоваться специальной номограммой, изготовленной наподобие общеизвестной «логарифмической бумаги» и называемой «круговой вероятностной бумагой». Эта номограмма разбита на клетки таким образом, что если выбрать точку из нормального кругового распределения, то эта точка будет иметь одинаковые вероятности попасть в одну из клеток. Если на бумаге нанести некоторую площадь, то вероятность попадания точки на эту площадь будет пропорциональна числу клеток, заключенных в пределах этой площади. Отсюда следует, что интеграл из уравнения (16) может быть без труда вычислен, если на такую номограмму нанести в соответствующем масштабе функцию повреждения и подсчитать клетки, заключенные в пределах заштрихованной площади.

Этот метод дает возможность быстро оценить вероятность потопления подлодки при любом способе разброса бомб. Чтобы найти наилучший способ, заметим, что изменение положения любой бомбы выражается на номограмме параллельным переносом соответствующей заштрихованной площади. Если изготовить три трафарета из прозрачного материала по форме заштрихованной площади рис. 5 в масштабе номограммы, то, передвигая их по номограмме, можно найти такое их расположение, при котором внутри контуров трафаретов окажется наибольшее число клеток. Это и будет соответствовать наилучшему способу разброса.

§ 3. СТРЕЛЬБА С ИСКУССТВЕННЫМ РАССЕЙВАНИЕМ С УЧЕТОМ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО РАССЕЙВАНИЯ

До сих пор мы не учитывали того факта, что бомбы, снаряды и торпеды не попадают точно в точку наводки, даже если наводка была идеально точной. В действительности ошибки такого рода всегда существуют и носят название ошибок баллистического рассеивания. Мы будем впредь всегда принимать, что эти ошибки взаимонезависимы, а также независимы от ошибок наводки и установок искусственного рассеивания.

В результате наличия баллистического рассеивания мы оказываемся не в состоянии точно знать число попаданий, которое будет получено при данном искусственном рассеивании, даже в том случае, если мы знаем точно ошибку наводки. Однако мы можем вычислить вероятности 0, 1, 2 попаданий при данной ошибке наводки и, сопоставляя их с коэффициентами повреждения, можем найти вероятность уничтожения цели в зависимости от ошибок наводки. Следовательно, можно вычислить функцию повреждения при искусственном рассеивании и пользоваться ею совершенно так же, как мы пользовались ранее, когда не учитывали баллистического рассеивания.

Для иллюстрации влияния баллистического рассеивания вернемся снова к уже рассмотренному ранее случаю бомбардировки самолетом железнодорожного пути. Снова предположим, что сбрасываются две бомбы и что попадание хотя бы одной из них в пределах 25 футов (8 м) от полотна разрушает его. Предположим также, что среднеквадратическое отклонение наводки серии из двух бомб равно 100 футам (30 м) и баллистическое рассеивание бомб 25 футов (8 м).

Прежде чем перейти к подсчету функции разрушения найдем сначала вероятность разрушения пути бомбой без баллистического

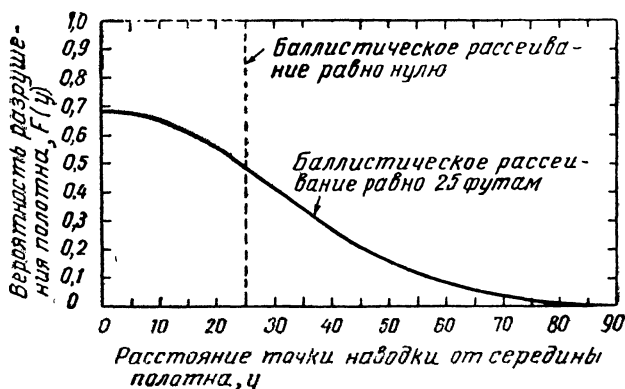


Рис. VI.6. Вероятность разрушения железнодорожного полотна одной бомбой в зависимости от ошибки наводки (с учетом баллистического рассеивания).

рассеивания, которая сбрасывается так, что она попадает в точку на расстоянии y от середины пути. Легко видеть, что эта вероятность равна

$$F(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(25)} \int_{-y-25}^{-y+25} e^{-x^2/2(25)^2} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-(y/25)-1}^{-(y/25)+1} e^{-u^2/2} du. \quad (17)$$

Вид этой функции представлен в виде графика на рис. 6 сплошной линией. (Если бы не существовало баллистических ошибок, то функция $F(y)$ была бы равна единице для $|y| < 25$ и нулю для $|y| > 25$, как это показано на рис. 6 пунктирной линией).

Теперь, если бомбы сбрасываются сериями с разбросом $2a$, то величины y для обеих бомб равны $x - a$ и $x + a$, где x есть ошибка бомбометания. Поскольку баллистическое рассеивание обеих бомб независимо, функция разрушения равна

$$D_p(x) = 1 - \{[1 - F(x - a)][1 - F(x + a)]\},$$

или

$$D_p(x) = F(x - a) + F(x + a) - F(x - a)F(x + a). \quad (18)$$

Функция разрушения для $a = 25$ футов (8 м) приведена в виде

графика на рис. 7. Если бы баллистических ошибок не существовало, D_p была бы равна единице для $|x| < 50$ футов (15,2 м) и нулю для $|x| > 50$ футов, как показано на рис. 7 пунктирной линией. Теперь, когда найдена функция разрушения, мы учтем распределение ошибок наводки и найдем вероятность разрушения цели по уравнению (10)

$$P_a = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(100)} \int D_p(x) e^{-x^2/2(100)^2} dx. \quad (19)$$

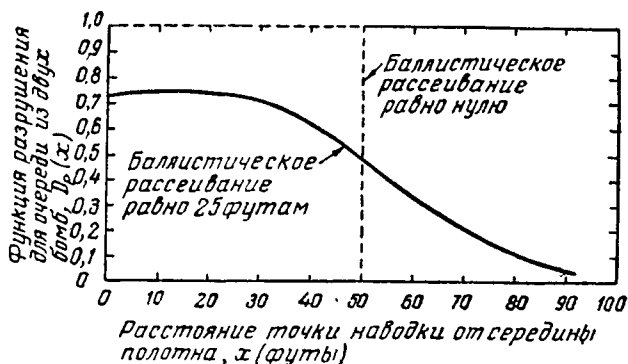


Рис. VI.7. Функции разрушения для очереди из двух бомб (с учетом баллистического рассеивания).

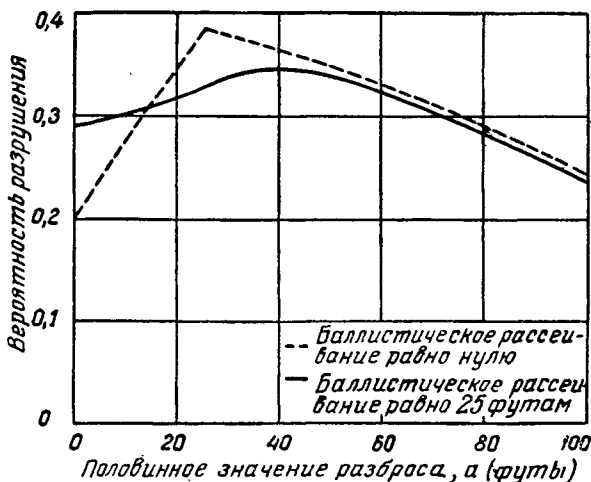


Рис. VI.8. Вероятность разрушения железнодорожного полотна очередью из двух бомб в зависимости от разброса.

Вычисление этого интеграла лучше всего производить графически. Кривая $P(a)$ в зависимости от a тогда даст наилучшее значение a и соответствующую ему вероятность успеха. Такой график приведен на рис. 8 вместе с соответствующей пунктирной кривой

для случая отсутствия баллистического рассеивания. Из сопоставления кривых видно, что наличие баллистического рассеивания вызывает увеличение разброса с 50 до 85 футов (15—26 м) и уменьшение вероятности успеха с 0,38 до 0,34.

1. Приближенное решение для больших величин рассеивания

Приведенный в предыдущем параграфе метод подсчета оказывается весьма трудоемким для больших величин рассеивания, в особенности в том случае, если заранее неизвестно даже приблизительно оптимальное рассеивание. В этом разделе рассмотрим приближенное решение задачи, которое позволяет получать результат быстрее, в особенности в случае больших рассеиваний. Если необходимы более точные результаты, то приближенное решение может служить в качестве исходных данных для дальнейшего уточнения.

Поместим начало координат в центре фигуры искусственного рассеивания. Вследствие баллистического рассеивания существует вероятность, равная $\int f(x, y) dx dy$, что снаряд попадет в элемент поверхности $dx dy$. Интеграл

$$N = \iint f(x, y) dx dy \quad (20)$$

равен числу одновременно выпускаемых снарядов. Изменяя искусственное рассеивание, мы вызовем изменение вида функции $f(x, y)$. Наше упрощающее предположение будет заключаться в том, что изменением искусственного рассеивания можно произвольно менять $f(x, y)$, выполняя лишь одно условие, выражаемое уравнением (20). Мы можем назвать f «функцией плотности рассеивания».

Если поражаемая площадь цели равна L , то ожидаемое число убийных попаданий при условии, что середина цели имеет координаты x, y , будет равно $Lf(x, y)$. Приняв, что число убийных попаданий подчинено закону Пуассона, найдем, что вероятность хотя бы одного убийного попадания, и, следовательно, вероятность уничтожения цели равна

$$D(x, y) = 1 - e^{-Lf(x, y)}. \quad (21)$$

Мы примем это выражение за приближенное значение функции повреждения.

Согласно уравнению (10) полная вероятность уничтожения цели равна

$$P = \iint [1 - e^{-Lf(x, y)}] f_p(x, y) dx dy, \quad (22)$$

где f_p — плотность вероятности ошибок при наводке залпа с искусственным рассеиванием, обычно подчиняющаяся нормальному закону. Мы должны найти функцию $f(x, y)$, которая давала бы максимальное значение для P при условии выполнения уравне-

ния (20). Для нахождения максимума P рассмотрим влияние увеличения $f(x, y)$ на малую величину δ в точке x_1, y_1 и уменьшения ее на ту же величину δ в точке x_2, y_2 . Это, очевидно, не меняет величины N в (20) и меняет P на величину (с точностью до величин второго порядка малости)

$$[e^{-Lf(x_1, y_1)} f_p(x_1, y_1) - e^{-Lf(x_2, y_2)} f_p(x_2, y_2)] \delta dx dy.$$

Если ни $f(x_1, y_1)$, ни $f(x_2, y_2)$ не равны нулю [$f(x, y)$ не может быть отрицательной, но может быть равной нулю] и если

$$e^{-Lf(x_1, y_1)} f_p(x_1, y_1) > e^{-Lf(x_2, y_2)} f_p(x_2, y_2),$$

то P может быть увеличено при выборе положительной величины δ , если же

$$e^{-Lf(x_1, y_1)} f_p(x_1, y_1) < e^{-Lf(x_2, y_2)} f_p(x_2, y_2),$$

то P может быть увеличено при выборе отрицательной величины δ . Следовательно, для функции $f(x, y)$, которая делает P максимальным, мы должны иметь

$$e^{-Lf(x_1, y_1)} f_p(x_1, y_1) = e^{-Lf(x_2, y_2)} f_p(x_2, y_2)$$

для любой пары точек, в которых $f(x, y) > 0$. Очевидно, что для всех таких точек

$$e^{-Lf(x, y)} f_p(x, y) = \varphi_0, \quad (23)$$

где φ_0 — некоторая положительная постоянная.

Теперь положим, что в точке x_1, y_1 как и прежде $f(x, y) > 0$, а в точке x_3, y_3 $f(x, y) = 0$. Теперь мы уменьшаем $f(x_1, y_1)$ на малую величину δ (которая теперь должна быть положительной) и увеличиваем $f(x_3, y_3)$ на ту же величину; тогда P возрастет на величину

$$[f_p(x_3, y_3) - e^{-Lf(x_1, y_1)} f_p(x_1, y_1)] \delta dx dy = [f_p(x_3, y_3) - \varphi_0] \delta dx dy.$$

Эта величина положительна, если $f_p(x_3, y_3) > \varphi_0$. Стало быть $f(x, y)$ не должно исчезать иначе, чем при условии

$$f_p(x, y) \leq \varphi_0. \quad (24)$$

Из (23) и (24) мы находим наше решение

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{L} \ln \left[\frac{f_p(x, y)}{\varphi_0} \right], & f_p(x, y) > \varphi_0 \\ 0, & f_p(x, y) \leq \varphi_0. \end{cases} \quad (25)$$

Осталось только определить неизвестную постоянную φ_0 . Она выбирается из условия удовлетворения уравнения (20), т. е. так, чтобы

$$N = \frac{1}{L} \int_{f > \varphi_0} \ln \left[\frac{f(x, y)}{\varphi_0} \right] dx dy. \quad (26)$$

В некоторых случаях φ_0 можно определить аналитически; в других — ее приходится определять графически, откладывая интеграл правой части уравнения (26) в зависимости от φ_0 . Сравните этот подробный анализ с предварительным рассмотрением вопроса в § 2 гл. V.

Наиболее важным частным случаем этой задачи является тот, когда плотность вероятности ошибок наводки с искусственным рассеиванием, $f_p(x, y)$, есть нормальное распределение

$$f_p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} \right)}.$$

В этом случае уравнение (25) принимает вид

$$f(x, y) = \frac{1}{L} \left[-\ln(2\pi\sigma_x\sigma_y) - \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} \right) - \ln \varphi_0 \right]$$

в области, где эта функция положительна, и $f(x, y) = 0$ в остальных точках. Используя уравнение (26) для определения φ_0 , получим окончательно

$$f(x, y) = \frac{1}{L} \left[\sqrt{\frac{LN}{\pi\sigma_x\sigma_y}} - \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} \right) \right] \quad (27)$$

в области, где эта функция положительна, и $f(x, y) = 0$ в остальных точках. Таким образом, средняя плотность рассеивания должна быть сосредоточена вблизи максимума плотности вероятности наводки и должна спадать во все стороны по параболическому закону.

В одномерном случае соответствующее решение имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{L} \left[\left(\frac{3LN}{4\sqrt{2\sigma}} \right)^{2/3} - \frac{1}{2} \frac{x^2}{\sigma^2} \right]. \quad (28)$$

2. Пример применения приближенного метода

В качестве иллюстрации метода, описанного в предыдущем параграфе, решим задачу о выборе наилучшего искусственного рассеивания глубинных бомб. Предположим, что ошибки имеют круговое нормальное распределение, с $\sigma_x = \sigma_y = 300$ футов (91 м), и что глубинные бомбы, снабженные магнитными взрывателями, спускаются или сбрасываются с борта судна. Площадь поражения подводной лодки равна 10 000 квадратных футов (929 м²). При одной атаке сбрасывается 13 глубинных бомб.

Подставляя численные значения в уравнение (27), найдем

$$10^4 \bar{f} = 0,678 - \frac{r^2}{18 \times 10^4},$$

где $r^2 = x^2 + y^2$. Величина $\bar{f}$ падает до нуля при $r = 350$ футов (107 м), поэтому вся фигура искусственного рассеивания размещается внутри круга радиусом 350 футов. Число бомб, которое нужно уложить внутри круга радиусом r , равно

$$N_r = \int_0^r 2\pi r f dr = 2,13 \frac{r^2}{10^4} - 0,0873 \frac{r^4}{10^8}.$$

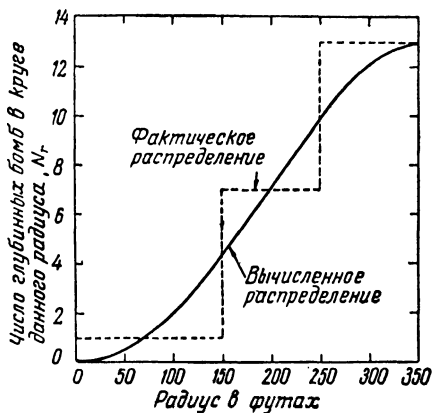


Рис. VI. 9. Число глубинных бомб внутри круга радиусом r для случая одновременного сброса 13 бомб.

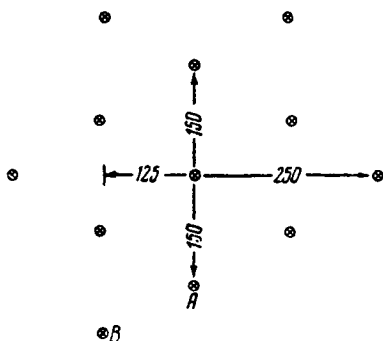


Рис. VI. 10. Возможное распределение глубинных бомб для максимальной вероятности поражения. Среднеквадратическая ошибка равна 300 футам (91, 4 м).

Эта функция приведена в виде графика на рис. 9. Чтобы приблизиться к виду этой функции, мы можем воспользоваться другой функцией, показанной пунктирной линией, которая получится, если мы расположим шесть бомб по кольцу радиусом 150 футов (45,7 м) вокруг одной центральной бомбы и еще 6 бомб по кольцу радиусом 250 футов (76,2 м). Если расположение на внутреннем кольце разумным образом сдвинуть относительно расположения на внешнем кольце, то получится фигура, показанная на рис. 10. (Следует заметить, что, исходя из практических требований к расположению приборов сбрасывания на борту судна, нужно несколько изменить эту фигуру. Если курс судна проходит через центр фигуры, то две бомбы, расположенные на 250 футов в стороны, следует заменить двумя бомбами, брошенными назад).

3. Оценка вероятности приближенным методом

Если подставить уравнение (25) в уравнение (22), найдем, что вероятность уничтожения цели равна

$$P = \iint [f(x, y) - \varphi_0] dx dy, \quad (29)$$

где интегриация производится по области, в которой $f > \varphi_0$. Если подставить уравнение (25) в уравнение (20), мы можем написать

$$NL = \iint [\ln f(x, y) - \ln \varphi_0] dx dy \quad (30)$$

(где используется та же область интегриации); мы получили два уравнения, из которых можно исключить φ_0 , чтобы получить уравнение, связывающее вероятность уничтожения цели P и число снарядов N . Это соотношение очень удобно для быстрой оценки вероятности уничтожения цели или для подсчета числа снарядов, необходимых для достижения заданной величины вероятности.

Рассмотрим подробно самый распространенный частный случай, когда ошибки наводки распределены по нормальному закону.

В одномерном случае

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x^2/2\sigma^2}$$

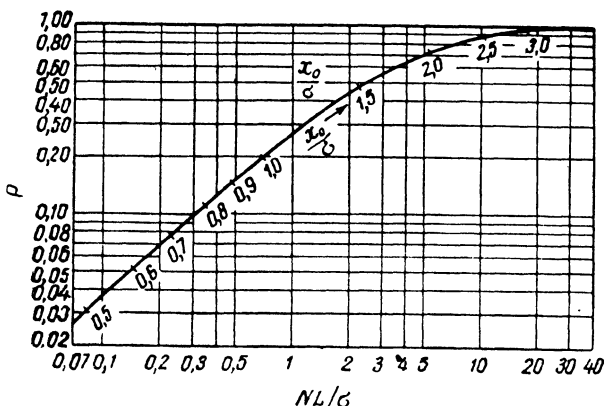


Рис. VI. 11. Вероятность уничтожения цели и величина разброса в зависимости от числа снарядов — одно покрытие цели.

легко показать, что для искусственного рассеивания, простирающегося от $-x_0$ до x_0 , уравнение (29) принимает вид

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x_0/\sigma}^{x_0/\sigma} e^{-u^2/2} du = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{x_0}{\sigma}\right) e^{-x_0^2/2\sigma^2}, \quad (31)$$

а уравнение (30) принимает вид

$$\frac{NL}{\sigma} = \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{x_0}{\sigma}\right)^3. \quad (32)$$

Если (x_0/σ) мало, P можно приближенно записать в виде

$$P \cong \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{x_0}{\sigma}\right)^3 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{NL}{\sigma}, \quad (33)$$

так что вероятность уничтожения цели становится пропорциональной числу снарядов. На рис. 11 приведен график точного значения зависимости P от (x_0/σ) и (NL/σ) .

В двухмерном случае

$$f = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)}$$

рассеивание простирается в области, в которой

$$\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right) < r_0^2,$$

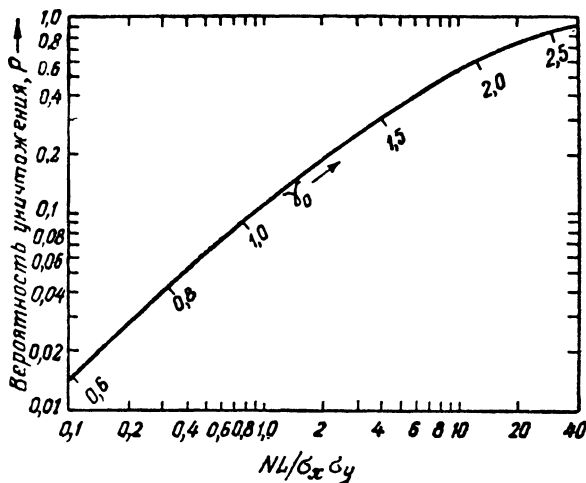


Рис. VI. 12. Вероятность уничтожения цели и величина разброса в зависимости от числа снарядов — два покрытия цели.

и уравнения для P и N принимают вид

$$P = 1 - \left(1 + \frac{1}{2} r_0^2\right) e^{-\left(r_0^2/2\right)}, \quad (34)$$

$$\frac{NL}{\sigma_x\sigma_y} = \frac{\pi}{4} r_0^4. \quad (35)$$

Если r_0 мало, P можно приближенно представить в виде

$$P \cong \frac{1}{8} r_0^4 = \frac{NL}{2\pi\sigma_x\sigma_y}, \quad (36)$$

так что вероятность уничтожения цели снова оказывается пропорциональной числу снарядов. Точная зависимость P от r_0 и $(NL/\sigma_x\sigma_y)$ приведена на рис. 12.

В качестве примера применения этих кривых найдем вероятность уничтожения цели для случая искусственного рассеивания

глубинных бомб, приведенного на рис. 10. Здесь $N=13$, $L=10\,000$ квадратных футов (930 м^2) и $\sigma_x=\sigma_y=300$ футов (91 м). Следовательно $(NL/\sigma_x\sigma_y)=1,44$. Для этой величины по кривой рис. 12 находим $r_0=1,2$ и $P=0,14$. Величина $r_0=1,2$ соответствует радиусу рассеяния 350 футов (107 м), определенному на рис. 9.

§ 4. МЕТОД ВЫБОРОЧНЫХ ПРОБ

Обсужденный в предыдущем параграфе метод дает возможность получать быстрые приближенные решения задач, связанных с искусственным рассеиванием, но его приближенный характер не позволяет применять его в тех случаях, когда требуется высокая точность. Поскольку точные аналитические решения обычно оказываются слишком трудоемкими и даже невыполнимыми, мы приведем ниже другой метод, который, в принципе, может дать любую степень точности и который в то же время позволяет находить приближенные решения почти так же легко, как и предыдущий метод.

Метод использует выборочные испытания или пробы. Для пробы избирается некоторый вид искусственного рассеивания и посредством последовательных проб, производимых на бумаге, при учете результатов каждой из них производится вычисление вероятности уничтожения цели. При каждой пробе ошибки наводки, а также ошибки баллистического рассеивания выбираются случайным образом из специально подобранного множества ошибок наводки и баллистических ошибок. При каждой пробе определяется точка попадания и по ней степень повреждения цели. Ожидаемое повреждение цели для выбранного вида искусственного рассеивания находится усреднением результатов при большом числе проб. Повторяя те же вычисления для различных видов искусственного рассеивания, можно определить наилучший вид. В следующих параграфах мы рассмотрим способы проведения вычислений описанным методом.

1. Образование множества для выбора проб

В качестве основы для образования множества, из которого выбираются пробы, служит таблица случайных чисел. Такая таблица может быть составлена любым способом, который позволяет выбрать одно число из ряда: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, таким образом, чтобы вероятности выбора любого числа из десяти были бы одинаковы и выбор предыдущего числа никак не влиял бы на выбор последующего. Одним из возможных путей мог бы быть, например, такой: в урну опускают десять одинаковых перенумерованных шаров, вынимают наугад один, записывают в таблицу его номер, затем возвращают этот шар в урну, перемешивая шары перед следующим тиражом. Другим возможным путем мог бы быть такой: для выбора каждого случайного числа дважды бросают игральную кость, читают выпавшие в первый и во второй раз числа и по ним образуют случайное число в соответствии со следующей таблицей:

Первое бросание	Второе бросание					
	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	7	8	9	0	1	2
3	3	4	5	6	7	8
4	9	0	1	2	3	4
5	5	6	7	8	9	0
6	x	x	x	x	x	x

Если первое бросание дает 6, то кость бросается еще раз. Очевидно, что если кость симметричная, то выпадение любого числа из десяти равновероятно. (Следует заметить, что если бросаются одновременно две кости, то они должны быть перенумерованы так, чтобы не путать первое бросание со вторым).

Очень удобно также пользоваться готовыми таблицами случайных чисел, например, приведенной в конце этой книги, которые тщательно проверены на отсутствие закономерностей.

Итак, мы можем в качестве функции распределения F (определенной в гл. II) для стохастической величины x (например, баллистической ошибки), взять случайную последовательность чисел из таблицы (числа после запятой). Функциональная зависимость между x и F представляет собой при этом закон преобразования таблицы случайных чисел во множество для выборки проб.

Для иллюстрации рассмотрим образование нормального распределения. Функция распределения равна

$$F_n = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2\sigma^2} du.$$

Если мы возьмем первые пять чисел из таблицы I (в конце книги) в качестве значений F и воспользуемся таблицей V (в конце книги) для преобразования F_n в x , то получим следующие результаты:

(x/σ)	0,19	—1,13	0,36	—0,36	—0,36
F	0,57705	0,13094	0,60835	0,36014	0,35950

Продолжая этот процесс, можно получить таблицу случайных значений (x/σ) любого объема. Две такие таблицы приведены в конце книги. Таблица II содержит случайные углы в градусах, таблица III — величины, распределенные по нормальному закону.

2. Задача о попадании ракет

Рассмотрим следующую задачу: самолет стреляет ракетными снарядами по круглому артиллерийскому окопу, пикируя под углом 30° с дистанции 1500 м. Окоп артиллерийской позиции имеет ра-

диус R футов и считается разрушенным, если хотя бы одна из ракет попадает в него. Ракеты выпускаются с параллельных планок, расположенных симметрично относительно оси самолета и на расстоянии 10 футов (3 м) от нее. Ошибки наводки распределены нормально с $\sigma_x = \sigma_y = 10$ тысячных, баллистические ошибки также имеют нормальное распределение с $\sigma_x = \sigma_y = 5$ тысячных. Мы должны подсчитать вероятность уничтожения цели.

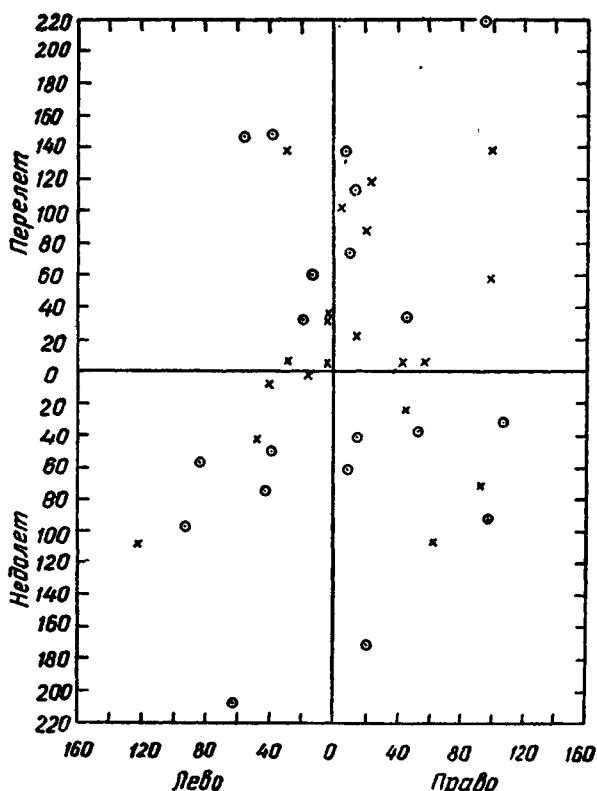


Рис. VI. 13. Картина распределения попаданий при пробных залпах двумя ракетами. Ближайшая к цели ракета из залпа отмечена крестиком, дальняя — кружком.

Сначала переведем угловые ошибки в линейные: на дистанции 1 500 м угловая ошибка в 10 тысячных дает линейную ошибку 15 м (или 45 футов), а угловая ошибка 5 тысячных — 22,5 фута (7 м). Таковы среднеквадратические ошибки в плоскости, перпендикулярной к траектории полета ракет. В плоскости земли ошибки по дальности возрастают пропорционально величине $\csc 30^\circ = 2$. Это увеличивает ошибки наводки до 90 футов (27 м), а баллистические ошибки до 45 футов (14 м). Таким образом, мы имеем следующие значения среднеквадратических ошибок:

ошибки наводки:

по дальности $\sigma_{xa} = 90$ футов (27 м);

по боковому отклонению $\sigma_{ya} = 45$ футов (14 м);

баллистические ошибки

по дальности $\sigma_{xb} = 45$ футов (14 м);

по боковому отклонению $\sigma_{yb} = 22,5$ футов (7 м).

Если x_1, y_1 — координаты точки падения правой ракеты, то

$$x_1 = x_a + x_{b1}, \quad y_1 = y_a + y_{b1} + 10,$$

где x_a, y_a суть ошибки наводки залпа, а x_{b1}, y_{b1} — баллистические ошибки ракеты; число 10 учитывает смещение пусковых планок относительно оси самолета. Координаты точки попадания левой ракеты:

$$x_2 = x_a + x_{b2}, \quad y_2 = y_a + y_{b2} - 10. \quad (38)$$

Таким образом для каждого залпа требуется шесть чисел $x_a, y_a, x_{b1}, y_{b1}, x_{b2}, y_{b2}$ из таблицы случайных чисел с нормальным распределением, о которой говорилось выше.

Таблица VI.1

Вычисление вероятности поражения методом выборочных проб

x_a	y_a	x_{b1}	y_{b1}	x_{b2}	y_{b2}	x_1	y_1	x_2	y_2	R	Ряд
72	7	-67	-20	-40	-15	5	-3	32	-18	6	1
-62	-27	21	-30	6	-45	-41	-47	-56	-82	62	11
34	33	-58	3	40	-12	-24	46	74	11	52	9
12	52	-61	-25	-6	15	-49	37	6	57	58	10
156	17	-37	-3	-18	1	119	24	138	8	122	16
-49	88	-22	-5	-48	14	-71	93	-97	92	117	15
-19	71	-12	26	24	-16	-31	107	5	45	45	8
-54	-54	47	5	-21	23	-7	-39	-75	-41	40	7
-143	-66	-64	-5	36	-45	-207	-61	-107	-121	162	19
-54	16	17	28	52	-21	-37	54	-2	-15	15	2
38	84	-131	5	21	26	-93	99	59	100	116	14
150	63	69	4	-11	47	219	77	139	100	172	20
60	-17	-23	6	0	14	37	-1	60	-13	37	6
5	-11	-46	17	27	18	-41	16	32	-3	32	5
123	-11	-35	22	25	-17	88	21	148	-38	90	12
-43	28	77	8	66	-4	34	46	23	14	27	3
-102	53	-4	1	-69	-21	-106	64	-171	22	124	17
45	11	58	-16	68	13	103	5	113	14	103	13
-17	-11	-43	10	24	-7	-60	9	7	-28	29	4
106	-14	41	-51	32	-5	147	-55	183	-29	141	18

Ход вычисления методом выборочных проб приведен в табл. VI.1. Показаны пробы для 20 залпов (несколько меньше, чем следует использовать в практических случаях). Первый столбец (x_a) получен умножением первых 20 чисел из таблицы III (в конце книги) на среднеквадратическую ошибку — 90 футов (27 м). Следующие

пять столбцов получены тем же путем из следующих серий по 20 чисел таблицы III с умножением их на соответствующие σ . Следующие четыре столбца получены применением уравнений (37) и (38).

На рис. 13 нанесены точки попаданий ракет. В каждом залпе точка попадания той ракеты, которая легла ближе к цели, отмечена крестиком, а той, которая легла дальше — кружком. Расстояние от цели до точки, отмеченной крестиком в каждом залпе, записано в одиннадцатом столбце табл. VI.1 (R). В последнем столбце залпы перенумерованы в порядке, соответствующем величине отклонений, — самое точное попадание — № 1, следующее — № 2 и т. д. Теперь нетрудно построить зависимость числа залпов, с хотя бы одним попаданием в цель от радиуса цели R . В результате мы полу-

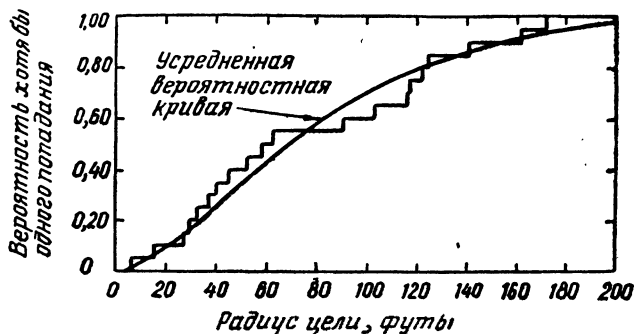


Рис. VI.14. Вероятность хотя бы одного попадания в зависимости от размеров цели для случая, приведенного на рис. VI.13.

чим ступенчатую кривую, приведенную на рис. 14. Эту кривую можно усреднить, как показано на том же рисунке.

Для оценки точности этой кривой мы можем подсчитать среднеквадратическую ошибку в вычислении величины P — вероятности хотя бы одного попадания. Если истинное значение для некоторого радиуса R есть P_0 , то среднеквадратическая ошибка величины P , полученной для n проб, равна

$$\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}.$$

Поскольку $P_0(1-P_0) \leq 1/4$, среднеквадратическая ошибка всегда меньше, чем $1/2\sqrt{n}$. Для нашего случая 20 проб эта величина равна 0,11. Ступенчатая кривая, в соответствии с ожиданием, не должна отходить от плавной кривой по оси P более, чем на 0,11. В действительности ступенчатая и плавная кривые на рис. 14 расходятся примерно на величину такого порядка. Сглаживание несомненно уменьшает величину ошибки, однако не представляется возможным оценить — насколько. Очевидно, что точность может быть повышена до любой степени увеличением числа проб, хотя с ростом их числа точность растет лишь весьма медленно.

3. Упрощения метода выборочных проб

Существует много упрощений и специальных приемов, облегчающих вычисления при работе методом выборочных проб. Обычно применимость их зависит от характера задачи и поэтому трудно дать общий метод их использования. Можно, например, определить функцию повреждения аналитически, но не производить заключительного интегрирования. Вместо него можно воспользоваться методом выборочных проб. В других случаях методом выборочных проб могут быть определены промежуточные вероятности, а окончательный результат получен аналитически. Нахождение подобных упрощений в работе зависит больше от способностей и изобретательности работника, чем от его знаний.

Весьма обычный прием использован в следующем примере: предположим, что нам необходимо точно определить вероятность поражения цели глубинными бомбами для случая, приведенного на рис. 10. Для проведения вычислений прямым способом по методу выборочных проб для каждой пробы требуется 29 случайных чисел: по два на каждую бомбу для значений баллистических ошибок, два для значения ошибок наводки и одно для расположения подлодки. Вычислительная работа может быть сокращена следующим образом: изготавливается основной чертеж для расположения глубинных бомб. Находятся десять значений баллистических ошибок для каждой бомбы и каждое из возможных положений всех бомб наносится на чертеж, причем для каждого случая применяются отдельные цвета или знаки. Например, вокруг точки A на рис. 10 (точка, в которую попадает бомба при отсутствии баллистических ошибок) окажется расположенным десять точек, которые мы обозначим $A_1 A_2 A_3 \dots A_{10}$; а вокруг точки B еще десять точек, обозначенных $B_1 B_2 B_3 \dots B_{10}$.

Когда эта работа окончена, следует нанести возможные положения и ориентации подлодки. Это может оказаться довольно сложным, если мы захотим принять в расчет способность подлодки маневрировать (например, в том случае, когда мы знаем положение и скорость подлодки в некоторый момент времени до сбрасывания бомб, но не знаем последующего ее маневра). В любом случае следует наносить с л у ч а й н ы е значения положений и ориентаций подлодки. Каждое возможное положение подлодки можно обследовать с помощью трафарета, изображающего поражаемую площадь подлодки (или, если быть придирчивым, контур равной вероятности уничтожения цели), и для каждого возможного положения подлодки можно найти вероятность уничтожения.

Например, когда трафарет изображает одно из возможных положений подлодки, оказывается, что 2 из 10 отметок вокруг точки A (например, A_3 и A_6) и 1 из 10 отметок вокруг точки B (например B_1) лежат в пределах поражаемой площади и, кроме них, других отметок там нет, то вероятность уничтожения цели определяется как

$$1 - \left(1 - \frac{2}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) = 0,28.$$

Если взять 100 положений подлосдки, то, усреднив полученные результаты, мы получим достаточно хорошее приближение для величины вероятности. Для всего вычисления требуется 560 случайных чисел, в то время как прямое вычисление 100 выборочных проб потребовало бы 2900 случайных чисел. Само собой разумеется, что следует строить и применять вспомогательные таблицы для сложных вероятностей комбинированных случайных событий.

4. Сбрасывание бомб сериями

Еще один пример применения метода выборочных проб мы получим, вычислив вероятность того, что серия бомб, сброшенная на цель, уничтожит ее. Примем, что баллистические ошибки (по дальности и по боковому отклонению) равны ошибкам наводки по боковому отклонению и половине величины ошибок наводки по дальности. Это несколько превышает обычно встречающиеся величины баллистических ошибок, но мы взяли их для контраста со случаем, рассмотренным нами выше, без баллистических ошибок.

Используя таблицу III (в конце книги), наносим на график средние точки попаданий для 25 залпов, беря по дальности вдвое больший масштаб, чем по боковому отклонению. Затем, снова применяя ту же таблицу III, мы делаем по 4 отметки вокруг каждой точки и получаем в результате 100 отметок для мест попадания бомб при 25 залпах по 4 бомбы каждый. Это показано на рис. 15. Каждое попадание отмечено пронумерованным кружком. Каждому залпу соответствуют 4 кружка, связанные между собой прямыми линиями и помеченные буквами от *a* до *y*. Поскольку баллистические ошибки велики, фигуры рассеивания отдельных залпов взаимно перекрываются.

Чтобы подсчитать вероятность попадания в цель данного размера и формы при сбрасывании бомб по 4 в залпе, мы накладываем на график контур цели, выполненный в том же масштабе, в котором отложены ошибки, смещенный своей серединой с точкой прицеливания и ориентированный в соответствии с направлением атаки самолета.

Простой подсчет числа отметок, которые попадают внутрь контура цели, дает число попаданий в цель при 25 атаках. Разделив это число на 25, получим вероятность попадания при одной атаке.

Некоторые попадания будут встречаться парой (или тройкой или четверкой) из одного залпа. Такие пары (тройки или четверки) нужно считать за одно попадание, если мы подсчитываем вероятность хотя бы одного попадания из залпа. С другой стороны, если целью является судно, вероятность потопления которого дается уравнением (2), то вероятность потопления судна одним залпом будет

$$S = \frac{1}{25} \{ n_1 D + n_2 [1 - (1 - D)^2] + n_3 [1 - (1 - D)^3] + n_4 [1 - (1 - D)^4] \},$$

где n_1 — число залпов, давших только одно попадание в цель, n_2 —

число залпов, давших два попадания, и т. д. Подсчет такого рода для цели, показанной на рис. 15 и помещенной в точку прицеливания, приведен в табл. VI.2 в столбце, обозначенном «нуль». К другим столбцам этой таблицы мы вернемся позже.

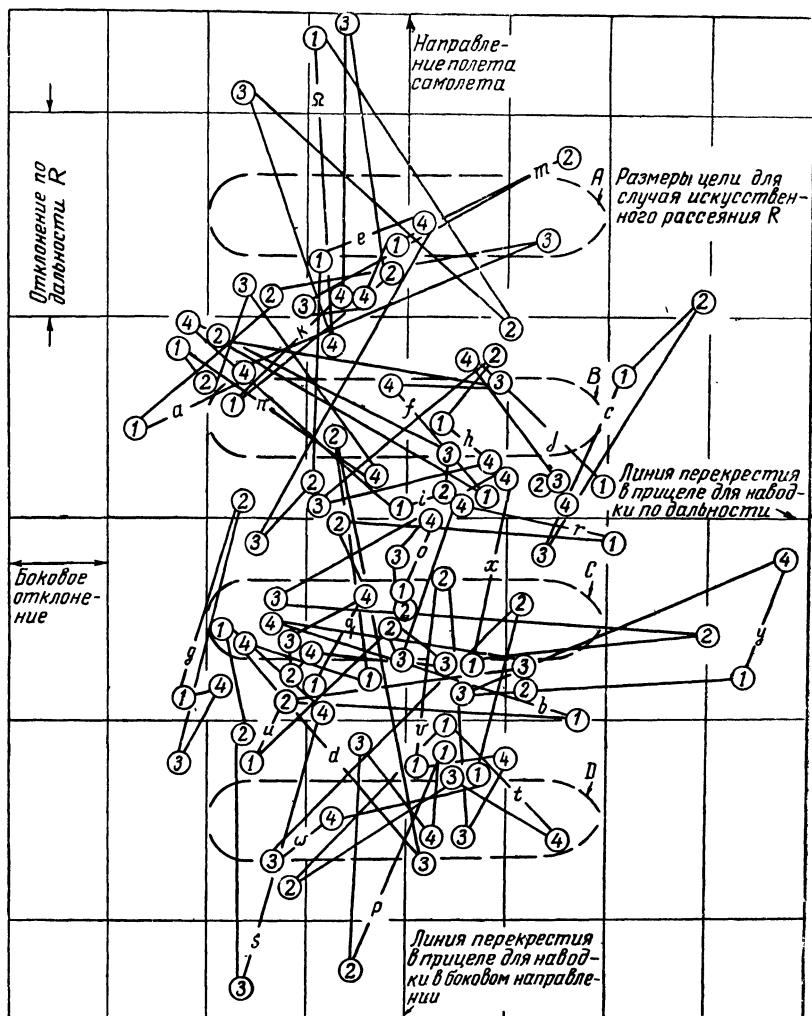


Рис. VI.15. Случайные залпы от а до у по 4 бомбы каждый. Баллистическая ошибка эквивалентна ошибке наводки в боковом отклонении и равна половине ошибки наводки по дальности R.

Чтобы использовать тот же чертеж для подсчетов в случае бомбометания сериями по четыре бомбы, мы можем сместить каждую отметку с номером 1 на 1,5 величины разброса бомб в очереди вниз, отметки с номером 3 на 0,5 вверх и с номером 4 на 1,5 вверх. Однако проще, не перерисовывая чертеж, нанести 4 контура цели,

как это показано на рисунке (A, B, C, D), смещенные на те же величины; затем мы будем подсчитывать число отметок с номером 1 внутри контура A , с номером 2 внутри контура B и т. д.

Мы могли бы, разумеется, считать отметки с номером 2 первыми в серии. В этом случае следовало бы подсчитывать число отметок с номером 2 внутри контура A и т. д.

Существует всего 24 способа, которыми можно распределить отметки (1, 2, 3, 4) по контурам (A, B, C, D); следовательно, можно, пользуясь одним и тем же чертежом, рассмотреть пробы, соответствующие $24 \times 25 = 600$ случаям. Все эти случаи не являются взаимозависимыми и результат, в среднем, не является таким точным, каким бы он был, если бы данные по 600 независимым залпам были нанесены, но все же и полученный результат будет меньше подвержен флуктуациям, чем тот, который был бы получен, если бы ограничились только подсчетом номеров 1-х в A , 2-х в B и т. д.

Правила для получения результата в данном случае сводятся к тому, чтобы записать все 24 перестановки и подсчитать, какой перестановке соответствует какой результат. Эти правила таковы:

1. Подсчитывают число отметок в каждом контуре из числа серий, которые дали попадания только в один контур (например, серия e дала попадание $e4$ только в контур A и больше ни в один контур; серия u дала попадания $u2$ и $u4$ только в контур C и больше ни в один контур). Обозначим это числом N_1 .

2. Подсчитывают число пар отметок, принадлежащих одной серии, одна из которых попала в один контур, а другая, в другой (например, очередь w дает $w2$ в контур C и $w4$ в контур D). Обозначим это числом N_{11} .

3. Подсчитывают число троек, принадлежащих одной серии, для которых две отметки лежат в одном контуре, а одна в другом. (Если бы $w3$ была слегка смещена вверх, она попала бы в D вместе с $w4$). Обозначим это числом N_{12} .

4. Подсчитывают число троек, принадлежащих одной серии, каждая отметка которой попала в различные контура ($d2$ в B , $d4$ в C , и $d3$ в D). Обозначим это числом N_{111} .

5. Продолжение этих определений до N_{22} , N_{1111} , и т. д. является теперь очевидным.

Теперь, пересчитывая 24 различные перестановки 1, 2, 3, 4, которые дают из вышеприведенных комбинаций одиночные, двойные и т. д. попадания приходят к следующим правилам. Из 600 проб очередей число их, дающих:

одно попадание, равно

$$n_1 = 6N_1 + 8N_{11} + 9N_{111} + 10N_{21} + 9N_{1111} + 10N_{211} + 12N_{31} + 8N_{22};$$

два попадания, равно

$$n_2 = 2N_{11} + 3N_{111} + 4N_{21} + 6N_{1111} + 4N_{211} + 6N_{31} + 8N_{22}; \quad (39)$$

три попадания, равно

$$n_3 = N_{111} + 2N_{211};$$

четыре попадания, равно

$$n_4 = N_{1111}.$$

В случае, приведенном на рис. 15, отметки в контурах расположены следующим образом;

A; a3; e4; m1;

B; d2; f3; f4; h1; j3; k1;

C; b4; d4; o1; o2; q3; q4; r3; s1; u2; u4; w2; x3;

D; d3; p4; t4; v3; w4.

Числа N , таким образом, равны

$$N_1 = 21; A - a, e, m; B - f(2); h, i, k; C - b, 0(2),$$

$$q(2), r, s, u(2), x; D - p, t, v$$

$$N_{11} = 1 \quad C; D - w;$$

$$N_{111} = 1 \quad B; C; D - d;$$

Т а б л и ц а VI.2

Вычисление вероятности при бомбометании сериями методом выборочных проб ($D = 0,5$)

Искусственное рассеивание	нуль	(R/2)	R
N_1 — число очередей с одним попаданием в один контур	—	17	21
N_{11} — число очередей с одним попаданием в каждый из двух контуров	—	3	1
N_{111} — число очередей с одним попаданием в каждый из трех контуров	—	1	1
N_{21} — число очередей с одним попаданием в один и двумя в другой контур	—	3	0
N_{31} — число очередей с одним попаданием в один и тремя в другой контур	—	1	0
N_0 — число залпов, давших одно попадание $n_1 = 6N_1 + 8N_{11} + 9N_{111} + 10N_{21} + 12N_{31}$	4	177	143
N_0 — число залпов, давших два попадания $n_2 = 2N_{11} + 3N_{111} + 4N_{21} + 6N_{31}$	6	27	5
N_0 — число залпов, давших три попадания $n_3 = N_{111}$	0	1	1
N — общее число очередей в расчете	25	600	600
ожидаемое число попаданий на залп (очередь) $(1/N)(n_1 + 2n_2 + 3n_3)$	0,640	0,390	0,260
ожидаемая доля залпов, дающих хотя бы одно попадание $= (1/N)(n_1 + n_2 + n_3)$	0,400	0,342	0,248
вероятность потопления судна $= (1/N)(0,5n_1 + 0,75n_2 + 0,875n_3)$	0,260	0,183	0,127

Эти числа занесены в табл. VI.2 в третьем столбце. Дальнейший ход вычислений очевиден. Другой подсчет был произведен для разброса бомб в серии, равном $0,5R$, и результат приведен во втором

столбце той же таблицы. Легко видеть, что при таком большом баллистическом рассеянии по сравнению с ошибками наводки лучше сбрасывать бомбы залпом, чем давать им искусственное рассеивание. Баллистическое рассеивание оказывается в этом случае достаточным и увеличивать его искусственно не следует.

Аналогичные подсчеты можно повторить, повернув контуры целей вокруг их центров, чтобы учесть влияние направления захода на цель на вероятность ее поражения. Если в этом случае контуры пересекутся, то отметки, попавшие на пересекающиеся участки, должны засчитываться для каждого контура отдельно. Такой же чертеж и тот же метод может применяться в случае серий из двух или трех бомб, при условии пересмотра уравнений (39).

ГЛАВА VII

ОПЫТНЫЕ ОПЕРАЦИИ С ИССЛЕДОВАНИЕМ ВОПРОСОВ ВООРУЖЕНИЯ И ТАКТИКИ

Во время войны меры эффективности различных типов вооружения должны обязательно определяться из опыта, полученного на поле боя, так как только в этом случае можно быть уверенным в достоверности данных о качествах вооружения перед лицом врага и только в этих условиях разработать тактику, практическая применимость и эффективность которой не вызывает сомнений. Постоянное пристальное изучение данных уже проведенных и проводимых операций является необходимой основой для суждения о том, приносят ли пользу (в смысле улучшения использования вооружения) изменения в методах обучения личного состава и требуют ли действия противника и изменения его тактики соответствующих ответных действий с нашей стороны.

Однако данные операций являются данными наблюдений, а не экспериментальными данными. Условия при этом не могут меняться по желанию, интересующие нас величины нельзя поддерживать постоянными, а результаты дают только суммарное значение эффективности, не давая обычно возможности выделить влияние отдельных подробностей применения тактики на общий ход событий. Проверка аналитически построенной теории эффективности данной тактики только по данным операций всегда недостаточно подробно и потому не позволяет проверить правильность тех или иных предпосылок теории. Для получения такого рода подробных подтверждений желательно, а иногда и необходимо независимое изменение отдельных параметров, что, однако, на поле боя противник не всегда позволяет сделать.

Для того, чтобы получить глубокое суждение о деталях данной операции в такой степени, чтобы быть в состоянии заранее менять тактику при изменении условий, необходимо дополнить данные боевых операций данными, полученными в результате специальных опытных операций, производимых со специальными частями войск и в строго определенных условиях. Эти дополнительные данные не могут ни в какой степени заменить данные операций, так как никогда нельзя быть уверенным в том, что предпримет противник, или в том, как наши войска покажут себя в условиях боя. Тем не менее подходящие опытные данные, полученные в стро-

го контролируемых условиях, приближающихся в достижимой степени к боевым условиям, могут оказать неоценимую помощь для понимания тех сложных взаимодействий между людьми и техникой, которые создаются даже в самых простых операциях. В мирное время эти данные являются единственно доступными, поэтому весьма важно принять все меры к тому, чтобы сбор экспериментальных данных производился очень тщательно.

Идея таких опытных операций, проводимых не только ради обучения войск, а в основном для получения подробных сведений о свойствах операции, является совершенно новой и способна принести важные результаты. Должным образом осуществленная, она позволит поддерживать и в мирное время вооруженные силы на уровне последних достижений техники и в случае новой войны позволит избежать непроизводительной траты сил и даже человеческих жизней на ликвидацию отсталости. Однако такого рода опытные операции не принесут никакой пользы, если их ставить и проводить как обычные тактические маневры; эти операции должны осуществляться по определенному замыслу и проводиться под наблюдением специалистов ученых, как строгий научный эксперимент. Здесь находит себе применение в мирное время наука исследования операций.

§ 1. ПЛАНИРОВАНИЕ ОПЫТНЫХ ОПЕРАЦИЙ

Осуществление опытных операций является грудной задачей вследствие большого количества переменных величин, которые нужно учитывать, но основные принципы здесь те же, что и при любом другом научном опыте. Целью опыта является получение ряда численных данных, представляющих зависимость эффективности от входящих в опыт переменных. Поведение этих переменных должно быть известно и они должны изменяться независимо, в течение опыта, насколько это возможно. Поскольку свойства операции зависят не только от технического оборудования, но и от людей, следует принимать в расчет степень обученности и тренировку личного состава. Так, например, в войсках следует возможно полнее и тщательнее определять и фиксировать состояние подготовленности боевых расчетов, чтобы точно учитывать степень их тренировки при смене. Определение степени обучения боевых расчетов нужно еще и для того, чтобы знать степень необходимой натренированности их для использования техники в реальных боевых действиях. Вопросы ремонта и профилактики материальной части также должны быть достаточно полно изучены, чтобы найти достаточно простые средства для определения степени исправности и качества технического состояния матчасти на всем протяжении опытной операции.

Поскольку в результате опыта должны быть получены данные о поведении как техники, так и людей, следует использовать средние по подготовленности боевые расчеты для всех видов вооружения, участвующего в операции. Ученый наблюдатель должен сосредоточиться на наблюдениях, не вмешиваясь в ход самой опера-

ции. Например, испытания зенитного прицела или ПУАЗО следует проводить с обычным расчетом и отдавать ему обычные уставные приказания. Нельзя при этом сообщать расчету какие бы то ни было сведения, которые личный состав расчета не может знать в боевых условиях, например — направление подхода самолета, участвующего в операции. Наблюдатели должны быть заняты фотографированием или записями поведения расчета и результатов стрельбы. В зоне проведения опыта может присутствовать много наблюдателей, но все они обязаны не участвовать в самом опыте.

1. Предварительные соображения

Еще одним важным требованием к постановке опыта является знание некоторых общих теоретических соображений о его проведении. Это требование является вполне естественным и обычным для любого опыта; никто не меряет вслепую все то, что можно измерить; обычно перед опытом располагают достаточными знаниями о воспроизводимом явлении для того, чтобы судить, какие величины являются критическими и какие малозначащими. Следует заранее знать источники наиболее серьезных ошибок и быть в состоянии обеспечить проведение опыта в наиболее интересных пределах изменения переменных. Вовсе не нужно, чтобы теория была полностью справедлива, так как она в данном случае служит только для ориентировки при планировании опыта. Если результаты опыта окажутся противоречащими предварительной теории, это может быть столь же ценно, как и результаты, согласные с теорией. Очень часто исследование причин расхождения данных опыта с теоретическими расчетами дает наиболее ценные сведения.

Во время хода испытаний нужно не только иметь достаточное количество наблюдателей, фиксирующих все необходимые текущие данные, но и достаточно вычислительных средств, чтобы результаты опыта обрабатывались как можно быстрее, еще в ходе самого испытания. Чрезвычайно нежелательно сделать все измерения без обработки их и распустить участников испытаний до того, как будут получены хотя бы предварительные результаты. Практически бывает неизбежна необходимость проведения некоторых дополнительных измерений; осуществить эти измерения нетрудно, пока испытания еще не закончены, но после их окончания дополнительные измерения можно осуществить только ценой весьма серьезных затруднений. Непрерывная обработка результатов, пусть даже приближенная, во-время укажет на недостаточность тех или иных измерений, на недостатки постановки опыта, подготовки расчета и т. д., а также укажет на расхождение результатов опыта с предварительной теорией так, что последняя может быть во-время пересмотрена и исправлена.

2. Предварительные записи

Из практики известно, что перед началом опытной операции, при составлении ее плана, следует подробно осветить следующие пять пунктов:

1. Предмет испытания.
2. Основание для производства испытаний.
3. Назначение и цель испытания.
4. Существующее положение и имеющиеся сведения.
5. План проведения испытания.

Пункты 1, 2, 3 по своему назначению очевидны. Если работа проводится с уже существующим вооружением, то к моменту испытаний должны иметься некоторые данные о его работе, собранные, например, лицами, ответственными за разработку и производство вооружения. Если вооружение является вновь разработанным, то разработчики должны располагать определенными соображениями и требованиями по его применению. Кроме того, должны иметься данные по отладочным и сдаточным испытаниям. Если боевая техника уже состояла на вооружении, то проведение испытаний с ней может быть вызвано либо новым тактическим применением, либо отрицательными отзывами о его качествах. Таким образом, в любом случае должны существовать некоторые данные о работе испытуемого вооружения, которые должны быть записаны в пункте 4. Упомянутый в пункте 5 план проведения испытаний требует некоторых пояснений.

3. План проведения испытаний

План проведения испытаний должен содержать подробный перечень путей и средств для достижения определенных результатов. Он содержит также перечень обязанностей различных наблюдателей, требований к их подготовке и т. д. В работах такого рода всегда следует стремиться собрать больше данных, чем это может вначале показаться необходимым. В основе регистрации данных должен лежать принцип записи фактов, а не впечатлений; следовательно, нужно возможно полнее использовать такие приборы, как секундомеры, дальномеры, термометры и т. д. Должны быть выявлены все недостатки испытуемого объекта. Это делается не для того, чтобы опорочить объект испытания, а с целью овладеть тактикой его использования.

Весьма большую пользу в испытаниях приносит широкое применение фото- и киносъемки, конечно, при условии правильного ее использования; так, если данные будут сниматься на киноплёнку, то при съемке необходимо записать такие сведения, как фокусное расстояние объектива, число кадров в секунду, угол возвышения камеры и т. п. Тридцать секунд демонстрации документального фильма о работе оборудования являются более убедительным доводом для командующих флотами, чем целые тома отчетов. Все эти обстоятельства, как и многие другие, должны быть продуманы заранее, с тем чтобы испытания проходили без задержек.

Опыт показывает, что сбор данных должен включать их обработку и анализ еще во время испытаний, даже если это требует работы отдельной группы, в задачу которой входят только записи, составление таблиц, подсчеты и построение диаграмм. При этом

техническому руководителю испытаний точно известно, верны ли и достаточны ли собранные данные и нужны ли дополнительные измерения, еще до того, как силы и средства, участвующие в проведении испытаний, будут распущены. Кроме того если при некоторых условиях получатся неожиданные результаты, то в этих условиях всегда можно во-время повторить опыт. Наконец, в плане должен быть учтен срок окончания работ. Выработанная в ходе испытаний временная инструкция или предварительный отчет могут помочь ускорить принятие необходимых решений командованием.

4. Существенные данные

Для отделения существенных данных от несущественных следует исходить из тактического назначения испытуемого объекта. Необходимо, чтобы в составе группы испытаний имелось хотя бы одно лицо, обладающее боевым опытом. Различие между важными и несущественными данными лучше всего выясняется на примерах.

При испытаниях нового авиационного прицела для стрельбы ракетами пилот на определенном самолете производит несколько сотен залпов по наземной мишени на протяжении нескольких недель. Дают ли результаты таких стрельб достаточно данных для суждения о боевых качествах нового прицела в реальных условиях? Повидимому, есть основания сомневаться в том, что полученные данные будут совпадать с результатами использования того же прицела в бою. В подобных условиях боевые данные о работе прицела должны быть получены от нескольких эскадрилий с различными типами самолетов. Стрельба при этом должна производиться по буксируемой мишени в море, чтобы предотвратить возможность поправки в наводке по местным предметам. Кроме того, стрельба должна вестись с различных направлений относительно ветра и продолжаться достаточно долго, чтобы включить влияние различных метеорологических условий. Иначе говоря, испытывая авиационный прицел, следует не упускать из вида, что тактически он используется каждый раз на одном, самое большее на двух заходах на цель.

Обработка данных опыта должна заканчиваться тактической оценкой объекта испытаний. Окончательная оценка авиационного прицела должна дать основания для решения вопроса о том, сколько самолетов потребуется для уничтожения данной цели. Обязанностью работника исследования операций является сбор сведений о дальнейшем боевом использовании прицела и подтверждение его оценки, если это возможно.

Иногда такого широкого круга данных не требуется. Рассмотрим стрельбу торпедами с эсминца и оценку качеств новой торпеды. Необходимые данные сравнения с другими типами торпед могут быть получены одним или двумя эсминцами. Поскольку ошибки наводки уже известны, из этих данных сразу можно сделать заключение об эффективности новой торпеды. Сказанное относится и к воздушным торпедам.

Особую осторожность следует проявлять при выборе существенных данных по работе радиолокационных или ультразвуковых установок. Качество работы ультразвуковых приборов, например, зависит от градиентов температуры среды, плотностей различных слоев, глубины и т. д. Работа радиолокатора зависит от наличия влаги в атмосфере, градиентов температуры и т. д. Следует принять меры к тому, чтобы правильно расценить полученные данные и при разработке тактики применения прибора учесть особенности его работы в различных условиях. На качество работы оказывают влияние не только поломки отдельных элементов этих устройств, но и условия их обслуживания и ремонта. Необходимо провести достаточно длительное испытание, чтобы в результате приборы оказались достаточно изношенными и даже подверглись поломкам по вине того персонала, который должен их обслуживать в бою. После ремонта следует вновь произвести испытание приборов в работе. Таким образом удастся установить размеры усилий, необходимых для поддержания приборов в боеспособном состоянии, а также оценить — окупает ли эти усилия та польза, которую данные приборы приносят.

5. Заключение

Данные по оценке тактических качеств испытанного оборудования, представленные в отчете, должны сопровождаться объяснениями и выводами. Командующий может не согласиться с выводами, если боевые условия его частей имеют отличия и особенности, однако и в этом случае выводы совместно с данными помогут ему найти правильное решение применительно к этим особым условиям.

§ 2. ИЗМЕРЕНИЯ ТОЧНОСТИ

Наиболее обычным вопросом в программе испытаний является определение точности того или иного вида оружия. К числу таких испытаний относятся, например, пробные стрельбы ракетами для определения ошибок наводки и баллистических ошибок, учебные стрельбы из пушек для нахождения ошибок орудия и решающего прибора, тренировочные атаки эсминцев на подводные лодки для измерения ошибок при сбрасывании глубинных бомб с применением различных тактических приемов атаки и различных типов решающих приборов, обеспечивающих атаку, и т. д. Во всех этих случаях имеется мишень, по которой ведется огонь, и искомая эффективность всегда выражается распределением попаданий вокруг мишени. Во многих случаях оказывается необходимым определить источник ошибок с целью улучшения точности огня.

Всегда, когда возможно (а это возможно не всегда), следует принимать меры для объективной фиксации положения точки попадания относительно мишени после каждого выстрела. Обычно это нелегко выполнить и требует привлечения сил специальных команд и средств специальных лабораторий. Иногда, как, например, при стрельбе по наземным целям, положение точек попадания мо-

жет быть измерено непосредственно после каждого залпа командой наблюдателей. Для стрельбы по надводным мишеням обычно применяется фотографическая регистрация. Разрывы зенитных снарядов также регистрируются фотоснимками. Для регистрации точности попаданий при подводной стрельбе иногда используются звуковые методы. Для получения результатов высокой точности обработка как фотографических, так и звуковых данных должна производиться весьма тщательно. Даже при прямых измерениях на местности иногда требуется внесение поправок на рельеф.

Чтобы разделить влияние ошибок наводки и баллистических ошибок, следует вести стрельбу залпами, хотя бы по два снаряда в залпе. В некоторых случаях число снарядов в залпе желательно увеличить, но обычно из соображений экономии это число не превышает двух. Стрельба залпами является абсолютно необходимой, кроме очень редких случаев, когда можно пренебречь либо ошибками наводки, либо — баллистическими.

При записи данных следует отмечать, какому залпу принадлежит данное попадание, что легко достигается посредством нумерации залпов. Само собой разумеется, что все существенные условия испытаний, такие, как тип мишени, погода, ветер, вид стрельбы и т. д., должны также регистрироваться.

1. Вычисление среднеквадратического отклонения

Первым шагом в обработке данных стрельбы является вычисление средней точки попадания (СТП) каждого залпа как среднего положения точек попадания (разрывов) в залпе. Распределение попаданий вокруг СТП, очевидно, не зависит от ошибок наводки и потому может быть использовано для подсчета величины баллистической ошибки. Баллистические ошибки почти всегда распределяются по нормальному закону (хотя и необязательно по круговому) и, как нетрудно показать, если ошибки распределены нормально вокруг точки наводки, то они распределены также нормально вокруг СТП, причем среднеквадратическое отклонение второго распределения меньше, чем первого в $\sqrt{(n-1)/n}$ раз, где n — число снарядов в залпе. Значение среднеквадратических отклонений баллистической ошибки по дальности и по боковому отклонению проще всего находится с помощью «вероятностной номограммы», которая представляет собой ортогональную сетку с линейным масштабом по одной оси и делениями, соответствующими значениям функции нормального распределения $F_n(x)$ (см. главу II) — по другой оси. При пользовании номограммой по оси с линейным масштабом наносится величина x , а по другой оси — в масштабе функций F_n — относительное количество отклонений переменной ξ с величинами меньше данной величины x . Если отклонения имеют нормальное распределение, то в результате получится прямая линия. Средняя величина будет соответствовать точке $F_n = 0,5000$, а среднеквадратичное отклонение — разности между этой величиной и величиной, соответствующей $F_n = 0,8413$.

График такого рода для разностей между каждой точкой попадания и СТП для соответствующего залпа показан на рис. 1. Этот график позволяет осуществить проверку соответствия нормальному закону, а также дает величину среднего (которое в данном случае, конечно, равно нулю) и среднеквадратического отклонений. Среднеквадратическая ошибка σ_b баллистического рассеивания относительно точки наводки, вместо СТП, находится умножением значения σ для СТП на $\sqrt{n/(n-1)}$.

Если нет возможности воспользоваться «вероятностной номограммой», то среднеквадратическое отклонение ошибок относительно СТП может быть подсчитано арифметически как корень квад-

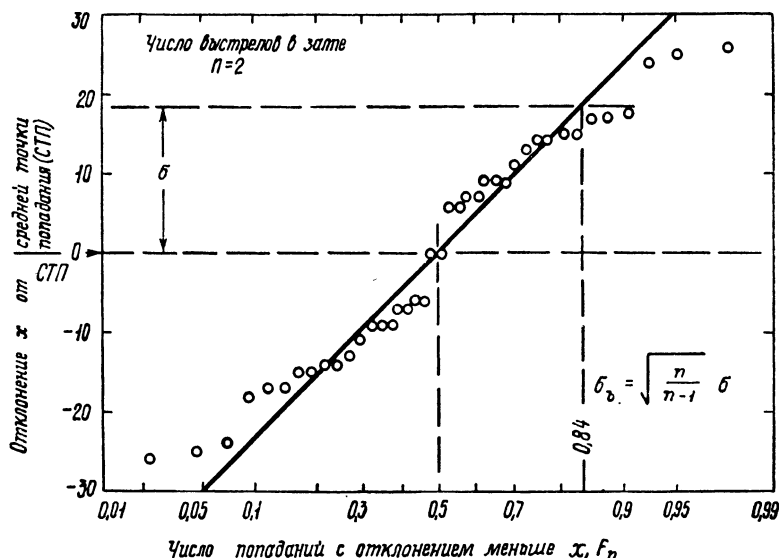


Рис. VII.1. Отклонение x от средней точки попадания (СТП),
 $\sigma = 18$, $\sigma_b = 18 \sqrt{2} = 25$.

ратный из среднего квадрата отклонений. Однако этот процесс весьма трудоемок и не дает проверки совпадения распределения с нормальным законом.

Когда найдено распределение баллистических ошибок, можно перейти к нахождению распределения ошибок наводки по распределению СТП залпов. Если и баллистические ошибки, и ошибки наводки распределены по нормальному закону, СТП также распределены нормально со среднеквадратическим отклонением, равным

$$\sigma_{\text{СТП}}^2 = \sigma_a^2 + \frac{1}{n} \sigma_b^2, \quad (1)$$

где σ_a — среднеквадратическое отклонение ошибки наводки, σ_b — баллистическая ошибка и n число снарядов в залпе. Величина $\sigma_{\text{СТП}}$ может быть определена с помощью «вероятностной номограммы» или же арифметически.

2. Пример

Ниже приведена таблица данных по 20 залпам из двух бомб каждый, для того, чтобы показать подробности вычислений. Величины x_1 и x_2 являются отклонениями по дальности в футах, при попадании бомб. В третьем столбце даны величины СТП, найденные как средние величины первых двух столбцов. В следующих двух столбцах содержатся отклонения от СТП точек попадания бомб. Сорок значений величины Δx , расположенных в восходящем порядке от -26 до $+26$, отложены на вероятностной номограмме, как показано на рис. 1; при этом нижней точкой служит $F_n = 1/41$, а верхней $F_n = 40/41$. Полученная кривая может считаться хорошим приближением к прямой

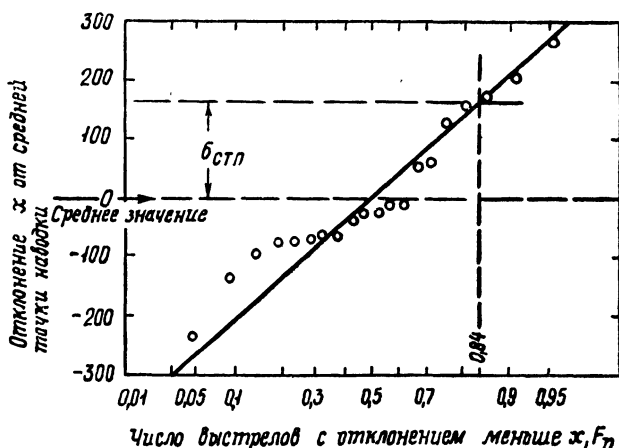


Рис. VII.2. Применение вероятностной номограммы. Распределение СТП, $\sigma = 161$.

линии для такого малого числа залпов. Примем это распределение за нормальное и проведем на глаз наилучшую прямую линию через нанесенные точки. По точкам $F_n = 0,5000$ и $F_n = 0,8413$ найдем величину σ , равную 18 футах (5,5 м). Поскольку $n=2$, среднеквадратическая баллистическая ошибка σ_b равна $18\sqrt{2} = 25$ футах (7,6 м). Распределение СТП нанесено на график рис. 2. Его также можно принять нормальным с $\sigma_{СТП} = 161$ футах (49 м). Следовательно,

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_{СТП}^2 - \frac{1}{2} \sigma_b^2} = 160 \text{ футов}$$

Аналогичные подсчеты могут быть проведены для ошибок по боковому отклонению.

Данные отклонений точек попаданий от точки наводки

Залп №	x_1	x_2	СТП	Δx_1	Δx_2	Залп №	x_1	x_2	СТП	Δx_1	Δx_2
1	-124	-142	-133	9	-9	11	-108	-78	-93	-15	15
2	-68	-82	-75	7	-7	12	48	82	65	-17	17
3	-52	-88	-70	18	-18	13	156	128	142	14	-14
4	184	162	173	11	-11	14	-38	-8	-23	-15	15
5	-220	-251	-237	17	-17	15	-52	-102	-77	25	-25
6	-42	-14	-28	-14	14	16	-90	-42	-66	-24	24
7	218	200	209	9	-9	17	-8	-60	-34	26	-26
8	-6	-20	-13	7	-7	18	-16	-4	-10	-6	6
9	-52	-78	-65	13	-13	19	66	48	57	9	-9
10	276	264	270	6	-6	20	154	154	154	0	0

§ 3. ОЦЕНКА ПРИБОРОВ ОБНАРУЖЕНИЯ

Обычные полевые испытания приборов обнаружения должны проводиться таким образом, чтобы в результате их была определена численная мера эффективности прибора в тех тактических условиях, в которых прибор будет применяться. Для многих приборов обнаружения единственной важной характеристикой является ширина полосы захвата, в которой обнаруживаются основные типы целей. Однако в ряде случаев этой характеристики оказывается недостаточно. Например, радиолокатор дальнего обнаружения должен не только вообще обнаруживать цель, но производить обнаружение на такой дальности, чтобы обеспечить своевременный перехват цели. В этом случае необходимо знать «кривую скрытности» или «сохранности» цели, т. е. вероятность подхода цели до данной дальности без обнаружения. Бывают случаи, когда необходимо определить точность прибора по дальности и угловым координатам.

1. Ширина полосы захвата

С теоретической точки зрения наиболее прямым методом определения ширины полосы захвата является прямое испытание. Для самолетного бортового радиолокатора такое испытание можно провести, заставив самолет пролететь расстояние L по площади A , на которой расположено n мишеней. Если расположение мишеней и путь полета выбраны случайно и если радиолокатор обнаружил по пути C мишеней, то искомая ширина полосы захвата W равна

$$W = \frac{CA}{nL}. \quad (2)$$

Однако практически очень трудно достичь действительно случайного расположения мишеней; кроме того, чтобы избежать трудностей обнаружения на краю зоны досягаемости радиолокатора, следует брать размеры площади A гораздо больше W . Чтобы умень-

шить влияние флуктуаций, приходится проводить очень много полетов. По причине указанных трудностей метод прямого испытания применяется очень редко.

Наиболее широко применяется метод оценки приборов обнаружения, который можно назвать методом распределения по дальности. При этом методе прибор приближается к цели (или цель приближается к прибору) и фиксируется дальность первого обнаружения. Из большого числа подобных испытаний строится кривая вероятности обнаружения в зависимости от дальности. Образец кривой такого рода приведен на рис. 3. Во многих, но отнюдь не во всех случаях вероятность обнаружения приближается к еди-

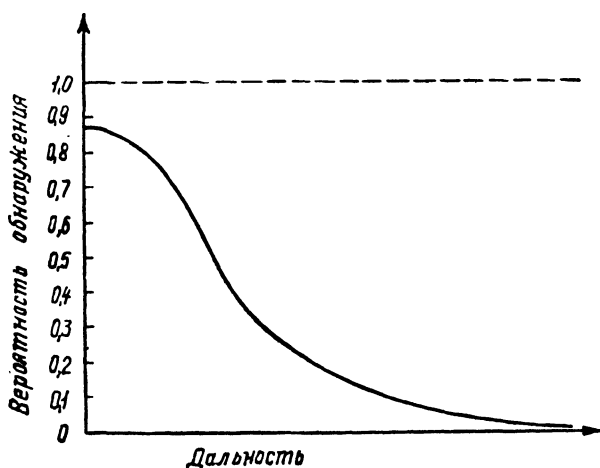


Рис. VII.3. Вероятность обнаружения в зависимости от дальности.

нице, когда дальность стремится к нулю. Единственной общей чертой для всех таких кривых является то, что вероятность монотонно падает с ростом дальности.

2. Ожидание обнаружения

Как было показано в гл. V, вероятность обнаружения связывается с «ожиданием обнаружения» ψ через соотношение

$$P = 1 - e^{-\psi}. \quad (3)$$

Зная зависимость P от дальности и воспользовавшись уравнением (3), можно построить график зависимости ψ от дальности. На рис. 4 приведен такой график, соответствующий кривой рис. 3. Когда дальность R приближается к нулю, P стремится к единице, а ψ — к бесконечности.

Отрицательная величина производной $f = -d\psi/dR$, снятая с кривой ψ от R , представляет собой элементарную вероятность обнаружения еще не обнаруженной цели в элементе дальности dR ,

отнесенную к dR . Эта величина является мерой способности прибора обнаруживать цель на данной дальности. Анализ поведения этой величины часто позволяет заметить «слабые места» прибора.

В реальных условиях цель очень редко движется прямо на прибор. Чаще всего курс цели представляет собой прямую линию, проходящую на случайном расстоянии от прибора. Если сделать сомнительное (хотя и неизбежное) предположение, что способность обнаружения ψ не зависит от азимута и ракурса цели, то можно определить вероятность обнаружения в зависимости от параметра

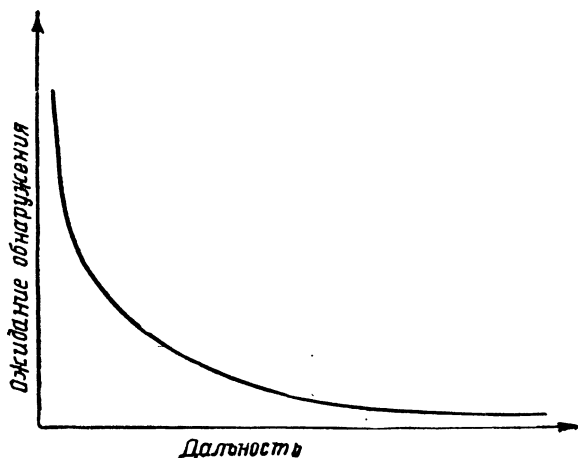


Рис. VII.4. Изменение ожидания обнаружения с дальностью. Если f есть наклон кривой, то $-fdR$ есть вероятность обнаружения цели между двумя значениями дальности R и $R + dR$.

курса цели. Если воспользоваться приближенной аналитической зависимостью f от R , то для курса цели с параметром x ожидание обнаружения выразится следующим интегралом:

$$\bar{\varphi}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\sqrt{x^2 + y^2}) dy, \quad (4)$$

а вероятность обнаружения как обычно будет равна

$$P(x) = 1 - e^{-\bar{\varphi}(x)}. \quad (5)$$

Если аналитическое выражение для f трудно найти или если трудно взять интеграл (4), то можно определить $\varphi(x)$ графически, построив серию кривых $f(\sqrt{x^2 + y^2})$ в зависимости от y и измерив их площади планиметром. Тогда можно подсчитать ширину полосы захвата по формуле

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} P(x) dx. \quad (6)$$

Можно учесть зависимость способности обнаружения от ракурса цели введением соответствующего множителя под знак интеграла. Весьма важно, конечно, так поставить опыт, чтобы выявить зависимость от ракурса.

§ 4. ПРОБЛЕМЫ «СКРЫТНОСТИ» ЦЕЛИ ПРИ ДЕЙСТВИЯХ АРТИЛЛЕРИИ

Задачи, формально аналогичные решавшейся выше, возникают при оценке артиллерийской стрельбы, в особенности стрельбы зенитной артиллерии. Для зенитной артиллерии наиболее важной мерой эффективности стрельбы является вероятность поражения самолета до того момента, как он вышел на цель для бомбежки. Подобные же ситуации возникают и в других случаях, когда основной задачей стрельбы является недопущение приближения противника.

1. Стрельба зенитной артиллерии

Оценка эффективности основывается на практических стрельбах по цели (или конусу), которая приближается к позиции батареи, применяя противозенитный маневр так, как это будет делать действительный противник. Стрельба ведется постоянным темпом на всем залете. Дальность каждого попадания (или разрыва снаряда с радиовзрывателем) фиксируется. Цель необязательно должна совпадать по размерам с самолетом противника, для которого измеряется эффективность стрельбы. Различие может быть учтено, если известно соотношение эффективных площадей цели и самолета. Следует провести ряд залетов, отличающихся высотой, скоростью, курсом и т. д., причем результаты каждого залета должны рассматриваться отдельно.

Следует регистрировать при каждом залете темп стрельбы и качество выстрелов (не разорвавшиеся, отклонившиеся снаряды), так как они могут меняться от залета к залету. При анализе результатов их следует приводить к нормальному темпу стрельбы и качеству выстрелов. Если при данном залете темп стрельбы составлял j часть от нормального, а качество выстрелов (отказы в действии) равнялось q от нормального количества отказов, то этому залету приписывался вес jq , т. е. считалось, что этот залет равноценен jq нормального залета.

Первым шагом в анализе результатов будет подсчет среднего числа попаданий на нормальный залет, полученных до подхода цели к данной дальности в зависимости от дальности стрельбы. Это удобно делать, расположив все попадания в порядке уменьшающейся дальности для всех залетов по сериям. Тогда частное от деления количества попаданий серий или серии на общее число нормальных залпов дает среднее число попаданий до подхода цели на данную дальность или на выбранную дальность. Результаты подсчетов откладываются на графике в зависимости от дальности и дают кривую о ж и д а н и я п о п а д а н и я для нормального залета.

2. Ожидание попадания

Кривая ожидания попадания аналогична кривой ожидания обнаружения. Ожидание попадания должно быть пропорционально темпу стрельбы и потому влияние изменения числа орудий или темпа стрельбы можно легко определить. Оно также прямо пропорционально качеству снарядов. Характер наклона этой кривой является мерой оценки качества стрельбы на данной дальности и потому может быть использован для обнаружения слабых мест при применяемом способе стрельбы. Кроме того, ожидание попаданий прямо пропорционально эффективной площади цели и, следовательно, кривая без труда может быть пересчитана с учебной на действительную цель.

Если ожидание попаданий равно E на дальности R , то вероятность того, что цель будет накрыта попаданиями до подхода к данной дальности, равна

$$P = 1 - e^{-E}. \quad (7)$$

Однако в большинстве случаев нас интересует не эта вероятность, а вероятность уничтожения цели. Для того, чтобы определить ее, необходимо воспользоваться коэффициентами повреждения D_n (гл. VI).

Вероятность n попаданий, если E — математическое ожидание, дается с достаточным приближением законом Пуассона:

$$P_n = \frac{E^n e^{-E}}{n!}.$$

Следовательно, вероятность уничтожения цели равна

$$P_D = \sum_n D_n \frac{E^n e^{-E}}{n!}. \quad (8)$$

Если коэффициенты D_n даны, можно вычислить P_D как функцию E раз навсегда и применять полученную кривую для пересчета ожидания попаданий в вероятность уничтожения цели. Если воспользоваться гипотезой «уязвимого места», то

$$1 - D_n = (1 - D)^n$$

и

$$P_D = 1 - e^{-DE}. \quad (9)$$

В последнем уравнении DE , очевидно, равно ожидаемому числу попаданий для уничтожения цели.

ГЛАВА VIII

ВОПРОСЫ ОРГАНИЗАЦИИ РАБОТЫ

Мы должны здесь вновь сослаться на первую фразу гл. I и еще раз подчеркнуть, что исследование операций является не только чисто исследовательской работой, оторванной от всего остального. Будучи составной частью организации операций, оно является мыслительным процессом организации операций, суммированием смысла данных перед принятием решения. Отдельное, независимое существование исследования операций было бы таким же неестественным явлением, как, например, существование лобных долей мозга без остальных частей тела.

Совершенно ясно, что вопросы, касающиеся организации группы, проводящей исследование операций и взаимоотношений этой группы с оперативной, командной группой организации операций совсем не очевидны и не просты. Хотя их уже касались в гл. I, еще раз обсудим более детально эти вопросы в настоящей главе. Ясно, что подробности таких вопросов в значительной мере зависят от рода организации, к которой они относятся, например, военной, промышленной или правительственной. В соответствии с этим принципы организации, имеющие всеобщее значение, могут быть обрисованы лишь в общих чертах и лишь на примерах показано их применение в некоторых конкретных случаях. Большая часть примеров взята из области военных применений по причине того, что в этой области накоплен более богатый опыт, а также и потому, что эта область продолжает сохранять большое значение.

Для разрешения организационных вопросов в течение второй мировой войны было затрачено много усилий как со стороны ученых, так и со стороны командиров. Потребовалось тщательное организационное планирование и подробное инструктирование сотрудников для того, чтобы стала возможной передача необходимой технической информации за пределы штабов без отмены соответствующих приказаний вышестоящими начальниками. Потребовалось провести большую разъяснительную работу, чтобы убедить командиров, ответственных за сохранение секретности, в том, что работникам групп исследования операций необходимо знать некоторые совершенно секретные данные, хотя эти работники занимаются только о б д у м ы в а н и е м этих данных. К концу войны большая часть подобных организационных вопросов была так или иначе ре-

шена. Были выработаны некоторые типы организационных форм и методов работы для различных видов исследований операций (таких, например, как сбор и обработка статистических данных по операциям, исследования в полевых условиях). В начале этой главы рассматриваются отдельные решения подобных вопросов и намечаются некоторые проблемы, заслуживающие особого внимания. Указываются различия и черты сходства между военными, промышленными и правительственными применениями исследования операций.

Важным требованием к работнику, приступающему к исследованию операций, является необходимость его знакомства с особенностями изучаемой операции лично и на месте. Для этого он должен побыть в полевых условиях — в зависимости от решаемой им задачи ему придется полетать на бомбардировщике, поездить в транспортном автомобиле, поработать оператором радиолокационной станции или же лично произвести покупки в магазине. Иногда такая работа в полевых условиях требует перемещений на большие расстояния и долгого пребывания в отрыве от основной группы исследователей. В таких случаях возникают и требуют разрешения новые вопросы организационного характера. Это в особенности относится к военным операциям, хотя касается и невоенных применений. Такие специальные вопросы разобраны § 2 настоящей главы.

§ 1. ОРГАНИЗАЦИЯ ГРУППЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЕННЫХ ОПЕРАЦИЙ

Многие правила, диктуемые необходимостью с точки зрения исследования операций, оказываются в прямом противоречии с давно существующими порядками командования войсками или управления промышленной организацией. Обычно в военных организациях полная информация об обстановке, ответственность за успех операции и полномочия командования сосредоточены в одних руках. Солдат, стоящий на нижней ступени этой организации, должен знать не больше, чем ему необходимо для того, чтобы выполнять свою задачу. Следовательно, полномочия и ответственность солдата находятся в соответствии с объемом известной ему информации. С другой стороны, высшее командование располагает всей информацией об обстановке и соответственно имеет больше полномочий и несет большую ответственность. Что же касается исследования операций, то в противоположность предыдущему, группа исследования операций должна иметь доступ к широкой информации и в то же время иметь очень мало полномочий и ответственности по ведению операций. Работники группы исследования операций должны размышлять над обстановкой объективно и беспристрастно, а это лучше всего достигается, если они освобождены от ответственности, связанной с изданием приказов.

Выводы работников группы исследования операций должны иметь форму рекомендации командиру крупным соединением, чтобы на основании выводов этой рекомендации командующий издавал приказы (если он найдет это нужным).

В военных организациях весьма четко выражена линия подчи-

нения, что связано с упомянутым выше принципом соответствия прав и ответственности, с одной стороны, и осведомленности — с другой. Для того, чтобы в напряженной боевой обстановке обеспечить нормальную деятельность, иерархия подчинения и ответственности должна быть построена очень четко. Каждый офицер несет ответственность только перед одним своим непосредственным начальником, а его подчиненные ответственны только перед ним; иначе неизбежно имели бы место столкновения противоречивых приказов и вся система организации распалась бы. Поскольку степень осведомленности совпадает со степенью ответственности и полномочий, естественно, что каналы передачи донесений и приказаний совпадают. Общий канал для передачи как приказаний, так и донесений вполне удовлетворяет всем требованиям до тех пор, пока донесения не носят слишком специализированный технический характер и не являются очень спешными. Если же сведения, передаваемые либо из подразделений в штаб, либо из штаба в подразделения, являются и спешными и сугубо техническими, то, как показывает опыт войны, обычные штабные каналы связи оказываются совершенно непригодными. Эти каналы слишком длинны и, кроме того, они обслуживаются лицами с малой технической подготовкой, а техническая информация, во избежание ее искажения, не может передаваться через посредство лиц, не знакомых с техникой в достаточной степени.

1. Необходимость связи с различными ступенями

Посмотрим теперь, как же отражается сказанное выше на организации группы исследования операций. В идеальном случае такая группа должна располагать всей возможной информацией по поводу изучаемой ею операции; результатами ее работы являются рекомендации по проведению операции во всех ее деталях от мелких подробностей, относящихся к ремонту матчасти и методам обучения личного состава, и до самых общих стратегических вопросов. Исходя из наличия иерархии прав, ответственности и осведомленности, результаты работы группы в зависимости от их характера должны передаваться в различные ступени военной организации.

Следовательно, группа должна иметь доступ к различным ступеням в последовательности командного подчинения. Кроме того, группа исследований не может работать в отрыве от прямого опыта. Повидимому, невозможно, и во всяком случае неразумно, было бы разместить группу в отдельной комнате или здании и ограничить ее связь с войсками только сообщением ей сведений, например в письменном виде. Чрезвычайно важной частью задач группы исследования операций является выявление и постановка подлежащих разрешению важных вопросов и задач, равно как и решение их. Для исследования операций, так же как и для других отраслей науки, справедливо утверждение, что правильная формулировка задачи часто требует более высоких способностей от ученого, чем решение задачи, уже сформулированной. Не следует ожидать, что

офицеры командного состава, имеющие низкую техническую подготовку и загруженные обязанностями и ответственностью управления войсками, смогут успешно выявить и сформулировать задачу для группы исследования операций; такое разделение труда весьма существенно снизило бы эффективность работы группы. Работник группы исследования операций должен сам быть достаточно близок к операции, чтобы быть в состоянии поставить и решить задачу.

Таким образом, как в интересах скорейшей постановки задач, так и в интересах быстрой внедрения результатов их решения необходимо, чтобы исследовательская группа имела прямой контакт с различными ступенями военной организации. Это неизбежно влечет за собой выход из обычных рамок военной иерархии. Опыт второй мировой войны показывает, что успешная работа групп исследования операций может протекать только посредством такого рода непосредственного общения. Следовательно, вопрос об обходе существующих каналов связи является основным для организации групп исследований как военных, так и невоенных операций. Можно сказать прямо, что без удовлетворительного решения этого вопроса как с точки зрения ученых, так и с точки зрения офицеров командования попытка организовать работу группы исследования операций явится лишь напрасной тратой времени для работников высокой квалификации.

2. Порядок прикомандирования

Совершенно ясно, что группа исследования операций должна быть прикомандирована к оперативному командованию. Военно-технические управления нуждаются также в помощи ученых для решения своих задач, тип которых в корне отличается от исследования операций. Работник группы исследования операций должен являться ученым советником боевых частей и ни в коем случае не скатываться до положения «продавца» от лабораторий или технических служб. Он должен быть способен беспристрастно оценить качества любого вооружения и выбрать наилучшее, а не то, которое рекомендуется какой-либо посторонней организацией. Весьма важно, чтобы не только сам работник группы чувствовал бы себя участником сражения (даже до такой степени, чтобы относиться с некоторым подозрением к посторонним организациям), но чтобы и командование относилось к нему как к участнику боев. Итак, группа исследования операций должна прикомандировываться непосредственно к оперативному командованию и должна сообщать свои результаты исследований и рекомендации командирам различных степеней, смотря по необходимости.

3. Подгруппы, работающие на местах

Из предыдущего ясно, что группа исследования операций прикомандировывается к высшему штабу, но при этом она поддерживает контакт с частями и подразделениями, находящимися в боевых

условиях. В американском военном флоте группа в целом была прикомандирована к штабу главного командования флотом, а отдельные части этой группы по мере надобности прикомандировывались к офицерам нижестоящих штабов, занимавшихся планированием операций и оперативным командованием. Центральная группа действовала под контролем только штаба главного командования и сообщала результаты своей работы только по указаниям этого штаба. Подгруппы, однако, прикомандированные к штабам различных флотов (фронтов), действовали и сообщали свои результаты под контролем этих штабов. Так, осуществлялся контакт с различными ступенями военной иерархии.

Взаимная связь подгрупп и связь их с центральной группой проводилась непосредственно с ведома и одобрения всех заинтересованных штабов и поддерживалась весьма тесно. К концу войны установился порядок проведения дважды в месяц регулярных совещаний по телеграфу между центральной группой и подгруппами, расположенными в Пирл Харбор, что принесло заметное улучшение в связи между группами. Официальные отчеты центральной группы рассылались подгруппам только после их одобрения штабом главного командования; аналогично, отчеты подгрупп посылались центральной группе только с одобрения командующего флотом (фронтом). Использовалась также и неофициальная связь, однако ею пользовались только для сообщения фактов, а не личных мнений или слухов. Информация, полученная неофициальными путями, не распространялась за пределы группы до получения на это разрешения от лица, явившегося источником этой информации. Таким образом, при известных навыках в работе группы можно было достаточно быстро получать необходимую техническую информацию, не загружая ею каналы командной связи.

В ходе работы оказалось весьма целесообразным менять местами работников центральной группы и подгрупп. Некоторые весьма полезные сведения при работе центральной группы имеют такой характер, что работник может получить их только «впитав» их на месте, в поле, на основе личных впечатлений. Работник центральной группы рискует потерять связь с реальной действительностью, если его время от времени не «посылать на фронт». Оптимальный срок для замены работников центральной группы и подгрупп составляет около полугода. Командующие офицеры часто возражают против такого рода замен, особенно если у них берут хорошего работника, однако, несмотря на это, замену следует производить ради поддержания качества и единообразия подготовки всех членов группы.

4. Отчеты и донесения

Продукцией группы исследования операций являются отчеты и донесения; в отчетах излагаются результаты основных исследований, а в донесениях — замечания и объяснения по поводу различных сторон военной обстановки и ее изменений, а также предложения по проведению тех или иных действий. Обычно отчеты исходят

от центральной группы, работники которой имеют достаточно времени и средств, чтобы проводить длительные исследовательские работы. Подгруппы на местах обычно занимаются больше применением результатов этих исследований и их продукцией чаще всего бывают более короткие сводки и донесения. Все эти материалы должны тщательно анализироваться с целью проверки их соответствия предыдущим отчетам и последним взглядам и выводам группы по данному вопросу; кроме того, следует проверять соответствие материалов отчетов общепринятым военным доктринам, причем не следует допускать излишней малообоснованной критики отдельных военных операций.

Говоря аллегорически, можно представить себе группу изолированной от военной организации полупроницаемой перегородкой*. Информация, касающаяся военных операций, проникает внутрь группы в точках ее соприкосновения со штабами и подразделениями.

Эта информация вызывает внутри группы ускоренное течение идей, суждений и предложений, которые, в конечном итоге, должны выйти за пределы группы. Только таким путем можно создать нужную атмосферу свободы мысли, без чего невозможен никакой прогресс науки.

Однако вследствие кардинальной разницы между военными порядками и методами научной работы следует все обсуждения, критику и предположения сохранять в н у т р и группы до тех пор, пока окончательные решения и взгляды не выкристаллизуются. Военная организация по своей природе чужда подобного рода свободных обсуждений и критики, поэтому широкое оповещение о ходе работы группы может вызвать лишь подозрительность и недоразумения. Следовательно, «полупроницаемая перегородка» должна обладать такими свойствами, чтобы давать выход за пределы группы т о л ь к о таких материалов, которые получили полное одобрение группы в целом на основе всех имеющихся к данному моменту сведений.

В соответствии со сказанным документы группы делятся на две категории: внутренние материалы—записки, представляющие собой изложение предварительных суждений и теорий, которые свободно циркулируют внутри группы и между подгруппами, но которые общаются остальной части военной организации лишь в особых случаях; отчеты и донесения, о которых говорилось выше, предназначены в первую очередь для использования в войсках. Отчеты и донесения должны быть тщательно отработаны и изданы и подвергнуты критике со стороны. Они должны отражать мнение всей группы в целом и не противоречить предыдущим отчетам (или же, если такое противоречие неизбежно, необходимо приложить обоснование изменения мнения группы по данному вопросу). Отчеты и донесе-

* «Полупроницаемой перегородкой» в физике называется слой твердого вещества, разделяющий два объема с различными растворами и обладающий тем свойством, что слой пропускает только одну компоненту раствора и задерживает другую; жидкость сквозь слой протекает, таким путем, лишь в одном направлении. (Прим. переводчика).

ния должны быть кратки и написаны так, чтобы их было легко читать и понимать офицерам командного состава. Эти офицеры, как правило, перегружены работой и не следует ожидать, что они будут в состоянии затратить много времени и внимания на чтение трудно написанного и плохо напечатанного отчета. Для того, чтобы сделать в отчетах для войск основные положения доклада легко усваиваемыми, а доводы — понятными, следует приложить со стороны работников группы максимум усилий. Весьма полезно для лучшего понимания деталей отчета делать в группе краткие устные сообщения по нему и подвергать обсуждению главные пункты.

5. Положение членов группы

Для того, чтобы подчеркнуть различие функций работника группы исследования операций и офицера командного состава, по опыту военного времени, лучше оставлять работников группы на положении гражданских лиц, по крайней мере в пределах континента США. Однако в войсках, находящихся за границей, для них обычно оказывается необходимым носить военную форму. Иногда работникам групп временно присваивались военные звания, достаточно высокие для того, чтобы они могли выполнять свои обязанности без затруднений. Однако присвоение временного воинского звания имеет свои недостатки, так как оно фиксирует работника на некоторой ступени военной иерархии и не позволяет ему сноситься с нижестоящими ступенями на равных правах. Иногда оказывалось возможным избежать присвоения звания и ввести для работников группы специальные знаки различия. При этом подчас возникали затруднения, так как доступ в штабы и в расположение частей был возможен только офицерам, а специальные знаки различия не всегда признавались равноценными воинскому званию.

Большая часть таких вопросов носит индивидуальный характер и на них нельзя заранее предусмотреть правильный ответ. В следующем параграфе мы приведем по этому поводу дополнительные подробности.

6. Особенности невоенных применений

Многие утверждения по поводу организационных вопросов, приведенные выше в этой главе и в гл. I, целиком относятся не только к военным, но и к невоенным применениям исследования операций. Так, например, вопрос об обходе официальных каналов связи стоит одинаково остро в любой большой организации, как военной, так и гражданской. Почти во всех задачах исследования операций (кроме самых простых) необходимо устанавливать контакт с различными ступенями организации. Группа должна поддерживать прямую связь с работниками, непосредственно выполняющими операцию, для того, чтобы точно установить характер возникающих при этом задач; одновременно для охвата общей постановки задачи в целом и для того, чтобы быть в курсе нужных решений, необходимо иметь

связь и с руководящими центрами организации. Во всех случаях весьма важно, чтобы группа работала непосредственно при руководящем центре организации, а не при какой-либо вспомогательной или параллельной исследовательской организации. Причины этого (изложенные выше в пункте 2 § 1 Порядок прикомандирования). одинаково важны как для военных, так и для невоенных организаций.

В невоенных применениях редко требуется разветвленная сеть подгрупп, как это имеет место в армейских условиях в период военных действий. Однако в отдельных случаях приходится временно прикомандировывать часть группы к местным предприятиям или центрам организации, подвергаемой изучению. В этих случаях имеют полную силу принципы, изложенные выше в пункте 3 § 1 (Подгруппы, работающие на местах). Все замечания о порядке отчетности и внутренних документах группы также в значительной мере остаются в силе, хотя для групп малого состава не имеет смысла придавать документации слишком строгий формальный характер.

7. Подбор и подготовка работников групп исследования операций

В настоящее время нельзя установить связи между успехами в области исследования операций и той научной специальностью, в которой работник получил подготовку и практику. Ни один университет не дает в настоящее время полной специальной подготовки по исследованию операций и работники для этой области обычно должны вербоваться из числа специалистов, обладающих научной подготовкой в других отраслях науки. Из опыта известно, что для работника исследования операций весьма важно иметь законченное высшее образование, ученую степень и опыт исследовательской работы. Пока еще не ясно, какая отрасль науки дает лучшую подготовку для таких работников; можно считать, что каждая отрасль науки находит свое применение и приносит пользу.

Наиболее ценными оказываются работники со специальной подготовкой в области физики, поскольку большая часть операций как военных, так и невоенных, включает в себя работу оборудования, основанного на физических законах. Оценка работы оборудования в большом числе случаев должна производиться людьми, сведущими в физике и электротехнике, которые могут также помочь правильно поставить необходимые эксперименты. Полезной оказывается в ряде случаев также подготовка в области химии, в особенности — физической химии. Особенно полезной является математическая подготовка, предпочтительно в области теории вероятностей (это, впрочем, не относится к обычному курсу статистики). Умение математиков думать отвлеченно является ценным качеством при аналитическом решении задачи, хотя обычно с точки зрения достижения результата, чисто практические вопросы более интересны чем абстрактная трактовка. В ряде случаев является ценной подготовка в области биологии, так как материалы исследования операций часто обладают качествами, присущими биологическим данным. В ря-

де случаев оказывается полезной подготовка в области психологии, а также экономики.

В настоящее время некоторые университеты вводят специальные курсы исследования операций. Очевидно, однако, что из университетского курса можно почерпнуть только самые общие сведения. Основные знания в области исследования операций работник может приобрести только на практической исследовательской работе, получив в университете лишь общую подготовку в направлении научных исследований. В соответствии с этим основная подготовка работника исследования операций должна заключаться в общей научной подготовке, в особенности в области научных исследований, хотя специальный вводный курс по исследованию операций и может принести пользу. Для завершения подготовки основным методом является «производственная практика». В большинстве случаев группа исследования операций имеет свою собственную программу подготовки новых работников, включающую проработку отчетов группы и выполнение специальных учебных заданий. Весьма важно, чтобы такая программа подготовки была составлена возможно раньше.

§ 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ В БОЕВЫХ УСЛОВИЯХ

Как уже указывалось выше, работа в полевых условиях составляет значительную часть деятельности группы исследования операций. В настоящем параграфе мы попытаемся описать и показать на примерах характер работ, проводимых в полевых условиях. Как и раньше, примеры будут взяты в основном из области военных применений, где имеется значительный опыт. В частности, воспользуемся примерами из опыта деятельности Группы Исследования Операций (ГИО), которая была прикомандирована к штабу командующего морскими силами США. Повидимому, однако, опыт работы этой группы имеет общее значение и с некоторыми поправками на обстановку его можно использовать в ряде других случаев.

Представители группы на местах призваны решать несколько задач: 1) оказать помощь в выполнении задачи тому подразделению, к которому они прикомандированы; 2) собрать нужные данные для работы центральной группы, которые другими путями получить было бы трудно; 3) дать возможность отдельным работникам группы практически освоиться с особенностями операции, что совершенно необходимо для того, чтобы избежать «подводных камней», на которые может наткнуться чистый теоретик.

Таким образом, становится ясной необходимость непрерывно иметь представителей группы на местах в течение всего времени работы группы.

1. Задания

Основные типы заданий, выполняемых группами исследования операций, действующими на периферии, могут быть классифицированы как: 1) связные, 2) штабные, 3) оперативные, 4) учебные, 5) опытно-оперативные, 6) опытные (по технике).

В боевых условиях необходима деятельность работников всех специальностей по упомянутым заданиям. В действительности редко случается, чтобы одним работником выполнялся только один тип заданий, каждая командировка работника группы предусматривает одновременное выполнение им нескольких заданий.

Задания по связи могут быть иллюстрированы работой представителей ГИО в Лондоне, основной задачей которых было обеспечить получение необходимых данных для работы центральной группы, а также для флота. Сведения получались как от английской группы исследований, так и непосредственно от английских вооруженных сил. Представители ГИО информировали также английские вооруженные силы о результатах работы американской центральной группы (в той степени, в какой это было разрешено морским командованием) и таким путем способствовали уменьшению параллелизма в исследовательской работе.

В случае штабного задания представители группы прикомандировываются непосредственно к штабу Командующего оперативным соединением, таким, как фронт, флот или район. В этом случае представители действуют самостоятельно как отдельная исследовательская группа, ставя задачи и находя их решения по указаниям командующего. Работа при штабе создает благоприятную обстановку для сбора и систематизации статистических данных по операциям, необходимых для центральной группы. Этот вид деятельности оказался весьма плодотворным и часто применялся при борьбе с подводными лодками в Атлантическом и в Тихом Океанах.

Показательным примером работы штабного характера была деятельность подгруппы в Пирл-Харбор, прикомандированной к командующему подводным флотом США в Тихом океане. Основная деятельность этой подгруппы протекала в штабе, и только по мере надобности работники группы принимали участие в операциях на местах.

При работе по заданиям штабного характера работникам группы приходится принимать участие в операциях для наблюдений за работой техники и ее использованием. Связь с личным составом нижестоящих штабов используется при этом для того, чтобы довести непосредственно до него ряд необходимых сведений. Представитель группы во флоте может затрачивать большую часть своего времени на посещение флотских баз, изучение местных данных, чтение лекций для личного состава, неофициальные разговоры для пополнения знаний о технических особенностях операции.

Чисто оперативные задания обычно весьма редки; наиболее близкими к этому типу были задания групп, работавших по эскорту с авианосцами, по патрулированию подлодок и по высадке десантов.

Учебные задания были также довольно редки, хотя и были проведены очень ценные работы этого рода в учебных центрах Лэнгли Филд в связи с работами по защите от подлодок и в Каноз — со вторым отделением воздушной службы флота. В ходе выполнения этих заданий было проведено изучение влияния обучения

операторов на качество их работы, с упором на возможные улучшения методов обучения. В учебных центрах часто оказывается возможным найти приближенные значения данных по операциям (которые не всегда можно получить в боевых условиях), посредством исследования учебной работы личного состава на данной операции. Например, данные по величинам ошибок при бомбометании с самолета могли быть собраны в достаточном для статистики количестве из результатов учебных тренировок, хотя те же данные по боевым операциям были скудны из-за плохой регистрации попаданий.

Примером осуществления опытно-оперативных заданий может служить деятельность представителей группы при отделении противолодочных разработок Атлантического флота — организации, которая занималась опытными работами по изучению технических устройств, предлагавшихся в области борьбы с подлодками. Здесь деятельность представителей группы по изучению результатов оперативных экспериментов принесла большую пользу. Подобную же работу проводила подгруппа, состоявшая при Армейском центре разработок по борьбе с подлодками. Как показал опыт второй мировой войны, представляется полезным постоянно держать одного или нескольких работников группы прикомандированными к учреждениям, занимающимся экспериментальными исследованиями вооружения. Этот род деятельности групп исследования операций со времени войны сильно вырос по объему и содержанию.

Шестой тип опытных заданий по технике, не является, строго говоря, типичным для исследования операций. Однако весьма часто работники группы приходится заниматься этими вопросами по различным причинам. Работа такого характера проводилась в широком масштабе в ряде мест.

Все шесть типов заданий могут быть слиты воедино. Работник, прикомандированный к флоту, в дополнение к штабным обязанностям может проводить наблюдения за операциями в полевых условиях и выполнять функции по связи местного штаба и центральной группы, может проводить изучение результатов обучения и иногда по согласованию с командованием проводить небольшие опыты.

Из шести перечисленных типов заданий наиболее эффективным с точки зрения пользы, приносимой командованию, и сбора информации для центральной группы является совмещение штабной и оперативной работ. Хотя каждый тип заданий, выполняемых группой исследования операций, приносит свою пользу, основной следует считать деятельность группы при командующем крупным соединением; этот тип работы, видимо, станет основным в будущей войне.

Примером, иллюстрирующим такую работу, может служить деятельность группы, прикомандированной к Тринидадскому сектору Карибского моря на ранней стадии борьбы с подводными лодками. Группа подчинялась непосредственно командующему сектором и была всегда в его распоряжении для консультаций при планировании операций или анализе их результатов. Фронт работ был настолько широк, что требовал от работников группы выполнения

в определенных размерах заданий всех шести типов. Близость подразделений давала возможность членам группы поддерживать с ними тесный контакт по проводимым операциям в боевых условиях. Изучение результатов тренировок проводилось в тех же подразделениях. Связная деятельность состояла как в отправке данных и запросов в Вашингтон, так и в разъяснении выработанных там решений личному составу флота. В отдельные периоды проводилась экспериментальная работа: так, например, изучался экспериментально вопрос о применениях немецкого разведывательного приемника и американского приемника для обнаружения немецких радиолокаторов.

Типы заданий для работы групп по невоенным применениям в значительной степени зависят от характера изучаемой операции. Например, изучение перевозок по железным дорогам может потребовать присутствия работников группы в пунктах отправки и получения грузов и работы штабного или связного типа в ряде местных контор изучаемой организации. Для больших торговых предприятий группа исследования операций будет вынуждена ограничиться работой учебного типа по изучению составных элементов операций в связи с обучением персонала предприятия.

2. Виды работ на местах

Работник группы исследования операций, командированный на места, встречается с необходимостью выполнять различные виды работ, которые можно разделить на следующие группы:

1) аналитическая, 2) статистическая, 3) связная, 4) экспериментальная, 5) воспитательная, 6) издательская.

Работа аналитического типа заключается в изучении операции (большой или малой) до ее проведения или же в ходе операции до получения конечных результатов ее проведения. Примеры такой работы многочисленны: постановка заградительных авиационных патрулей в районе Четвертого флота США для перехвата подлодок, изучение защитных маневров ухода от торпедной атаки Группой Исследования Операций в Тихом океане, и т. д.

Можно также изучать операцию, исследуя статистические данные о ее результатах. В качестве типичного примера применения статистических методов можно упомянуть исследования вероятности обнаружения в целях применения разведывательных приемников против радиолокаторов или сравнительное изучение числа потоплений торговых судов, идущих под эскортом или без него.

Связная работа уже упоминалась выше и вряд ли нуждается в дальнейших разъяснениях. Эта работа необходима и должна выполняться в некотором объеме в любом случае.

Некоторое количество экспериментальной работы всегда необходимо и должно быть свойственно работнику группы. Это не означает, что обязанностью исследователя является проектирование или разработка нового оборудования, но его работа может сыграть значительную роль в изучении применения нового вооруже-

ия или нового вида операции. Когда на вооружение поступает новый тип радиолокатора или бомбоприцела, первый экземпляр его желательно передать в подразделение, которое обслуживается группой исследования операций. Тогда применение нового прибора будет с первых шагов изучено научными методами и выработаны предложения, которые облегчат внедрение новых приборов в других воинских частях. Аналогично, если появляется новый прием проведения операций, как, например, применение осветительных ракет при ночной атаке самолетом подлодки или надводного судна, то и в этом случае представляется желательным испытание нового приема провести под тщательным контролем для того, чтобы своевременно устранить возможные недостатки метода и выработать соответствующие предложения.

Воспитательная сторона работы на местах распадается на две части: самообразование самого работника группы и освоение им методов проведения операций, а также инструктирование личного состава подразделений в той степени, в какой работник группы способен это выполнить. Первая часть—самообразование—имеет чрезвычайно важное значение для работы группы исследований и должна всячески поощряться. Успехи в исследовании операций могут быть достигнуты только при условии подробного практического знакомства работника с процессом и задачами проведения операции.

Воспитательная работа с личным составом, имеющим отношение к деятельности работника группы, включает в себя как проведение официальных занятий, так и неофициальные личные разъяснения. Для работника группы исследования операций необходимо быть всегда готовым прочесть лекцию или серию лекций личному составу боевых подразделений либо в учебном центре, либо в самом месте его работы. Работнику группы приходится в достаточной степени тесно общаться с личным составом как по специальным служебным, так и по общественным вопросам для того, чтобы иметь возможность неофициально их обсуждать и проводить необходимые разъяснения.

Работнику группы иногда приходится принимать участие в издании специальных журналов или бюллетеней, выпускаемых центральной группой, к которой он принадлежит. Примерами этого могут служить «Статистические итоги», выпускавшиеся Тринидадским сектором в Караибском море, «Бюллетень подводной службы», издававшийся командующим подводным флотом в Тихом океане и «Бюллетень противолодочной службы Седьмого флота». Деятельность представителей Группы исследования операций противолодочной службы сыграла значительную роль как при создании, так и в регулярном выпуске упомянутых изданий. Ценность этой работы заключается в том, что она позволяет ознакомить широкий круг читателей с результатами как аналитических, так и статистических исследований.

Работу группы исследования операций можно разделить по другому признаку на тактическую и стратегическую. Большая часть

этой работы во время войны (но отнюдь не вся она) была посвящена решению тактических задач. Однако в ряде случаев приходилось решать и чисто стратегические задачи. Так, например, работник ГИО в Аргентине работал над вопросом о распределении сил военных кораблей, эскортирующих караваны, работник ГИО в Лондоне решал задачи об оптимальных размерах караванов судов и об организации противолодочной кампании в Бискайском заливе.

3. Общие замечания

Нижеследующие замечания основываются на опыте работы ГИО в период войны. Не следует упускать из вида, что эти замечания в некоторых иных условиях могут потерять силу, хотя и не всегда.

Выбор части или соединения, к которому нужно прикомандировать вновь организованную подгруппу исследования операций или отдельного работника, зависит от многих факторов. В некоторых случаях основную роль играют доводы, не имеющие отношения к исследованию операций,— вопросы связи, возможности обучения и т. д. Выбор места прикомандирования для выполнения комбинированной штабной — оперативной работы требует особой тщательности. В равной мере должен быть осуществлен выбор района военных действий, соответствующий наибольшей интенсивности проведения изучаемой операции.

Следует помнить, что назначение может быть сделано только по прямой просьбе офицера, к которому прикомандировывается работник. Это требует некоторых приготовлений, официальных или неофициальных для того, чтобы заинтересованные лица были поставлены в известность о существовании и возможности использования группы исследования операций, а также о характере ее работы.

В соответствии с поставленными задачами желательно прикомандировывать работников группы к возможно более высокой инстанции. Это позволяет более широко использовать результаты исследовательской работы.

Отправляясь к месту назначения, работник группы должен захватить с собой тщательно подобранный набор необходимой для работы литературы. Обычно в распоряжении центральной группы имеется больше необходимых материалов, чем можно найти на месте. Эта библиотека должна систематически пополняться во время работы.

После прибытия к месту назначения работник группы приступает к работе над задачами, поставленными перед ним командующим, а также над теми задачами, которые он сам себе поставит. Окончательное решение об относительной важности задач и о порядке работы всегда принадлежит командующему. Работник группы должен договориться с командующим о допуске его ко всем материалам, которые имеют отношение к решаемым им задачам. Все результаты своей работы он докладывает тому же командующему и рассылает их только с его согласия. При этом, однако, должна

непрерывно поддерживаться его неофициальная связь с центральной ГИО, так как это совершенно необходимо для обмена идеями и информацией. Содержание такой неофициальной переписки доводится до сведения командующего, но только в порядке информации, а не для редактирования или цензуры.

Должна быть также предусмотрена возможность частых поездок по изучаемому району, а также поездок в место расположения центральной группы, не реже одного раза в шесть месяцев, для личного обмена информацией и идеями.

Работник группы обязан помнить, что его работа должна быть закончена возможно скорее. Привычка к месту и к обстановке не должна замедлять ход его работы и задерживать ее окончание. Нужно иметь в виду, что обстановка меняется непрерывно и работников ГИО целесообразно использовать только для решения наиболее важных задач. Количество этих работников ограничено и их силы нельзя тратить попусту.

В конечном итоге успех или неудача работы зависит от способностей и личных качеств самого работника, который должен обладать достаточной подготовкой в области физики, техники и математики, включая сюда и математическую статистику. Кроме того, работник группы должен быть достаточно знаком на практике с главными фазами исследуемой операции. Самым важным для работника является обладание личными качествами, которые позволяли бы ему успешно общаться с представителями личного состава всех степеней, от самого верха до самого низа, так как именно от этого в очень большой степени зависит успех его работы.

Случайная последовательность чисел

(заимствовано из книги Tippett, *Random Sampling Numbers*, Cambridge University Press, 1927), ссылки в § 1 гл. II, Табл. II.1 и § 4 гл. VI настоящей книги

57705	13094	60835	36014	35950	75626	90180	89489	50359	98156
71618	35193	42323	38612	03235	77367	28023	62721	97152	23640
73710	64560	25732	93857	73606	62046	54017	91319	03727	45005
70131	64559	93364	33749	66090	69759	22721	36524	16443	76193
16961	68008	63407	08921	31842	70600	23292	90567	86755	54159
53324	39848	72028	07721	22807	34829	12006	51850	01054	55930
43166	33851	25496	58577	41476	09655	44407	72675	10410	22229
26275	80586	83761	39303	74473	29974	68015	40277	55815	90984
05926	69939	58568	19302	78489	52490	09053	35850	32398	53650
66289	98351	27409	17068	14142	06538	69698	49007	23532	38896
35483	32673	64789	59201	75975	33690	45040	45744	93683	27307
09393	12949	78992	18688	55604	61708	87590	96911	60166	15298
30304	14644	67388	73449	80702	36074	10144	60456	97834	33252
55186	66887	75316	41734	11027	56365	76064	61446	05141	83928
64003	43042	73673	17033	34559	88288	18915	01484	42971	23435
20514	49110	21681	18664	73345	65421	84885	58127	84117	12627
00188	18170	32763	94722	02783	67798	74145	14569	48861	30367
55709	19187	50983	55024	54095	69184	26754	16211	09156	23333
86977	02464	98359	85143	29373	59886	21304	99988	01241	60360
31303	55739	38440	28594	96006	90654	37385	53211	34771	69359
11578	52992	78142	76086	69351	69921	03959	66049	65690	45320
93045	86513	25730	97570	07995	57959	76536	71359	53990	73195
93011	10480	30454	26292	0090	63609	56656	02834	56855	50876
42844	56437	19106	07120	29396	98462	84131	30962	16608	32627
52906	13647	58222	11851	17727	63578	50128	71712	70101	70556
09461	57910	45818	24806	25424	92500	97454	32388	46167	93500
99602	54062	96748	90506	38695	03289	01648	69834	55659	16023
69962	23767	45732	39116	02624	95414	93649	22686	26319	20078
31311	43191	91542	35745	36522	30781	56663	67117	05596	92740
27004	03283	78115	82713	56461	28838	07809	64571	68116	43583
65339	46250	18186	07938	62250	31502	60309	74417	30379	76145
93382	28366	61450	51275	7071	93655	23699	59729	24354	69477
05758	16074	74582	32203	59362	91757	82052	60805	51929	34027
00336	98951	80604	51925	98178	17901	85317	91288	13396	23426
88222	54686	49538	24693	40526	05558	09792	41101	59527	70231
98585	87615	22917	16837	74412	31648	65813	70855	25154	61461
52103	44968	99135	78155	79033	08183	90183	34523	06277	72870
91827	27709	58274	97412	62192	04408	57276	35855	08366	85109
07069	59560	01940	09892	96942	97706	72549	42280	46410	32961
13928	00799	87397	84299	34623	14925	83202	50674	19199	75530
66674	76151	84445	96036	48259	00994	07555	82548	10664	91269
99279	61716	86012	48472	12634	43496	32443	70353	89865	63191
24202	59298	51625	42687	93997	03051	66017	06433	65211	52786
94010	89923	71881	89434	32799	11444	47321	05789	61382	06016
60981	20327	64466	67912	04011	06864	35326	82795	41116	95670

85993	08367	49336	45915	25019	99343	78243	72801	24279	41276
92473	64742	94781	65421	65952	76178	37668	53493	62114	34825
75906	66400	01912	77234	77311					
98187	66808	01330	23430	93999	19748	59795	38219	49232	10148
13830	49703	12138	11171	14363	36708	24299	45132	92481	44499
					96428	85178	70368	91546	29881
50518	48680	87881	78118	88178	42829	18331	96411	21303	36397
85445	08606	40057	26616	25825	78388	21440	53420	31554	83349
19323	18011	62325	48154	15821					
10514	36580	21041	33802	53561	19268	73248	81305	07701	19415
55961	12790	66413	32462	27047	14078	90001	88821	56944	92014
					75825	16401	20301	70654	46231
29560	95580	08834	43767	15735	42705	14426	12088	90910	86701
37295	07771	01100	23449	30044	45709	49315	63916	59272	37804
20270	11113	74904	89595	22767					
03878	27161	62190	00088	79130	62509	19795	24528	56275	09077
73133	90578	95308	70756	90830	35964	55927	28935	99538	20821
					98225	46074	42975	90799	44421
56656	74058	79714	33580	49320	89995	68353	68290	92188	25552
28995	31970	39110	71164	74969	47202	12523	21637	51827	14084
83635	46160	46799	71120	63317					
91719	58831	70122	47229	59911	66414	93439	00550	65926	85223
60112	45549	23508	47961	96059	27671	90798	56370	22726	83527
					67780	99540	27914	23458	97548
90722	25293	85013	45087	20376	58418	91310	94209	07136	84089
17557	37568	04058	01851	88070	71261	27258	35317	04121	53460
30266	86373	19069	22246	62328					
78543	37058	89772	27159	46158	56061	65853	87865	01757	99359
20980	41329	04998	88478	94797	46275	81178	58592	93289	05065
					37907	60879	78292	48656	17171
76762	95282	46440	01328	66375	28329	81037	10070	56832	50895
23542	80262	02462	71287	29772	82877	17434	77931	56768	38316
99512	12069	49701	18345	72659					
67839	06339	28240	69027	11868	54306	49594	30946	56677	09312
64594	96862	16958	50558	89049	12803	54403	13160	62353	82501
					74173	40297	52041	19082	15843
59559	89230	39081	56032	50874	39539	89717	45036	60698	46286
42957	47491	28028	39521	07309	70937	18423	20323	97672	82885
69161	27766	43883	40266	38074					
19660	24412	57042	34137	91103	06256	41832	39121	94175	09627
17323	47446	61047	81370	31174	61618	92582	04569	28897	51244
					83223	23505	22187	44185	64919
85144	01109	14180	06475	51450	34877	69215	51377	86341	55073
14284	40876	42047	09332	02897	27107	96364	25416	66339	40116
99106	17378	20375	13116	01359					
48956	51457	41422	81782	98690	09312	15960	06929	96272	41919
02438	23725	55885	29126	88618	82501	62062	72868	49368	77275
					15843	33995	51332	53150	59071
10712	00829	08793	77802	39699	46286	11459	43599	73166	00626
94918	07866	19220	09379	71119	82885	43910	37202	21139	10557
37052	31862	96291	28953	97538					

Таблица II

Случайная последовательность углов от 0° до 359°

(выведено из табл. I, см. ссылки в § 1 гл. II и § 4 гл. VI настоящей книги).

143	243	012	184	359	243	015	343	094	312
307	034	083	125	211	051	160	036	115	106
001	218	004	325	211	168	164	307	346	144
070	002	130	191	106	322	043	087	317	268
044	095	032	335	319	089	245	350	246	078

158	205	135	171	219	191	159	110	154	297
348	272	049	126	040	347	083	316	118	104
258	058	288	103	106	091	062	191	159	007
205	299	359	311	089	071	333	012	328	342
057	018	012	135	061	037	202	213	289	035
250	267	280	277	051	031	274	083	164	299
313	294	074	120	178	000	323	028	027	060
270	164	359	035	073	317	212	076	288	288
262	304	115	213	223	103	251	182	087	065
059	329	103	102	133	156	098	275	345	055
115	254	186	070	306	272	178	337	252	316
336	048	101	147	343	174	165	269	111	270
179	018	323	319	202	109	022	134	318	032
081	331	049	352	112	303	248	170	177	313
169	309	142	346	270	210	227	206	272	114
315	232	104	263	275	204	001	221	114	026
354	200	251	146	173	007	293	302	180	119
149	319	337	052	187	002	071	115	253	056
003	328	246	036	052	092	069	339	077	031
303	030	263	334	244	045	343	149	277	253
242	018	083	287	284	112	064	144	031	000
094	130	193	090	225	110	347	041	290	023
139	127	285	333	266	117	319	010	155	062
093	032	012	274	261	069	125	262	018	277
096	001	194	342	275	159	269	122	170	247
025	045	186	225	323	055	255	156	080	345
061	180	010	089	286	235	356	147	020	332
316	045	303	262	107	077	012	194	323	292
183	241	323	358	071	118	232	156	290	009
225	296	166	279	061	133	268	121	261	118
088	342	170	055	319	293	262	234	226	128
091	096	098	082	008	079	219	092	008	033
272	025	248	325	144	348	296	006	088	340
034	002	186	278	086	192	023	053	010	221
108	021	101	102	199	027	323	163	106	156
009	050	164	342	063	059	184	323	090	040
067	011	062	066	258	142	222	116	231	266
111	089	170	303	252	104	007	256	278	018
269	260	262	156	127	036	262	329	159	026
149	136	357	259	214	055	280	295	292	258
116	278	343	011	126	246	232	161	137	041
051	334	017	019	338	286	120	173	116	025
106	273	192	042	114	130	246	011	134	280
210	290	120	213	332	349	339	164	030	167
085	030	343	219	116	094	275	235	032	035
216	316	037	309	166	244	272	262	279	023
291	309	017	278	171	273	121	174	218	170
258	174	143	027	341	237	272	197	163	175
144	117	220	102	116	075	136	324	232	303
194	277	259	000	185	120	211	242	124	137
246	007	036	159	320	168	133	083	280	188
276	028	140	120	079	164	219	078	350	287
037	127	293	299	089	184	254	339	151	279
171	222	341	123	191	353	037	271	204	082
014	274	159	056	250	159	359	183	204	150

Случайные отклонения, распределенные по нормальному закону

(На основе таблиц E. L. Dodd, *Bollettino di Matematica*, 1942) см. ур-ние (II 26) и § 4 гл. VI настоящей книги

x	x^2	x	x^2	x	x^2	x	x^2	x	x^2	$(\bar{x}^2)$
0,80	0,640	-0,69	0,476	0,38	0,144	0,13	0,017	1,73	2,993	0,75
-0,54	0,292	-0,21	0,044	-0,60	0,360	-1,59	2,528	-0,60	0,360	
0,42	0,176	1,67	2,789	0,67	0,449	0,06	0,004	1,37	1,877	
-0,48	0,230	-1,13	1,277	0,50	0,250	-0,19	0,036	1,18	1,392	
0,16	0,026	-0,61	0,372	0,74	0,548	1,16	1,346	0,37	0,137	
1,95	3,803	1,57	2,465	-1,19	1,416	-1,47	2,161	0,35	0,122	1,11
1,87	3,497	1,41	1,988	-0,37	0,137	-0,25	0,062	-0,25	0,063	
0,63	0,397	1,17	1,369	0,25	0,062	-0,24	0,058	-0,31	0,096	
-1,48	2,190	0,46	0,212	-1,28	1,638	-1,36	1,850	-0,83	0,689	
-0,49	0,240	-0,27	0,073	1,04	1,082	-1,41	1,988	0,38	0,144	
-2,92	8,526	1,53	2,341	-0,51	0,260	-1,02	1,040	-0,78	0,608	1,06
1,72	2,958	-0,08	0,006	1,29	1,664	-0,96	0,922	0,91	0,828	
-0,90	0,810	-1,75	3,063	0,15	0,023	-1,09	1,188	-0,12	0,014	
-0,24	0,058	1,16	1,346	0,21	0,044	-0,22	0,048	1,23	1,513	
0,24	0,058	0,16	0,026	0,28	0,078	0,75	0,563	0,96	0,922	
0,34	0,116	0,06	0,004	-0,72	0,518	0,44	0,194	-2,27	5,153	0,80
-0,88	0,774	0,14	0,020	0,89	0,792	-0,14	0,020	-0,39	0,152	
-1,07	1,145	0,54	0,292	-0,46	0,212	0,81	0,656	1,16	1,346	
0,47	0,221	-0,25	0,063	-0,01	0,000	0,59	0,348	0,56	0,314	
1,46	2,132	-1,53	2,341	1,51	2,280	0,54	0,292	0,71	0,504	
-0,67	0,449	-2,01	4,040	-0,52	0,270	0,67	0,449	0,05	0,003	1,07
0,61	0,372	-0,70	0,490	1,04	1,082	-2,01	4,040	-0,91	0,828	
1,15	1,322	2,08	4,326	0,60	0,360	0,81	0,656	-0,77	0,593	
-0,19	0,036	-0,95	0,903	0,56	0,314	-0,29	0,084	-0,22	0,048	
-0,90	0,810	1,93	3,725	-0,57	0,325	-0,61	0,372	-1,61	2,592	
-0,70	0,490	-0,97	0,941	1,36	1,850	-0,02	0,000	0,87	0,757	1,13
-0,36	0,130	1,38	1,904	-1,24	1,538	-0,68	0,462	-0,92	0,846	
0,05	0,003	-1,08	1,166	-0,49	0,240	-0,29	0,084	0,81	0,656	
0,56	0,314	0,45	0,202	-0,37	0,137	0,26	0,068	2,37	5,617	
1,28	1,638	1,25	1,563	1,34	1,796	0,83	0,689	-0,52	0,270	
-1,18	1,392	-0,28	0,078	-1,23	1,513	-0,91	0,828	0,31	0,096	1,13
-0,66	0,436	-0,08	0,006	-0,76	0,578	0,75	0,563	1,75	3,062	
-0,68	0,462	0,78	0,608	-0,96	0,922	0,15	0,023	1,78	3,168	
1,76	3,098	0,39	0,152	-0,74	0,548	0,57	0,325	-0,80	0,640	
-2,47	6,101	1,35	1,823	-0,33	0,109	1,66	2,756	0,75	0,562	
-0,32	0,102	-0,48	0,230	0,91	0,828	-1,99	3,960	-0,81	0,656	1,13
2,22	4,928	-0,22	0,048	-1,11	1,232	0,77	0,593	0,01	0,000	
0,02	0,000	-0,35	0,123	-1,06	1,124	0,19	0,036	-1,59	2,528	
-0,55	0,303	0,14	0,020	-1,12	1,254	0,28	0,078	0,00	0,000	
2,62	6,864	0,73	0,533	0,06	0,004	-0,40	0,160	1,13	1,277	

Для каждой группы из 25 или 50 отклонений среднее значение x равно нулю. Средне-квадратическое отклонение для каждой группы приведено в крайнем справа столбце. Для больших групп эта средняя величина стремится к единице.

Функция распределения по биномиальному закону

$F_b(s, n) = 1 - I_p(s+1, n-s)$. Вероятность s или меньшего числа успехов при n испытаниях; вероятность того, что потребуется больше, чем n испытаний для получения $s+1$ успехов; вероятность успеха при одном испытании равна p . [См. ур-ние (II.21) этой книги]

	$p=0,1$	$p=0,2$	$p=0,3$	$p=0,4$	$p=0,5$	$p=0,6$	$p=0,7$	$p=0,8$	$p=0,9$
$n=2, s=0$	0,8100	0,6400	0,4900	0,3600	0,2500	0,1600	0,0900	0,0400	0,0100
$s=1$	0,9900	0,9600	0,9100	0,8400	0,7500	0,6400	0,5100	0,3600	0,1900
$s=2$	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
$n=5, s=0$	0,5905	0,3277	0,1681	0,0778	0,0512	0,0102	0,0024	0,0003	0,0000
$s=1$	0,9185	0,7373	0,5282	0,3370	0,1875	0,0949	0,0347	0,0067	0,0005
$s=2$	0,9914	0,9421	0,8369	0,6826	0,5000	0,3174	0,1631	0,0579	0,0086
$s=3$	0,9995	0,9933	0,9692	0,9130	0,8125	0,6630	0,4718	0,2627	0,0815
$s=4$	1,0000	0,9997	0,9976	0,9893	0,9688	0,9222	0,8319	0,6723	0,4095
$s=5$	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
$n=10, s=0$	0,3487	0,1074	0,0282	0,0060	0,0010	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
$s=1$	0,7361	0,4068	0,1493	0,0464	0,0107	0,0017	0,0001	0,0000	0,0000
$s=2$	0,9293	0,6778	0,3828	0,1673	0,0547	0,0123	0,0016	0,0001	0,0000
$s=3$	0,9872	0,8791	0,6496	0,3823	0,1719	0,0548	0,0129	0,0012	0,0000
$s=4$	0,9990	0,9672	0,8497	0,6331	0,3770	0,1662	0,0463	0,0064	0,0001
$s=5$	0,9999	0,9936	0,9527	0,8338	0,6230	0,3669	0,1503	0,0328	0,0016
$s=6$	1,0000	0,9992	0,9394	0,8452	0,6281	0,3617	0,1504	0,0209	0,0018
$s=7$	1,0000	0,9999	0,9934	0,9377	0,8453	0,6172	0,3504	0,1209	0,0018
$s=8$	1,0000	1,0000	0,9999	0,9933	0,9393	0,8507	0,7307	0,5807	0,4095
$s=9$	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9990	0,9940	0,9718	0,8926	0,6513
$s=10$	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
$n=20, s=0$	0,1216	0,0115	0,0008	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$s=2$	0,6769	0,2161	0,0355	0,0036	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$s=4$	0,9568	0,6296	0,2375	0,0510	0,0059	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000
$s=6$	0,9976	0,9133	0,6080	0,2500	0,0577	0,0064	0,0003	0,0000	0,0000
$s=8$	0,9999	0,9900	0,8867	0,5956	0,2517	0,0565	0,0051	0,0001	0,0000
$s=10$	1,0000	0,9994	0,9329	0,7225	0,5381	0,2447	0,0480	0,0026	0,0000
$s=12$	1,0000	1,0000	0,9937	0,9790	0,8684	0,5841	0,2277	0,0321	0,0004
$s=14$	1,0000	1,0000	1,0000	0,9934	0,9793	0,8744	0,5336	0,1953	0,0113
$s=16$	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9937	0,9340	0,8929	0,5386	0,1330
$s=18$	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9995	0,9924	0,9308	0,6083
$s=20$	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
$n=50, s=0$	0,0052	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$s=5$	0,6161	0,0480	0,0007	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$s=10$	0,9906	0,5336	0,0789	0,0021	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$s=15$	1,0000	0,9592	0,5692	0,0955	0,0033	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$s=20$	1,0000	0,9997	0,9522	0,5610	0,1013	0,0034	0,0000	0,0000	0,0000
$s=25$	1,0000	1,0000	0,9991	0,9427	0,5561	0,0978	0,0024	0,0000	0,0000
$s=30$	1,0000	1,0000	1,0000	0,9936	0,9405	0,5535	0,0848	0,0009	0,0000
$s=35$	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9937	0,9460	0,5532	0,0607	0,0001
$s=40$	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9992	0,9593	0,5563	0,0245
$s=45$	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9993	0,9815	0,5688
$s=50$	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Функция распределения по нормальному закону

$$f_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(x^2/2)}; F_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-(u^2/2)} du. \text{ [См. ур-ние (II.24) этой книги]}$$

x	$f_n(x)$	$F_n(x)$	x	$f_n(x)$	$F_n(x)$
-4,0	0,0001	0,0000	0,0	0,3989	0,5000
-3,8	0,0003	0,0001	0,2	0,3910	0,5793
-3,6	0,0006	0,0002	0,4	0,3683	0,6554
-3,4	0,0012	0,0004	0,6	0,3332	0,7257
-3,2	0,0024	0,0007	0,8	0,2897	0,7881
-3,0	0,0044	0,0014	1,0	0,2420	0,8413
-2,8	0,0079	0,0026	1,2	0,1942	0,8847
-2,6	0,0136	0,0047	1,4	0,1497	0,9193
-2,4	0,0224	0,0082	1,6	0,1109	0,9452
-2,2	0,0355	0,0139	1,8	0,0790	0,9641
-2,0	0,0540	0,0228	2,0	0,0540	0,9772
-1,8	0,0790	0,0359	2,2	0,0355	0,9861
-1,6	0,1109	0,0548	2,4	0,0224	0,9918
-1,4	0,1497	0,0807	2,6	0,0136	0,9953
-1,2	0,1942	0,1151	2,8	0,0079	0,9974
-1,0	0,2420	0,1587	3,0	0,0044	0,9986
-0,8	0,2897	0,2119	3,2	0,0024	0,9993
-0,6	0,3332	0,2743	3,4	0,0012	0,9996
-0,4	0,3683	0,3446	3,6	0,0006	0,9998
-0,2	0,3910	0,4207	3,8	0,0003	0,9999
0,0	0,3989	0,5000	4,0	0,0001	1,0000

$F_n(x)$	x	$f_n(x)$	$F_n(x)$	x	$f_n(x)$	$F_n(x)$	x	$f_n(x)$
0,00	$-\infty$	0,0000	0,30	-0,525	0,3477	0,70	0,525	0,3477
0,02	-2,053	0,0486	0,32	-0,468	0,3576	0,72	0,583	0,3363
0,04	-1,742	0,0874	0,34	-0,412	0,3665	0,74	0,644	0,3242
0,06	-1,554	0,1193	0,36	-0,359	0,3741	0,76	0,707	0,3109
0,08	-1,405	0,1489	0,38	-0,306	0,3807	0,78	0,773	0,2900
0,10	-1,281	0,1754	0,40	-0,253	0,3862	0,80	0,842	0,2799
0,12	-1,175	0,1998	0,42	-0,202	0,3906	0,82	0,916	0,2620
0,14	-1,080	0,2227	0,44	-0,151	0,3943	0,84	0,995	0,2430
0,16	-0,995	0,2430	0,46	-0,101	0,3969	0,86	1,080	0,2227
0,18	-0,916	0,2620	0,48	-0,050	0,3933	0,88	1,175	0,1998
0,20	-0,842	0,2799	0,50	0,000	0,3989	0,90	1,281	0,1754
0,22	-0,773	0,2900	0,52	+0,050	0,3933	0,92	1,405	0,1489
0,24	-0,707	0,3109	0,54	0,101	0,3969	0,94	1,554	0,1193
0,26	-0,644	0,3242	0,56	0,151	0,3943	0,96	1,742	0,0874
0,28	-0,583	0,3363	0,58	0,202	0,3906	0,98	2,053	0,0486
0,30	-0,525	0,3477	0,60	0,253	0,3862	1,00	∞	0,0000
			0,62	0,306	0,3807			
			0,64	0,359	0,3741			
			0,66	0,412	0,3665			
			0,68	0,468	0,3576			
			0,70	0,525	0,3477			

Функция распределения по закону Пуассона

$$F_p(m, E) = \sum_{n=0}^m \frac{E^n}{n!} e^{-E} = \int_E^{\infty} \frac{x^m}{m!} e^{-x} dx. \text{ Вероятность того, что в интервале}$$

окажется m или менее точек, если ожидаемое число равно E . [См. ур-ние (II.30) этой книги]

	$E=0,1$	$E=0,2$	$E=0,3$	$E=0,4$	$E=0,5$	$E=0,6$	$E=0,7$	$E=0,8$	$E=0,9$
$m=0$	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4498	0,4066
1	0,9953	0,9325	0,9631	0,9385	0,9098	0,8781	0,8442	0,8038	0,7725
2	0,9998	0,9989	0,9964	0,9921	0,9856	0,9769	0,9659	0,9526	0,9371
3	1,0000	0,9999	0,9997	0,9992	0,9982	0,9966	0,9942	0,9909	0,9865
4	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9993	0,9996	0,9992	0,9986	0,9977
5		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9997
6				1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
7							1,0000	1,0000	1,0000

	$E=1,0$	$E=1,1$	$E=1,2$	$E=1,3$	$E=1,4$	$E=1,5$	$E=1,6$	$E=1,7$	$E=1,8$	$E=1,9$
$m=0$	0,3679	0,3329	0,3012	0,2725	0,2466	0,2231	0,2019	0,1827	0,1653	0,1496
1	0,7358	0,6990	0,6626	0,6268	0,5918	0,5578	0,5249	0,4932	0,4628	0,4337
2	0,9197	0,9004	0,8795	0,8571	0,8335	0,8088	0,7834	0,7572	0,7306	0,7037
3	0,9310	0,9743	0,9662	0,9569	0,9463	0,9344	0,9212	0,9068	0,8913	0,8747
4	0,9963	0,9946	0,9923	0,9893	0,9857	0,9814	0,9763	0,9704	0,9636	0,9559
5	0,9994	0,9990	0,9985	0,9978	0,9968	0,9955	0,9940	0,9920	0,9896	0,9868
6	0,9999	0,9999	0,9997	0,9996	0,9994	0,9991	0,9987	0,9981	0,9974	0,9966
7	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9998	0,9997	0,9996	0,9994	0,9992
8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9998
9				1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

	$E=2,0$	$E=2,1$	$E=2,2$	$E=2,3$	$E=2,4$	$E=2,5$	$E=2,6$	$E=2,7$	$E=2,8$	$E=2,9$
$m=0$	0,1353	0,1225	0,1108	0,1003	0,0907	0,0821	0,0743	0,0672	0,0608	0,0550
1	0,4060	0,3796	0,3546	0,3309	0,3084	0,2873	0,2674	0,2487	0,2311	0,2146
2	0,6767	0,6493	0,6227	0,5960	0,5697	0,5438	0,5184	0,4936	0,4695	0,4460
3	0,8571	0,8386	0,8194	0,7993	0,7787	0,7576	0,7360	0,7141	0,6919	0,6696
4	0,9473	0,9379	0,9275	0,9102	0,9041	0,8912	0,8774	0,8629	0,8477	0,8318
5	0,9834	0,9796	0,9751	0,9700	0,9643	0,9530	0,9510	0,9433	0,9349	0,9258
6	0,9955	0,9941	0,9925	0,9906	0,9884	0,9858	0,9828	0,9794	0,9756	0,9713
7	0,9989	0,9985	0,9980	0,9974	0,9967	0,9958	0,9947	0,9934	0,9919	0,9912
8	0,9993	0,9997	0,9995	0,9994	0,9991	0,9989	0,9985	0,9981	0,9976	0,9969
9	1,0000	0,9999	0,9999	0,9999	0,9998	0,9997	0,9996	0,9995	0,9993	0,9991
10	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9999	0,9998	0,9998
12		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
14						1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

	$E=3,0$	$E=3,2$	$E=3,4$	$E=3,6$	$E=3,8$	$E=4,0$	$E=4,2$	$E=4,4$	$E=4,6$	$E=4,8$
$m=0$	0,0498	0,0408	0,0334	0,0273	0,0224	0,0183	0,0150	0,0123	0,0101	0,0082
1	0,1991	0,1712	0,1468	0,1257	0,1074	0,0916	0,0780	0,0663	0,0563	0,0477
2	0,4232	0,3799	0,3397	0,3027	0,2689	0,2381	0,2102	0,1851	0,1626	0,1425
3	0,6472	0,6025	0,5584	0,5152	0,4735	0,4335	0,3954	0,3594	0,3257	0,2942
4	0,8153	0,7806	0,7442	0,7064	0,6678	0,6288	0,5898	0,5512	0,5132	0,4763
5	0,9161	0,8946	0,8705	0,8441	0,8156	0,7851	0,7531	0,7199	0,6858	0,6510
6	0,9665	0,9554	0,9421	0,9267	0,9091	0,8893	0,8675	0,8436	0,8180	0,7908
7	0,9881	0,9832	0,9769	0,9692	0,9599	0,9489	0,9361	0,9214	0,9050	0,8867
8	0,9962	0,9943	0,9917	0,9883	0,9840	0,9786	0,9721	0,9642	0,9549	0,9442
9	0,9939	0,9982	0,9973	0,9960	0,9942	0,9919	0,9889	0,9851	0,9805	0,9749
10	0,9997	0,9995	0,9992	0,9987	0,9981	0,9972	0,9959	0,9943	0,9922	0,9896
12	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9998	0,9997	0,9996	0,9993	0,9990	0,9986
14	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9999
16			1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
18								1,0000	1,0000	1,0000

	$E=5,0$	$E=5,2$	$E=5,4$	$E=5,6$	$E=5,8$	$E=6,0$	$E=6,5$	$E=7,0$	$E=7,5$	$E=8,0$
$m=0$	0,0067	0,0055	0,0045	0,0037	0,0030	0,0025	0,0015	0,0009	0,0006	0,0003
1	0,0404	0,0342	0,0289	0,0244	0,0206	0,0174	0,0113	0,0073	0,0047	0,0030
2	0,1247	0,1088	0,0948	0,0824	0,0715	0,0620	0,0430	0,0296	0,0203	0,0137
3	0,2650	0,2381	0,2133	0,1906	0,1700	0,1512	0,1118	0,0818	0,0591	0,0424
4	0,4405	0,4061	0,3733	0,3422	0,3127	0,2851	0,2237	0,1730	0,1321	0,0996
5	0,6160	0,5809	0,5461	0,5119	0,4783	0,4457	0,3690	0,3007	0,2414	0,1912
6	0,7622	0,7324	0,7017	0,6703	0,6384	0,6063	0,5265	0,4497	0,3782	0,3134
7	0,8666	0,8449	0,8217	0,7970	0,7710	0,7440	0,6728	0,5937	0,5246	0,4529
8	0,9319	0,9181	0,9027	0,8857	0,8672	0,8472	0,7916	0,7291	0,6620	0,5925
9	0,9682	0,9603	0,9512	0,9409	0,9292	0,9161	0,8774	0,8305	0,7764	0,7166
10	0,9863	0,9823	0,9775	0,9718	0,9651	0,9574	0,9332	0,9015	0,8622	0,8159
12	0,9980	0,9972	0,9962	0,9949	0,9932	0,9912	0,9840	0,9730	0,9573	0,9362
14	0,9998	0,9997	0,9995	0,9993	0,9990	0,9986	0,9970	0,9943	0,9897	0,9827
16	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9999	0,9993	0,9996	0,9993	0,9980	0,9963
18	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9997	0,9993
20			1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999
22							1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
24										1,0000

	$E=8,5$	$E=9,0$	$E=9,5$	$E=10$		$E=8,5$	$E=9,0$	$E=9,5$	$E=10$
$m=0$	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000	$m=10$	0,7634	0,7060	0,6453	0,5830
1	0,0019	0,0012	0,0008	0,0005	12	0,9091	0,8758	0,8364	0,7916
2	0,0093	0,0062	0,0042	0,0028	14	0,9726	0,9585	0,9400	0,9165
3	0,0301	0,0212	0,0149	0,0103	16	0,9934	0,9889	0,9823	0,9730
4	0,0744	0,0550	0,0403	0,0293	18	0,9937	0,9976	0,9957	0,9928
5	0,1496	0,1157	0,0885	0,0671	20	0,9993	0,9996	0,9991	0,9984
6	0,2562	0,2068	0,1650	0,1301	22	1,0000	0,9999	0,9999	0,9997
7	0,3856	0,3239	0,2687	0,2202	24	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
8	0,5231	0,4557	0,3918	0,3328	26		1,0000	1,0000	1,0000
9	0,6530	0,5874	0,5218	0,4579					

ЛИТЕРАТУРА

1. *Operational Research*, P. M. S. Blackett, *Advance of Science*, April 1948.
The Nature and Development of Operations Research, Charles Kittel, *Science* 105, 150 (1947).
Operational Research, Sir Charles Goodeve, *Nature*, 161, 377 (1948).
Operations Research—A. Scientific Basis for Executive Decisions, W. Horvath, *The American Statistician*, 2, No. 5, 6 (1948).
2. *The Causes of Evolution*, J. B. S. Haldane, Harper and Brothers, London, 1934.
3. *The Genetical Theory of Natural Selection*, R. A. Fisher, Clarendon Press, Oxford, 1930.
4. *Theory of Games and Economic Behavior*, John Von Neumann and Oskar Morgenstern, Princeton University Press, Princeton, 1944.
5. *Probability and Its Engineering Uses*, Thornton C. Fry, D. Van Nostrand and Co., New York, 1928.
6. *Tables of the Incomplete Beta-Function*, Karl Pearson, editor, University College, London, 1934.
7. *Handbook of Chemistry and Physics*, Charles D. Hodgman, editor, Chemical Rubber Publishing Co., Cleveland, 29th edition, 1945.
8. *Handbook of Mathematical Tables and Formulas*, compiled by Richard Stevens Burlington, Handbook Publishers, Sandusky, Ohio, 2d edition, 1940.
9. *Aircraft in Warfare; the Dawn of the Fourth Arm*, F. W. Lanchester, Constable and Co., London, 1916.
10. *A Quantitative Aspect of Combat*, B. O. Koopman, OEMsr-1007, Applied Mathematics Panel, Note 6, AMG-Columbia, August 1943, AMP-900-M2.
11. *Lecons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*, Vita Volterra, Gauthier-Villars et cie, Paris, 1931.
12. *Elements of Physical Biology*, Alfred J. Lotka, Williams and Wilkins Co., Baltimore, 1925.
13. *A Treatise on the Theory of Bessel Functions*, G. N. Watson, University Press, Cambridge, 2d edition, 1944.
14. *Random Sampling Numbers*, arranged by L. H. C. Tippett, Cambridge University Press, London, 1927.
15. E. L. Dodd, *Bollettino di Matematica*, 1942, pp 76-77.
16. *Analysis of Air Traffic at Kingsford-Smith Airport*, Mascot, Sydney.
17. Delays in the Flow of Air Traffic, *Journal of the Royal Aeronautical Society*, 1943, p. 51.
18. Operational Research into the Air Traffic Problem, *Journal of the Institute of Navigation*, 1, No. 4, 338-341.
19. *Statistical Methods in Research and Production*, O. L. Davies, Oliver & Boyd, London, 1947.
20. *Science at War*, J. G. Crowther, and R. Whiddington, H. M. Stationery Office, London, 1948.
21. Operational Analysis in Relation to Administration of Government-Sponsored Research, J. R. Loofbourrow, *Science*, 106, No. 2745, 113-117.
22. Science and Statecraft, Marshall H. Stone, *Science*, 105, No. 2733, May, 16, 1947.

23. The Role of Operations Research in the Navy, Jacinto Steinhardt, Jr., *United States Naval Institute Proceedings*, 72, 649 (1946).

24. Of Men and Machines, P. M. Morse, *The Technology Review*, 49, November 1946.

25. *Operational Research*, Robert Watson-Watt.

Operational Research in Peace, J. D. Bernal.

Operational Research in Social Medicine and Biology, F. A. E. Grew.

Operational Research and Strategic Planning, S. Zuckerman.

The Work of a Medical Research Section in the Field, W. C. Wilson.

The Contribution of Operational Research to the Army in War and Peace,

O. H. Wansborough-Jones.

Talks delivered before the British Association for the Advancement of Science, 1948.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Административные задачи 42, 43
- Акустическая торпеда — борьба с ней 204—206
- Аналитические методы 36, 141, 189, 288
- Английский 10-см радиолокатор 107
- Баллистика
 - ошибки 243, 246
 - подсчет среднеквадратических отклонений 269—272
- Биномиальное
 - распределение 65—73
 - функция 296
- Бомбы
 - глубинные 27, 131, 147, 241, 248
 - нагрузка на самолет 138
 - сбрасывание с самолетов против подлодок 131—133
- Бомбардировка
 - по площадям 56
 - с воздуха 56, 122, 131, 136, 229, 244, 258, 271
 - с искусственным рассеиванием 236—252
- Бомбометание
 - оценка качества обучения 136—140
 - оценка точности 56, 140, 229, 237
 - прицелы радиолокационные 135—136
 - точность, подсчет методом выборочных проб 252—262
- «Боркум» — немецкий разведывательный приемник 207
- Бюффона задача о бросании иглы 53—54
- «Ванц-1» — немецкий разведывательный приемник 207
- Вероятности теория
 - математическое ожидание 60—63
 - нормальное распределение 73—76
 - основные положения 44—64
 - «приемлемые» значения 84—86
 - пробы 84—94, 257
 - сложных событий 54—60
 - случайность 44
 - стандартное отклонение 60—63
 - функции распределения 52—54
- Вероятность
 - биномиальный закон 65—73
 - вычисление для бомбометания сериями 258—262
 - закон Пуассона 76—84
 - законы распределения 65—84
 - и уравнения Ланчестера 155—162
 - нормальный закон 73—76
 - оценка приближенными методами 249—252
 - плотность 49—52
 - попадания 189—190
 - сложных событий 54—60
 - теория 44—64
 - теория, функции распределения 52—54
 - условная 54—60
- Военнослужащие — взаимоотношения с группой исследования операций 279—280
- Воздушные силы — соотношение потерь 108—114
- Вооруженные силы — определение необходимых размеров 143—148
- Выборочные пробы
 - бомбометание сериями 258—262
 - для решения задач об искусственном рассеивании 252—262
 - задача о стрельбе ракетами 253—256
 - построение множеств для выборки 252—253

— упрощения 257—258
Высотомер—радиолокационный 131—135

Глубинные бомбы 131—133
— сбрасывание с самолета 27, 131, 147, 241, 248.

Данные, сбор 34

Движение транспорта 27, 222

Девиация, стандартная (среднеквадратическое отклонение) 62

Дивергенция (расходимость) 89

Документы группы исследования операций 281

Закон распределения

— биномиальный 65—73

нормальный 73—76

— Пуассона 76—84

— таблицы 295—299

Задачи о

— движении подлодок 173—179

— скорости реакции 172—179

Зенитная артиллерия

— борьба с самолетами с летчиками-смертниками 182—184

— вероятность уничтожения цели 189—193

— ожидание попаданий 276

— оценка эффективности 275

— прикрытие коммерческих судов 125—127

Игра — теория 45—46

Изменение обстановки

— в уравнениях Ланчестера 148—172

— потребность в вооруженных силах 143—148

— скорости реакции 172—179

— стратегической 143—179

Исследование операций

— группы 278

— история 24

— определение 21

— организация 40, 277, 284

— прикомандирование 280

Истребители — борьба американских и японских 109—110

История — исследования операций 24

Источник шума 205—206

Караваны судов 27, 111—114

— эскортирование 111—114, 143—147

Квадратичный закон — в уравнении Ланчестера 152, 158

Кинг Е. Дж. — адмирал 25

Коммерческие применения исследования операций 30, 42, 283

Контрмеры 141—142, 203—228

— вероятность успеха 212

— выбор из трех возможностей 221—222

— минимаксума принцип 219

— неопределенный случай 219—220

— непрерывные операции 216—218

— определенный случай 219

— отдельные операции 212

— правила выбора тактики 214—216

— против акустических торпед 204—205

— против радиолокаторов 206—208

— теоретический анализ 218—228

— эффективность 218

Концентрация — ее преимущества 149

Котелки — обеденные 26

Ланчестера уравнения 148—172

— анализ вероятности 155—162

— боевая сила 153—154

— квадратичный закон 152—153, 158—159

— концентрация средств 149

— линейный закон 150—151, 155—158

— минимаксума принцип 168, 169—172

обобщенные уравнения 162—172

— потери 163—164

— тактические и стратегические силы 167—168

— типичные решения 165—166

— уничтожение промышленности 166—167

Линейный закон — в уравнении Ланчестера 150—151, 155—158

Личный состав

— взаимоотношения 279

— подбор 40, 284

Магнитный обнаружитель самолетный 128—130

Маневр — влияние на защиту судна 182

Математическое ожидание 60—63

Максимин 219

Мера эффективности 31, 94—95

— вооружения 122—133

— для исследования операций 95—142

— измерение в хемибелах 95

— скорость поиска 95—108

- «Метокс» — немецкий разведывательный приемник 207
- Минимаксима принцип 169—172, 220
- Минные поля — эффективность 191
- Мирные применения
 - взаимоотношения ученого и администратора 41
 - исследование операций 42—43
- Мнения, факты и действия 33—40
- Нагрузка самолета 80—82, 138
- «Наксос» — немецкий разведывательный приемник 208—209
- Наука в военном деле, значение 21—25
- Немецкий разведывательный приемник
 - «Боркум» 207
 - «Ванц-1» 207
 - для подлодок 206—209
 - «Метокс» 207
 - «Наксос» 208
 - «Тунис» 209
- Нормальный закон 73—75
 - круговой 91—93
 - таблица 297
- Нормальное распределение
 - в теории вероятности 73—76
 - диаграмма 74
 - пример 75
 - функция 297
- Обстрел
 - задачи об обстреле и бомбардировке 229—262
 - задача о «скрытности» цели 275—276
 - искусственное рассеивание 236—252
 - определение эффективности методом выборочных проб 252—262
 - площадь поражения 230—236
 - по площадям 191
- Обнаружение
 - метод распределения по дальности 273
 - ожидание 273—274
 - оценка эффективности приборов 272—275
 - ширина полосы захвата 272—273
- Ожидаемые величины 62
- Ожидаемые величины попаданий при стрельбе 276
- Обучение — работников групп исследования операций 124—125, 135—137, 284—285
 - специальные курсы в университетах 284—285
- Огонь — прицельный 232—236
 - точность 189, 230, 268, 275—276
- Ограниченность мнений экспертов 35—36
- Организация — исследования операций 278—284
 - документы 281—283
 - задания группе исследования операций 279—280
 - измерение точности 268—272
 - коэффициент повреждения 231
 - многократное попадание 230—232
 - площадь поражения 230—236
 - подбор работников групп исследования операций 284
 - подгруппы на местах 280
 - положение и права членов группы исследования операций 283
 - прицельный огонь 232—236
 - связь с подразделениями 279—280
 - стрельба по площадям 232
 - работа на местах 280, 288
- Отчеты 281—283
- Отклонение — среднее квадратическое (стандартное) 62
- Отопление домов 42
- Оценка эффективности
 - вооружения 124, 141—142, 272
 - вопросник 124—125
 - глубинные бомбы 131—133
 - зенитная артиллерия на борту коммерческих судов 125—127
 - контрмеры противника 141—142
 - новое вооружение 124—125
 - обучение 124, 136—140
 - противоторпедные сети 127—128
 - профилактика и ремонт матчасти 133—134
 - радиолокационные бомбоприцелы 135—136
 - радиолокационный высотомер 134—135
 - самолетный магнитный обнаружитель 128—130
 - торпеды 130—131
- Очереди — их свойства 27
- Ошибки — баллистические 236—246
- Параметры операции 31, 37, 94
- Патруль — разведывательный самолет

- ный против подводных лодок 195, 222—226
 - наилучшая тактика 223—226
 - позиция относительно главных сил 195—197
- Планирование опытных операций 264—268
- Площадь — покрытия 189
 - стрельба по площадям 191
 - поражения 230—236
 - поражения для прицельного огня 232—236
 - поражения при обстреле по площадям 232
 - поражения при многократных попаданиях 230—232
 - коэффициент повреждения 231
- Повреждение — функция повреждения 231
- Подбор работников исследовательских групп
 - задачи подбора 284—285
 - специальные курсы 284—285
- Подводные лодки
 - бомбардировка 117—120
 - борьба в Бискайском заливе 105—108
 - борьба с ними 100, 102, 127—133, 172, 241—243
 - групповые операции 194
 - защита от них с помощью самолетов 143—147
 - или самолеты 120—121
 - наилучшая тактика против самолетных патрулей 224—228
 - одиночные действия 193
 - оценка эффективности 192—195
 - патрули 98—100
 - патрули в борьбе с ними 222—228
 - поиск с самолета 100—108
 - применение 10-см радиолокаторов против них 107—108
 - причины потерь 187—188
 - разведывательные приемники 107
 - рекомендуемые меры 31
 - сравнение американских и японских 187—188
 - торпеды 130—131
 - японские 187—188
- Подгруппы
 - задания 285—288
 - общие замечания 290
 - работающие на местах 34, 280—283, 285—290
- Поиск
 - в Бискайском заливе 105—108
 - подлодок с самолета 100—108
 - постановка патрулей 102—105
 - с самолета 100, 102, 128, 143—147, 272
- Полетное время 102
- Поражение — площадь 230—236
- Потери
 - величины 163—164
 - воздушных сил 109—110
 - подлодок и самолетов 109—114
 - соотношение 108—122
- Протопление
 - самолетами с летчиками-смертниками 181—182
 - судов 111—114
- Промышленные применения 25, 42, 283
- Противорадиолокационная борьба 200—210
 - аттенуатор «Виксен» 208
 - приемники немецкие разведывательные:
 - «Боркум» 207
 - «Ванц-1» 207
 - «Метокс» 207
 - «Наксос» 208
 - «Тунис» 209
 - периодическое включение 210
 - 3-см радиолокаторы союзников 209
 - 10-см радиолокаторы союзников 207
- Противник
 - непрерывные операции 216—218
 - отдельные операции 212
 - оценка вероятности успеха 212—214
 - правила выбора тактики 212—216
 - эффективность контрмер 141—142, 211—218
- Профилактика 133
- Пуассона распределения функция 76, 298—299
 - вероятность попадания 189—190, 243—246, 276
 - закон 76—84
 - применение к теории поиска 80—82
 - пример с продавцом газет 82—84
 - таблицы 298—299
 - уравнение 76—79

- бомбоприцел 135—136
- высотомер 134—135
- меры борьбы 206—210
- Разрушение промышленности 166—167
- Разрушительная способность
 - коэффициенты повреждения 230—232
 - многократные попадания 230—232
 - оружия 230—236
 - при стрельбе по площадям 232
 - прицельного огня 232—236
- Разведывательные приемники немецкие
 - «Боркум» 207
 - «Метокс» 207
 - «Наксос» 208
 - «Тунис» 209
 - «Ванц-1» 207
- Ракеты 253
- Распределения
 - биномиальный закон 65—73
 - в случае поиска 49—50
 - в теории вероятностей 47—54, 66, 73—74, 76—77,
 - закон 65—84
 - нескольких переменных закон 52—54
 - нормальный закон 73—76
 - плотности вероятности 49—50, 61
 - Пуассона 76—84
 - случайной величины 47—50
 - таблицы 295—299
- Рассеивание
 - без учета баллистического рассеивания 236—243
 - вероятность 249—252
 - искусственное 236
 - метод определения 243—246
 - приближенный подсчет 246—249
 - с учетом баллистического рассеивания 243—252
 - функция плотности 246—248
 - функция повреждения 231, 237, 239, 244—246
- Самолет
 - бой 109, 181
 - или подлодка 120—121
 - использование в Бискайском заливе 105—108
 - нагрузка 80—82, 138
 - требования для борьбы с подлодками 143—147
 - улучшение транспортных качеств 138—139
- Самолеты с летчиками-смертника-

- ми — защита от них с помощью зенитной артиллерии 182—184
- Самолетный магнитный обнаружитель 128—130
- Секретность 32
- «Сквид» — определение эффективности 241—243
- Скорость поиска
 - в Бискайском заливе 105—108
 - определение характеристик 96
 - патрули 98—100
 - подлодок с самолета 100—105
 - теоретическое значение 97—98
- Случайные
 - величины в теории вероятности 46—52
 - отклонения по нормальному закону (таблица) 295
 - последовательности углов 293
 - последовательности чисел — (таблица) 292
- Соотношения потерь
 - воздушных сил 109—111
 - судов и подлодок 111—114
- Сравнительная эффективность
 - бомбардировки судов и наземных объектов 117—120
 - оружия против судов 116—117
 - подводной лодки и самолета 120—121
- Стандартное отклонение
 - в применении к баллистическим ошибкам 269—272
 - случайной величины 62
- Статистический анализ 28—29, 33, 84—86
 - тактических задач 181, 214—215
- Статистический метод в исследовании операций 21—22
- Статистические решения тактических задач 180—188
 - наилучшая тактика судна 185
 - потери от самолетов с летчиками-смертниками 181
- потопление подлодок 186—188
 - угол атаки 183
 - уход маневром от атаки 182
- Стохастические величины 48—49
 - в теории вероятности 47—54
- Стратегические бомбардировки 117—120, 122, 166—167
- Стратегия 143
- Суда — маневр для ухода от атаки

самолета с летчиком-смертником 181—186

- потопление 116—117, 120—121, 122, 126, 190

Таблицы

- биномиального закона 296
- закона Пуассона 298
- нормального закона 297
- случайных чисел 292
- случайных углов 293

Тактика — анализ методами исследования операций 180—228

- действия и противодействия 203—218
- решение с помощью теории поиска 189—203
- статистические решения 181—188

Теория поиска

- — аналитические решения 189—203
- бомбардировка 191
- вероятность попадания 189—190
- вероятность уничтожения воздушных целей 192
- площадь покрытия 189
- потопление торговых судов 190
- уход от торпедной атаки 200

Телефон — операция по связи 42

Торпеда — акустическая 204

- защита с помощью сетей 127—128
- «марка 18», ее оценка 130—131
- точность 130, 240
- уход от нее 200

Транспорт — движение по дорогам 27, 222

Точность

- бомбометания 139
- измерение для оружия 269—271

«Тунис» — немецкий разведывательный приемник 209

Уравнения движения подлодок 173—176

Уравнения Ланчестера 148—172

Уход судна от торпедной атаки 200—203

Функция

- нормального распределения 73—74
- повреждения 230—232

- распределения 47—54, 66, 73—74, 76—77
- распределения Пуассона 76—77

Хаотичность 44—45

Хемибел 95

Цены 29

Ширина полосы захвата при поиске 272

Шум — источник типа FXR 205—206

Эксперты — ограниченность их суждений 35—36

Экспериментальные операции

- выводы 268
- документы 265
- измерения точности 268—272
- параметры 28—29, 36
- планирование 28—30, 36, 211, 264, 266, 285
- предварительные соображения 265
- с зенитной артиллерией 275—276
- с приборами обнаружения 272—274
- с тактикой и вооружением 31, 263—276
- существенные данные 267
- ход 266—267

Электрическая торпеда — оценка 130—131

Эскортирование — требования к самолетному прикрытию (сопровождению) — судов 143—147

Эффективность

- бомбардировки наземных и надводных целей 117—120
- мера 31, 94—95
- минных полей 191
- оружия против судов 116—117
- сравнение подлодки и самолета 120—121

Японские

- борьба против американских истребителей 109—111
- защита от самолетов с летчиками-смертниками 182—186
- подлодки 187—188
- потери от самолетов с летчиками-смертниками 181—182
- самолеты с летчиками-смертниками 181—186

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
54	5 снизу	$\dots P(A/B) \dots$	$\dots P(\bar{A}/B) \dots$
55	3 сверху	$\dots P(AB), P(\bar{A}B),$ $P(A\bar{B}) \text{ и } P(\bar{A}\bar{B}).$	$\dots P(AB), P(\bar{A}B),$ $P(A\bar{B}) \text{ и } P(\bar{A}\bar{B}).$
76	1 сверху	$\dots (\text{т. е. если } \dots$	$\dots (\text{т. е. если } \sigma \dots$
76	6 снизу,	$E = E(m) \sum_{m=0}^{\infty}$	$E = E(m) = \sum_{m=0}^{\infty}$